



T.C. MİLLÎ EĞİTİM  
BAKANLIĞI

ORTAÖĞRETİM

# MATEMATİK DERSİ

ÖĞRETİM PROGRAMI

(HAZIRLIK, 9,10,11 VE 12. SINIFLAR)

TÜRKİYE YÜZYILI  
MAARİF MODELİ

2024



# İÇİNDEKİLER

<b>1. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI</b>	<b>4</b>
1.1. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN TEMEL YAKLAŞIMI VE ÖZEL AMAÇLARI	4
1.2. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN UYGULANMASINA İLİŞKİN ESASLAR	5
1.2.1. Alan Becerileri, Kavramsal Beceriler ve Eğilimler	5
1.2.2. Programlar Arası Bileşenler	5
1.2.3. Disiplinler Arası ve Beceriler Arası İlişkiler	6
1.2.4. Öğrenme Çıktıları	6
1.2.5. İçerik Çerçevesi	6
1.2.6. Öğrenme Kanıtları (Ölçme ve Değerlendirme)	7
1.2.7. Öğrenme-Öğretme Yaşantıları	7
1.2.8. Farklılaştırma	8
1.3. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN TEMA, ÖĞRENME ÇIKTISI SAYISI VE SÜRE TABLOLARI	10
1.4. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ KİTAP FORMA SAYILARI VE KİTAP EBATLARI	13
1.5. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN YAPISI	14
1.5.1. Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın İçerik Tasarımı	16
1.5.2. Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın Tema İçerikleri	17
1.5.2.1. "Sayılar", "Mantıksal Çıkarım", "Algoritma ve Bilişim", "Sayma, Algoritma ve Bilişim", "Nicelikler ve Değişimler", "Değişimin Matematiği" Temaları	17
1.5.2.2. "Geometrik Şekiller", "Eşlik ve Benzerlik", "Geometrik Cisimler", "Analitik İnceleme" Temaları	18
1.5.2.3. "İstatistiksel Araştırma Süreci", "Veriden Olasılığa", "Hazır Veriler Üzerinde Çalışma" Temaları	19
<b>2. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI SINIF DÜZEYLERİNE AİT TEMALAR</b>	<b>20</b>
HAZIRLIK SINIFI	20
9. SINIF	43
10. SINIF	85
11. SINIF	127
12. SINIF	160

## 1. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI

### 1.1. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN TEMEL YAKLAŞIMI VE ÖZEL AMAÇLARI

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli; bireyin bütüncül gelişimini amaçlayan, köklü bir geçmişe sahip Türk millî eğitim sisteminin dijital çağa ve teknolojik gelişmelere duyarlılığını, yeri geldiğinde bu gelişmelere öncülük edebilme istek ve potansiyelini yansıtan bir anlayışla geliştirilmiştir. *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nda, öğretim programlarının temel öğeleri, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nin benimsediği ilke ve yaklaşımlarla bu modelin bileşenlerine göre şekillendirilmiştir.

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nin becerilerle ilgili bileşenleri; kavramsal beceriler (temel beceriler, bütünleşik beceriler ve üst düzey düşünme becerileri), sosyal-duygusal öğrenme becerileri (benlik becerileri, ortak/bileşik beceriler, sosyal yaşam becerileri), eğilimler, okuryazarlık becerileri ve alan becerilerinden oluşmaktadır. *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*, bilgi edinim sürecine ek olarak bireylerin çağın gerektirdiği becerilerle donatılmasını hedeflemektedir. Program, matematik öğrenme süreçlerini destekleyen ve bu süreçlerle gelişen kavramsal beceriler ve matematik alan becerileri odağa alınarak hazırlanmıştır. Aynı zamanda bu becerilerin eğilimler, sosyal-duygusal öğrenme becerileri ve okuryazarlık becerileri ile etkileşim içinde gelişimi hedeflenmiştir. Öte yandan Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nin bütüncül eğitim anlayışına uygun biçimde *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı* ile birey, çevre ve topluma ilişkin değerlerin desteklenmesi; matematik öğrenme-öğretme sürecinin bu değerlerle zenginleştirilerek bireye, topluma ve çevreye duyarlı bir niteliğe ulaşması hedeflenmektedir.

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*; benimsenen model ve yaklaşım çerçevesinde matematik öğrenme ve öğretme sürecini ilgi çekici, etkileşimli hâle getirerek öğrencilerin öğrenmeye olan ilgilerini artırmayı; birey ve toplumun ihtiyaçlarını karşılamayı ve matematiği günlük hayat deneyimlerinin bir parçası hâline getirmeyi hedeflemektedir. Ayrıca programda bireylerin eleştirel düşünme, problem çözme ve karar verme gibi üst düzey becerilerinin gelişimine de önem verilmektedir. Bu doğrultuda üretken, yenilikçi ve rekabet gücü yüksek bireylerin yetiştirilmesinde; ülkemizin gelişmişlik ve kalkınma hedeflerine ulaşılmasında matematik öğrenme ve öğretme sürecinden beklenen nitelik de göz önünde bulundurulmuştur.

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*; matematiksel düşünmenin sistematik, rasyonel, analitik, tutarlı ve ilişkisel yapısı göz önünde bulundurularak hazırlanmıştır. Öğrencilerin daha çok bilgi edinimi yerine matematiksel bilgiye ulaşmayı sağlayan becerilere sahip olmalarını, edindikleri bilgiler arasındaki ilişkileri sorgulayarak eski bilgileri ile yeni bilgilerini bir bütün olarak yapılandırabilmelerini ön planda tutan programda sadece işlemsel bilgiyi ve performansı destekleyen içerikler mümkün olduğunca sınırlı tutulmuştur. Öğrencilerin dil ve sembolizmi etkin kullanarak problem çözmesi, varsayım, genelleme, doğrulama gibi matematiksel düşünmenin önemli bileşenlerine programın bütüncül yaklaşımı ile uyumlu bir şekilde yer verilmiştir. Bunun yanı sıra programda öğrencilerin bireysel ve grup içi sorumluluk alması teşvik edilerek öğrenmeye ilişkin eğilimlerinin ve sosyal-duygusal öğrenme becerilerinin geliştirilmesi hedeflenmiştir. İçerik, bu hedefler bağlamında hem disiplinler arası hem de beceriler arası ilişkiler kurularak mümkün olduğunca gerçek yaşam gereksinimleri çerçevesinde yapılandırılmıştır. Öğrenme-öğretme uygulamalarında öğrenme kanıtlarını belirlemek için ölçme ve değerlendirme araçlarının sadece sonuç odaklı değil süreç odaklı olarak da kullanıldığı bir program yaklaşımı benimsenmiştir.

1739 sayılı Millî Eğitim Temel Kanunu'nun 2. maddesinde ifade edilen Türk Millî Eğitiminin Genel Amaçları ile Türk Millî Eğitiminin Temel İlkeleri esas alınarak hazırlanan *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*yla öğrencilerin

1. Matematik alan becerileri olan matematiksel muhakeme, matematiksel problem çözme, matematiksel temsil, veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerilerini etkin bir şekilde kullanmaları,
2. Kavramsal, sosyal-duygusal öğrenme ve okuryazarlık becerilerini matematik alan becerileri ile bütüncül bir şekilde matematik öğrenmenin hem sürecine hem de sonuçlarına yansıtmaları,
3. Edindiği becerileri kullanarak matematiksel bilgiye ulaşmaları, aynı zamanda bilgilerini beceriye dönüştürmeleri,
4. Matematik öğrenme ile ilgili eğilimlerinin farkında olmaları ve matematik öğrenme sürecinde eğilimlerini geliştirmeleri,
5. Edindiği değerleri matematik öğrenme sürecine yansıtmaları, matematik öğrenirken değerlerini geliştirmeleri,
6. Edindiği matematiksel bilgi, beceri, eğilim ve değerleri her türlü öğrenme sürecine, diğer derslere ve yaşamlarına yansıtmaları amaçlanmaktadır.

## 1.2. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN UYGULANMASINA İLİŞKİN ESASLAR

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı* tematik bir yaklaşımla hazırlanmıştır. Programın uygulanmasına ilişkin esaslar, temaların temel bileşenleri bağlamında aşağıda açıklanmıştır.

### 1.2.1. Alan Becerileri, Kavramsal Beceriler ve Eğilimler

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*, matematik alan becerileri ve kavramsal becerilerle bu becerilerin öncüsü niteliğindeki eğilimler esas alınarak hazırlanmıştır. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde matematik alan becerileri, önemli oranda kavramsal beceriler üzerine inşa edilmiştir. Kavramsal becerilerin karşılayamadığı durum veya süreçler için de matematiğe özgü alan becerileri tanımlanmıştır. Bu anlamda kavramsal becerilerle matematik alan becerilerinin sıkı bir etkileşimi söz konusu olup bu iki beceri türünün birbirinin gelişimini destekleyen yapısı ön plandadır.

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın* temel unsurları olan öğrenme-öğretme süreçleri ile ölçme ve değerlendirme faaliyetleri başta olmak üzere her türlü hedef ve süreç; kavramsal beceriler, alan becerileri ve eğilimlerin bir bütün olarak değerlendirildiği bir anlayışla gerçekleştirilmelidir.

### 1.2.2. Programlar Arası Bileşenler

Benimsenen program modelinde programlar arası bileşenler; sosyal-duygusal öğrenme becerileri, değerler ve okuryazarlık becerileri olarak sınıflandırılmıştır.

Sosyal-duygusal öğrenme becerileri; bireyin, kendisi ve çevresi ile olumlu ilişkiler kurabilmesi, duygularını yönetebilmesi, empati yapabilmesi ve sağlıklı bir benlik geliştirebilmesi için gerekli becerilerdir. Matematiğin soyut yapısı ve bireyin zihinsel faaliyetlerini öne çıkaran boyutu, matematik öğrenme-öğretme sürecinde sosyal-duygusal öğrenme becerilerinin göz ardı edilmesine sebep olabilmektedir. Benimsenen bütüncül eğitim yaklaşımı çerçevesinde matematik öğrenme-öğretme sürecinin sosyal ve duygusal boyutu göz önünde bulundurulmalıdır. Bu sürecin sosyal-duygusal öğrenme becerilerini desteklediği ve sosyal-duygusal öğrenme becerileri olmadan gerçekleşmesinin mümkün olmadığı da dikkate alınmalıdır.

Değerler; etkileşimde olduğu insanları, yaşadığı toplumun dinamiklerini, çevresindeki doğal güzelliklerin değerini anlayan, çevresiyle dengeli ve düzeyli ilişkiler kuran, tarihî ve kültürel mirası koruyan, doğaya saygılı bireyler yetiştirmeyi amaç edinmektedir. Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nin bir bileşeni olarak değerler; bireyin dengeli, ölçülü ve tutarlı; kendisine, ailesine, milletine ve dünyaya faydalı; üretken, ahlaklı ve çalışkan bir şekilde yetişmesi için yürütülen çabaların öğretim programlarına yansımaları olarak değerlendirilmelidir. Matematik, bireye sağlamış olduğu düşünsel araçlarla değer edinimini sağlayan disiplinlerin başında gelmektedir. Kendisini ve çevresini kuşatan nesne, olay ve olguları anlamlandırmakta matematikten etkin şekilde yararlanabilen bireylerin söz konusu değerleri daha kolay benimseyeceği, koruyacağı ve geliştireceği göz önünde bulundurulmalıdır. Bu bağlamda değerler, *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın* hedeflediği beceriler ve içerik çerçevesi ile uyumlu bir biçimde matematik öğrenme ve öğretme sürecinin doğal bir bileşeni olarak değerlendirilmelidir.

Okuryazarlık becerileri, eğitim sisteminin hedeflediği yeterliklerin kazandırılmasına aracılık eden önemli değişkenlerdendir. Toplumsal yaşamın başarılı bir şekilde sürdürülmesinde, haklarını kullanabilmeleri ve sorumluluklarını yerine getirebilmeleri için çağın gereklerinden olan dijital okuryazarlık, finansal okuryazarlık, sürdürülebilirlik okuryazarlığı gibi alanlarda bilgi, beceri ve yetkinlik düzeylerinde bireylerin eğitimi olmaları gerekmektedir. Matematik; sahip olduğu sembolik dil, görselleştirme araçları, işlem, akıl yürütme ve çıkarım süreçleri ile farklı bilim dalları ve teknoloji için sunmuş olduğu düşünsel ve yöntemsel araçlarla söz konusu okuryazarlık becerilerini destekleyen disiplinlerin başında gelmektedir. Matematik öğretme süreci ve öğrencilere sunulan matematik öğrenme ortam ve fırsatları, okuryazarlık becerilerini destekleyecek bir yapıda planlanmalıdır.

### 1.2.3. Disiplinler Arası ve Beceriler Arası İlişkiler

Programda disiplinler arası ilişkiler kurularak öğrencilerin farklı disiplinlerde edindikleri bilgi ve becerileri matematik öğrenme sürecinde nasıl kullanabilecekleri belirtilmiştir. Bu bağlamda hem “disiplinler arası” hem de “beceriler arası” ilişki kurulması önemsenmektedir.

Disiplinler arası ilişkiler başta fen bilimleri olmak üzere farklı disiplin ve alanların matematiği kullandığı bağlam ve problemlere vurgu yapmakta olup programın temaları bu başlık altında farklı disiplinlerle ilişkilendirilmiştir. Böylelikle matematik öğrenme ve öğretme sürecinin disiplinler arası bağlam, problem ve etkileşimle daha nitelikli, faydalı ve ilgi çekici bir hâle getirilmesi amaçlanmıştır.

Beceriler arası ilişkiler ise öğrenme çıktılarının odağında olmadığı hâlde temanın öğrenme çıktılarına ulaşılması için gerekli olan ve aynı zamanda temanın desteklediği alan becerilerini ve kavramsal becerileri ifade etmektedir.

Öğrenme ve öğretme süreçlerinin disiplinler arası ve beceriler arası ilişkilerin işe koşulmasını sağlayacak şekilde planlanmasının programın bütüncül yaklaşımının başarıya ulaşması için önemi göz önünde bulundurulmalıdır.

### 1.2.4. Öğrenme Çıktıları

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın temaları belli bir bilgi ve beceri bütünlüğünü yansıtan “öğrenme çıktıları” etrafında organize edilmiştir. Öğrenme çıktıları; temanın sonunda öğrencinin ulaşması beklenen, alana ilişkin kavram, yöntem ve işlem bilgileri ile becerileri bir arada sunan öğretimsel amaçlar olarak düşünülebilir. Öğrenme çıktıları kavramsal beceriler ve matematik alan becerilerinin ortaya koyduğu eylemlerin yanı sıra bu becerileri oluşturan “süreç bileşenleri”nin de rehberliğinde hazırlanmıştır. Beceri edinimi süreci; bazı eylemlerin sistematik, bilinçli ve istekli bir şekilde işe koşulmasını gerektirmektedir. Bu bağlamda öğrenme çıktılarına ulaşmak için becerilerin süreç bileşenlerinin titizlikle gerçekleştirilmesi ve matematik öğrenme-öğretme ortamlarının her bir öğrencinin ilgili süreç bileşenlerini deneyimlemesini sağlayacak şekilde tasarlanması beklenmektedir.

### 1.2.5. İçerik Çerçevesi

Matematik dersi öğretim programları, ilköğretim ve ortaöğretim düzeyinde bilgi ve beceriler bağlamında bütüncül ve tutarlı bir yaklaşımla oluşturulmuştur. *İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın alana özgü içeriği ve geliştirmeyi hedeflediği beceriler, *Okul Öncesi Eğitim Programı*'na dayanmaktadır. Benzer şekilde *Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*, bilgi ve beceriler bağlamında *İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı*'na, *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı* ise *Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*'na dayanmaktadır. Her bir düzeyde hangi bilgi ve becerilere ne şekilde yer verilmesi gerektiği belirlendikten sonra bu bilgi ve becerilerin hem önceki yılların programı hem de ilerleyen yılların programları ile ilişkisinin açık ve tutarlı bir şekilde yapılandırılması amaçlanmıştır. Bu anlamda matematik dersi öğretim programlarının her birinin kendi içinde bir bütün olarak değerlendirilmesi gerekir. Ayrıca bu programların farklı düzeylerin matematik dersi öğretim programları ile bütünlüğü de göz önünde bulundurulmalıdır. Öğretmenlerden öğrenme-öğretme süreçlerini tasarlarlarken sadece kendi programının bilgi ve becerileriyle ilgili amaç ve içeriği değil diğer düzeylerin matematik programlarının bilgi ve becerileriyle ilgili amaç ve içeriği de incelemeleri, Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nin bütüncül hedeflerini gerçekleştirmeyi sağlayacak bir matematik öğretimi anlayışıyla hareket etmeleri beklenmektedir.

Temaların içerik çerçevesindeki birinci bileşeni, içerikle ilgili “genellemeler”dir. Matematiksel kavramların, işlemlerin ve becerilerin matematik öğrenme-öğretme süreçlerine yansıtılmasına rehberlik eden bu genellemeler; tema ile ilgili ana fikirler olarak da düşünülebilir. Bu ana fikirler; öğretmenlerin temanın bilgi ve beceri hedefini etkin şekilde çerçevelemesini, öğrenme ve öğretme sürecini uygun pratik ve kararlarla yürütmesini desteklemektedir. Program tasarımında her bir tema ile ilgili sınırlı sayıda ve tema çerçevesinde belli oranda gerçekleştirilebilir genellemelere yer verilmiştir. Bazı genellemeler bir temanın kapsamı ile sınırlıyken bazıları ancak benzer temalar etrafında 2-3 yıl boyunca sunulacak öğretim faaliyetlerinin bir ürünüdür. Bu tarz genellemeler, “büyük fikirler” olarak düşünülmeli ve kısa vadede ölçme ve değerlendirmenin bir ögesi olarak ele alınmamalıdır.

Temaların içerik çerçevesindeki bir diğer bileşeni “anahtar kavramlar”dır. Her bir temada ayrı ayrı listelenen anahtar kavramlar, temanın kapsamı hakkında bilgi vermektedir. Temaların ilişkisel yapısına bağlı olarak bazı anahtar kavramlar, farklı sınıf seviyelerinde birden çok temada yer alabilmektedir. İçerik çerçevesinin son bileşeni olan “sembol ve gösterimler” hem öğretmenler hem de farklı içerik geliştiriciler için ortak bir dil oluşturmaktadır. Anahtar kavramlar ile sembol ve gösterimler, öğrenme çıktılarında belirtilen bilgi ve beceri bütünlüğünün bir parçası olarak düşünülmelidir.

### 1.2.6. Öğrenme Kanıtları (Ölçme ve Değerlendirme)

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*’nda öğrencilerin öğrenmelerini destekleyecek ve sistematik olarak öğrencilere geri bildirim verilebilmesini sağlayacak bir ölçme ve değerlendirme yaklaşımı benimsenmiştir. Bu yaklaşımda öğrencilerin bilgi ve becerilerinin gelişimini izleme ve değerlendirmenin yanı sıra matematiğe yönelik eğilimlerinin, sosyal-duygusal öğrenme becerilerinin, okuryazarlık becerilerinin ve değerlerinin gelişiminin gözlenmesi de programın bütüncül yaklaşımı açısından önemlidir.

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*’nda tamamlayıcı ölçme araçları kullanılarak öğrencilere bilgi düzeyleri, eksiklikleri veya kavram yanlışları hakkında dönütler sağlanması hedeflenmektedir. Bu süreçte kullanılan ölçme araçları, geri bildirim esasına dayalı olarak öğrenme-öğretme sürecine yukarıda belirtilen farklı boyutlarda katkıda bulunacak şekilde tercih edilmelidir.

Öğretim programının bu bölümünde öğrenme çıktılarına yönelik süreç ve sonuç değerlendirmeleri içeren, öğrenme çıktısında vurgulanan becerileri bütüncül bir yaklaşımla ölçmeyi amaçlayan faaliyetlere ve bu faaliyetlerin değerlendirilmesine yer verilmiştir. Öğrenme çıktısına ulaşma yolunda uygulanan sürece yönelik ara değerlendirme faaliyetleri ise öğrenme-öğretme uygulamalarında yer almaktadır. Ölçme ve değerlendirme faaliyetlerine yönelik önerilen tüm ölçme ve değerlendirme araçları “öğrenme kanıtları” bölümünde listelenmektedir. Bu araçların içerikleri, hazırlanması ve uygulanması paydaşlar eliyle şekillenecektir.

### 1.2.7. Öğrenme-Öğretme Yaşantıları

Yeni öğretim programlarının önemli bileşenlerinden birisi “öğrenme-öğretme yaşantıları”dır. Öğrenme-öğretme yaşantıları bağlamında ilk olarak “temel kabuller”e yer verilmektedir. Matematiksel bilgiler kendi içinde belli bir hiyerarşiye veya ardıllık-öncüllük ilişkisine sahiptir. Matematik öğrenme ve öğretme sürecinin de matematiğin bu kendine özgü yapısını dikkate alması beklenir. Örneğin tam sayıların anlamlandırılabilmesi için doğal sayıların anlamlandırılması, çarpma işleminin anlamlandırılabilmesi için öncelikle toplama işleminin anlamlandırılması gerekir. Bu noktada temel kabuller bağlamında her bir tema ile ilgili öğrenme ve öğretme faaliyetleri planlanırken öğrencilerin sahip olması gereken ön bilgilerin ve becerilerin neler olduğu belirlenmeli, öğrencilerin bu bilgi ve beceriler bağlamındaki hazır bulunuşlukları değerlendirilmeli, varsa eksik veya hatalı öğrenmelerinin giderilmesi için uygun çalışmalar planlanmalıdır. Bu süreç, aynı zamanda öğrencilerin temaya sosyal ve duygusal açıdan da hazır olmalarını sağlamak için bir gereklilik olarak görülmelidir.

Programda öğrencilerin hazır bulunuşluklarının dikkate alınarak hareket edilmesi, öğrenme ve öğretme sürecinin başında “ön değerlendirme” yapılması önemsenmektedir. Ayrıca hem öğrencilerin ön bilgileriyle yeni öğrenmeleri arasında bağlantı kurulması hem de öğrenilenlerin günlük hayatla ilişkilendirilmesi amacıyla öğrenmeler arasında “köprü kurulması” beklenmektedir.

Öğrenme çıktılarının ilgili becerinin süreç bileşenlerine dayalı olarak nasıl işe koşulacağını açıklayan “öğrenme-öğretme uygulamaları” bilgi, beceri, eğilim ve değerler bütünlüğü içinde düşünülmelidir. Programda öğrenme-öğretme uygulamaları; öğrenme çıktıları, alana özgü beceriler, kavramsal beceriler ve eğilimlerin yanı sıra sosyal-duygusal öğrenme becerileri, değerler ve okuryazarlık becerileri bütünleştirilerek yapılandırılmıştır. Öğrenme-öğretme uygulamalarında ilgili bağlam temelinde alan becerileri ve kavramsal becerilerin tüm bileşenlerinin ardışık bir şekilde uygulanmasına dikkat edilmelidir. Becerilerin süreç bileşenleri; aynı zamanda bir veya birden fazla beceriyi, eğilim veya değeri destekler niteliktedir. Temaların öğrenme-öğretme uygulamaları planlanırken becerilerin süreç bileşenlerini zenginleştiren, öğrenme-öğretme faaliyetlerinin anlam ve kalıcılığını destekleyen, konuya özgü beceriler, eğilimler ve değerler belirlenerek öğretmenlere bunların uygun şekilde işe koşulması ile ilgili göstergeler sunulmuştur. Becerilerin süreç bileşenlerine eşlik eden söz konusu farklı beceri, eğilim ve değerler ayrı veya bağımsız bir öğrenme-öğretme süreci gibi düşünülmemelidir; matematik dersinin doğal bir bileşeni olarak ele alınmalıdır.

### 1.2.8. Farklılaştırma

Öğrenme çıktıları bağlamında öğrencilerin ulaşması beklenen bilgi ve beceriler aynı olsa da her öğrencinin ilerleme hızı ve süreçte ihtiyaç duyduğu bilgi ve beceriler bir diğerine göre farklı olabilmektedir. *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nda bu durum "farklılaştırma" bağlamında ele alınmaktadır. Farklılaştırmanın bir boyutu olan "zenginleştirme"; daha karmaşık ve soyut bilgileri daha hızlı şekilde anlamlandırabilen, programda hedeflenen bilgi ve becerileri daha etkin şekilde işe koşabilen öğrencilere yönelik olarak tasarlanmıştır. Zenginleştirme faaliyetleri ile söz konusu öğrencilerin içerik çerçevesinden kopmadan öğrenmelerini derinleştirmelerine imkân verecek içerik, yöntem ve süreçlerle ilgili açıklamalara yer verilmiştir. Bu anlamda zenginleştirme faaliyetlerinde disiplin içi ilişkilendirmelerin yanı sıra disiplinler arası ilişkilendirmeler ve gerçek yaşam uygulamaları ön plandadır. Öğrencilerin performans görevleri doğrultusunda teknolojiyi ve dijital platformları etkin bir şekilde kullanarak dijital içerikler üretebilecekleri öğrenme fırsatlarının oluşturulmasına ilişkin öneriler de zenginleştirme bağlamında sunulmaktadır.

Farklılaştırmanın diğer boyutu olan "destekleme", programın hedeflediği bilgi ve becerilere ulaşmada daha fazla somut örnek, günlük hayat bağlamı, somut materyal desteği ve görselleştirmeye ihtiyaç duyan öğrencilere yönelik olarak tasarlanmıştır. Destekleme faaliyetleri ile programın hedeflediği bilgi ve becerilerden ödün vermeden söz konusu öğrencilerin ihtiyaç duydukları uygulamalara, kullanılabilir araç, gereç ve teknolojiye, sınıf içinde yürütülecek grup çalışmaları ile sağlanacak akran öğrenmelerine ve öğretmenlerin süreçteki rolüne vurgu yapılmaktadır. Ayrıca destekleme başlığında öğrencilerin dijital platformlardan da etkin bir şekilde yararlanmalarını sağlayacak öneriler sunulmaktadır.

Öğretmenlerden hem zenginleştirme hem de destekleme faaliyetlerini bireysel farklılıklara duyarlı bir biçimde, kapsayıcı bir anlayışla gerçekleştirmesi beklenmektedir. Bu faaliyetlerin uygun şartlar sağlandığında "her öğrencinin matematiği öğrenebileceği" prensibini açık ve kararlı bir şekilde ortaya koymasının programın hedeflerine ulaşmasındaki rolü göz önünde bulundurulmalıdır.

Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli'nde benimsenen yaklaşım ve *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın yukarıda açıklanan bileşen ve esaslarına ek olarak aşağıdaki uygulama esasları göz önünde bulundurulmalıdır.

1. *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*, "Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Ortak Metni" temel alınarak yapılandırılmıştır. Bu ortak metin dikkate alınarak derslerin tasarlanması, ölçme ve değerlendirme süreçlerinin planlanması ve materyallerin hazırlanması gerekmektedir. Bütün eğitim ve öğretim faaliyetleri, "Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Ortak Metni"nde yer alan öğrenci profiline ulaşılmasını sağlayacak biçimde planlanmalı ve yürütülmelidir.
2. *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı* kademeli olarak uygulanacağından bir önceki kademeyle ilgili ön öğrenme eksiklikleri zümre öğretmenlerince tespit edilir; bu eksiklikleri gidermeye yönelik içerik, eğitim öğretim yılı başında zümre toplantılarında karara bağlanır ve eğitim öğretim sürecinde uygulanır.
3. Programda yer alan öğrenme-öğretme yaşantıları; öğrencilere bütüncül bir bakış açısı kazandıran, kalıcı öğrenmenin gerçekleşmesine hizmet eden, farklı öğretim yöntem ve tekniklerini işe koşan, disiplinler arası ilişkileri görmeyi kolaylaştıran, kapsamlı bir çerçevede sunulmuştur. Öğrenme-öğretme yaşantılarında öğrenme çıktıları ve süreç bileşenlerine yönelik yazılan tüm süreçlerin yürütülmesi esastır. Bununla birlikte öneri niteliğinde olan uygulamalarda ise ilgili temanın öğrenme çıktıları ve süreç bileşenleri başta olmak üzere ilişkilendirilen tüm eğitimler ve programlar arası bileşenler dikkate alınarak planlamalar yapılır ve bu doğrultuda uygulamalar farklılaştırılabilir.
4. Eğitim ve öğretim süreçlerinde Türkçenin doğru ve etkili kullanımına, öğrencilerin söz varlığının ve dil becerilerinin geliştirilmesine özen gösterilmelidir.
5. Öğrencilerin etkin katılımının sağlandığı bir öğrenme ortamı ve düşüncelerin özgürce paylaşılabilirdiği, sosyal-duygusal öğrenme becerilerinin gelişiminin desteklendiği bir sınıf iklimi oluşturulmalıdır.
6. Araştırma, matematiksel boyutu olan ürün, yöntem veya süreç tasarlama gibi faaliyetler; disiplinler arası ve bağlam temelli bir yaklaşım ile zümre öğretmenler kurulu tarafından planlanmalı ve işletilmelidir.



7. Bilgi ve beceriler içerik çerçevesiyle yeni anlamlı bütünler oluştururken programlar arası bileşenler (sosyal-duygusal öğrenme becerileri, değerler, okuryazarlık becerileri), öğrenmenin anlamlı bir parçası hâline getirilmelidir. Değer, eğilim, okuryazarlık ve sosyal-duygusal öğrenme becerilerinin notla değerlendirilmesi yerine gelişimi değerlendirmek amacıyla performans görevleri, ödev vb. ölçme araçlarında ve dereceli puanlama anahtarlarında dikkate alınan ölçütler arasında bu program bileşenlerine de yer verilmelidir.
8. Programda yer alan öğrenme-öğretme yaşantıları; öğrencilere bütüncül bir bakış açısı kazandıran, kalıcı öğrenmenin gerçekleşmesine hizmet eden, farklı öğretim yöntem ve tekniklerini işe koşan, disiplinler arası ilişkileri görmeyi kolaylaştıran, kapsamlı bir çerçevede sunulmuştur. Öğrenme-öğretme yaşantılarında verilen içerikler doğrultusunda güncel içeriklere ve farklı ilişkilendirmelere de yer verilmelidir.
9. Öğrencilerin hazır bulunuşluk düzeyleri ve öğrenme profilleri göz önünde bulundurularak öğrenme çıktılarıyla tutarlı olan farklı öğretim materyalleri (bilgi notu, sunum, etkinlik, çalışma kâğıtları, okuma parçaları vb.) yapılandırılmalı ve kullanılmalıdır. Öğretim materyalleri hazırlanırken zümre öğretmenleriyle ve diğer branşlarda çalışan öğretmenlerle iş birliği yapılmalıdır.
10. Ölçme ve değerlendirme yöntemleri; öğrencilerin yeteneklerine, ihtiyaçlarına ve özel durumlarına göre çeşitlendirilmelidir. Bilgi ve becerilerin ölçülmesi ve değerlendirilmesinde ilgi çekici, gerçek yaşamla ilgili, uzak ya da yakın çevrede karşılaşılabilecek problemlere dair görevler verilmeli; öğrenciyi yargılayıcı nitelik taşımayan ve güdüleyen geri bildirimler sağlanmalı; dijital teknolojilerden yararlanılmalıdır.
11. Farklılaştırma kapsamında zenginleştirme ve destekleme bölümlerinde yer verilen uygulamalara (“\*” sembolü ile verilen uygulamalar dâhil) ders kitaplarında yer verilmez. Ancak materyal hazırlayıcılar tarafından “\*” ile belirtilen uygulamalara yönelik e-içerik hazırlanır. Farklılaştırma kapsamındaki tüm uygulamalar; öğrencilerin ilgi, ihtiyaç ve istekleri göz önünde bulundurularak öğretmenler tarafından planlanır ve uygulanır.
12. Farklılaştırma kapsamında zenginleştirme bölümünde yer alan öneri niteliğindeki uygulamalardan “\*” ile işaretlenenlerin fen liselerinde gerçekleştirilmesi zorunludur. Zorunlu olan zenginleştirme uygulamalarına yıllık planlarda yer verilir.
13. Öğretim programında matematiğin gelişimine katkı sağlamış kişilere ve çalışmalarına yer verilmektedir. Bu kişilerin biyografi ve çalışmalarının bilgi notu veya ezbere bilinmesi gereken bilgiler olarak sunulmasından kaçınılmalı; matematiğe katkıları ve ortaya koydukları eserlerin özellikleri gerçekçi ve programın hedeflediği bilgi, beceri ve değerleri destekleyecek şekilde ele alınmalıdır.

### 1.3. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN TEMA, ÖĞRENME ÇIKTISI SAYISI VE SÜRE TABLOLARI

Tematik bir yaklaşımla hazırlanan *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı* hazırlık sınıfında haftalık 3 ders saati; 9, 10, 11 ve 12. sınıflarda ise haftalık 6 ders saati şeklinde planlanmıştır. Programda her sınıf düzeyi için tema isimleri "Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı Sınıflara Göre Temalar" tablosunda gösterilmiştir. Sınıflarda temaların işleniş sırası, içerdiği öğrenme çıktısı sayıları ve temaların süreleri ise ayrı tablolar ile sunulmuştur.

ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI SINIFLARA GÖRE TEMALAR				
Hazırlık Sınıfı	9. Sınıf	10. Sınıf	11. Sınıf	12. Sınıf
MAT.H.1. Nicelikler ve Değişimler	MAT.9.1. Sayılar	MAT.10.1. Sayılar	MAT.11.1. Nicelikler ve Değişimler	MAT.12.1. Nicelikler ve Değişimler
MAT.H.2. Mantıksal Çıkarım	MAT.9.2. Nicelikler ve Değişimler	MAT.10.2. Nicelikler ve Değişimler	MAT.11.2. Geometrik Şekiller	MAT.12.2. Değişimin Matematiği
MAT.H.3. Algoritma ve Bilişim	MAT.9.3. Algoritma ve Bilişim	MAT.10.3. Sayma, Algoritma ve Bilişim	MAT.11.3. İstatistiksel Araştırma Süreci	MAT.12.3. Geometrik Şekiller
MAT.H.4. Geometrik Şekiller	MAT.9.4. Geometrik Şekiller	MAT.10.4. Geometrik Şekiller		MAT.12.4. Geometrik Cisimler
MAT.H.5. İstatistiksel Araştırma Süreci	MAT.9.5. Eşlik ve Benzerlik	MAT.10.5. Analitik İnceleme		MAT.12.5. Hazır Veriler Üzerinde Çalışma
	MAT.9.6. İstatistiksel Araştırma Süreci	MAT.10.6. İstatistiksel Araştırma Süreci		
	MAT.9.7. Veriden Olasılığa	MAT.10.7. Veriden Olasılığa		

Aşağıdaki tablolarda *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın temalarının işleniş sırası sınıf seviyelerine göre sunulmuştur. Ayrıca bu tablolarda temalara ait öğrenme çıktısı sayıları, ders saatleri ve yüzdeleri verilmiştir.

### HAZIRLIK SINIFI MATEMATİK DERSİ

İŞLENİŞ SIRASI	TEMA	Öğrenme Çıktısı Sayısı	Süre	
			Ders Saati	Yüzde Oranı (%)
1	MAT.H.1. NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER	1	20	18
2	MAT.H.2. MANTIKSAL ÇIKARIM	1	20	18
3	MAT.H.3. ALGORİTMA VE BİLİŞİM	3	26	24
4	MAT.H.4. GEOMETRİK ŞEKİLLER	5	32	30
5	MAT.H.5. İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ	1	6	6
	OKUL TEMELLİ PLANLAMA <sup>1</sup>	-	4	4
<b>TOPLAM</b>		<b>11</b>	<b>108</b>	<b>100</b>

### 9. SINIF MATEMATİK DERSİ

İŞLENİŞ SIRASI	TEMA	Öğrenme Çıktısı Sayısı	Süre	
			Ders Saati	Yüzde Oranı (%)
1	MAT.9.1. SAYILAR	4	38	17
2	MAT.9.2. NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER	3	38	17
3	MAT.9.4. GEOMETRİK ŞEKİLLER	1	12	6
4	MAT.9.5. EŞLİK VE BENZERLİK	5	36	17
5	MAT.9.3. ALGORİTMA VE BİLİŞİM	3	30	14
6	MAT.9.6. İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ	2	34	16
7	MAT.9.7. VERİDEN OLASILIĞA	2	18	8
	OKUL TEMELLİ PLANLAMA <sup>1</sup>	-	10	5
<b>TOPLAM</b>		<b>20</b>	<b>216</b>	<b>100</b>

## 10. SINIF MATEMATİK DERSİ

İŞLENİŞ SIRASI	TEMA	Öğrenme Çıktısı Sayısı	Süre	
			Ders Saati	Yüzde Oranı (%)
1	MAT.10.4. GEOMETRİK ŞEKİLLER	4	36	17
2	MAT.10.6. İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ	2	28	13
3	MAT.10.1. SAYILAR	3	20	9
4	MAT.10.2. NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER	6	54	25
5	MAT.10.3. SAYMA, ALGORİTMA VE BİLİŞİM	2	28	13
6	MAT.10.5. ANALİTİK İNCELEME	2	22	10
7	MAT.10.7. VERİDEN OLASILIĞA	2	18	8
	OKUL TEMELLİ PLANLAMA <sup>1</sup>	-	10	5
<b>TOPLAM</b>		<b>21</b>	<b>216</b>	<b>100</b>

## 11. SINIF MATEMATİK DERSİ

İŞLENİŞ SIRASI	TEMA	Öğrenme Çıktısı Sayısı	Süre	
			Ders Saati	Yüzde Oranı (%)
1	MAT.11.3. İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ	2	36	17
2	MAT.11.2. GEOMETRİK ŞEKİLLER	5	62	27
3	MAT.11.1. NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (1)	2	36	17
4	MAT.11.1. NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (2)	4	36	17
5	MAT.11.1. NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (3)	2	36	17
	OKUL TEMELLİ PLANLAMA <sup>1</sup>	-	10	5
<b>TOPLAM</b>		<b>15</b>	<b>216</b>	<b>100</b>

## 12. SINIF MATEMATİK DERSİ

İŞLENİŞ SIRASI	TEMA	Öğrenme Çıktısı Sayısı	Süre	
			Ders Saati	Yüzde Oranı (%)
1	MAT.12.1. NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (1)	2	14	6
2	MAT.12.1. NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (2)	3	22	10
3	MAT.12.3. GEOMETRİK ŞEKİLLER	3	26	12
4	MAT.12.4. GEOMETRİK CİSİMLER	3	30	14
5	MAT.12.2. DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ (1)	4	28	13
6	MAT.12.2. DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ (2)	3	28	13
7	MAT.12.2. DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ (3)	2	28	13
8	MAT.12.5. HAZIR VERİLER ÜZERİNDE ÇALIŞMA	1	30	14
	OKUL TEMELLİ PLANLAMA <sup>1</sup>	-	10	5
	<b>TOPLAM</b>	<b>18</b>	<b>216</b>	<b>100</b>

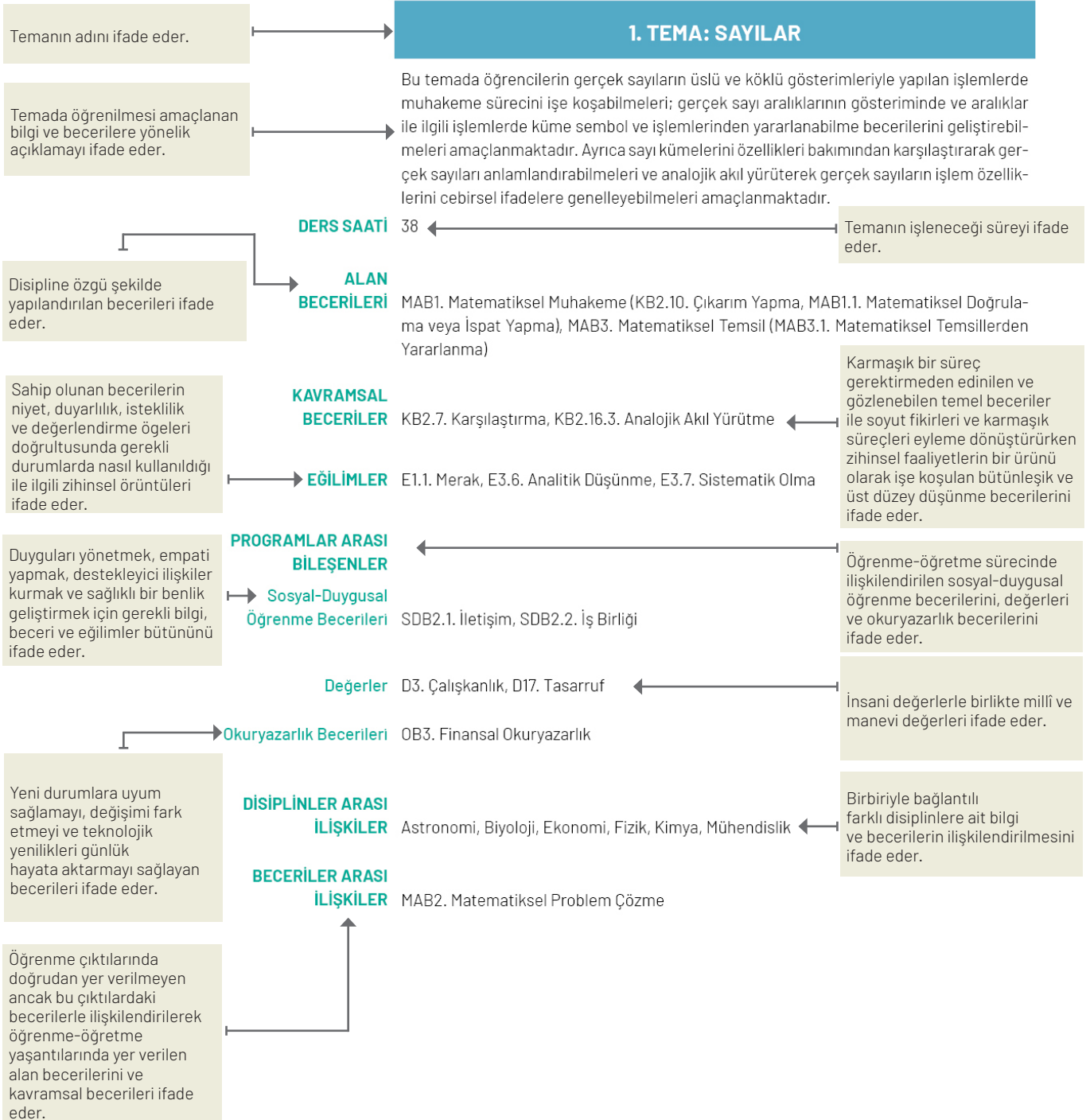
<sup>1</sup> Zümre öğretmenler kurulu tarafından ders kapsamında yapılacak çalışmalara ayrılan süredir. Okul temelli planlama ders saatleri; okul dışı öğrenme etkinlikleri, araştırma ve gözlem, sosyal etkinlikler, proje çalışmaları, yerel çalışmalar, okuma çalışmaları gibi faaliyetlerin yanı sıra zümre öğretmenleri tarafından öğrencilerin meslek seçimi ve kariyer planlaması yapabilmeleri amacıyla onlara rehberlik edecek şekilde kullanılır. Bu kapsamda planlanan eğitim öğretim faaliyetleri, mesleki rehberlik ve kariyer danışmanlığı bağlamında yürütülür. Çalışmalar için ayrılan süre, eğitim öğretim yılı içinde planlanır ve yıllık planda ifade edilir.

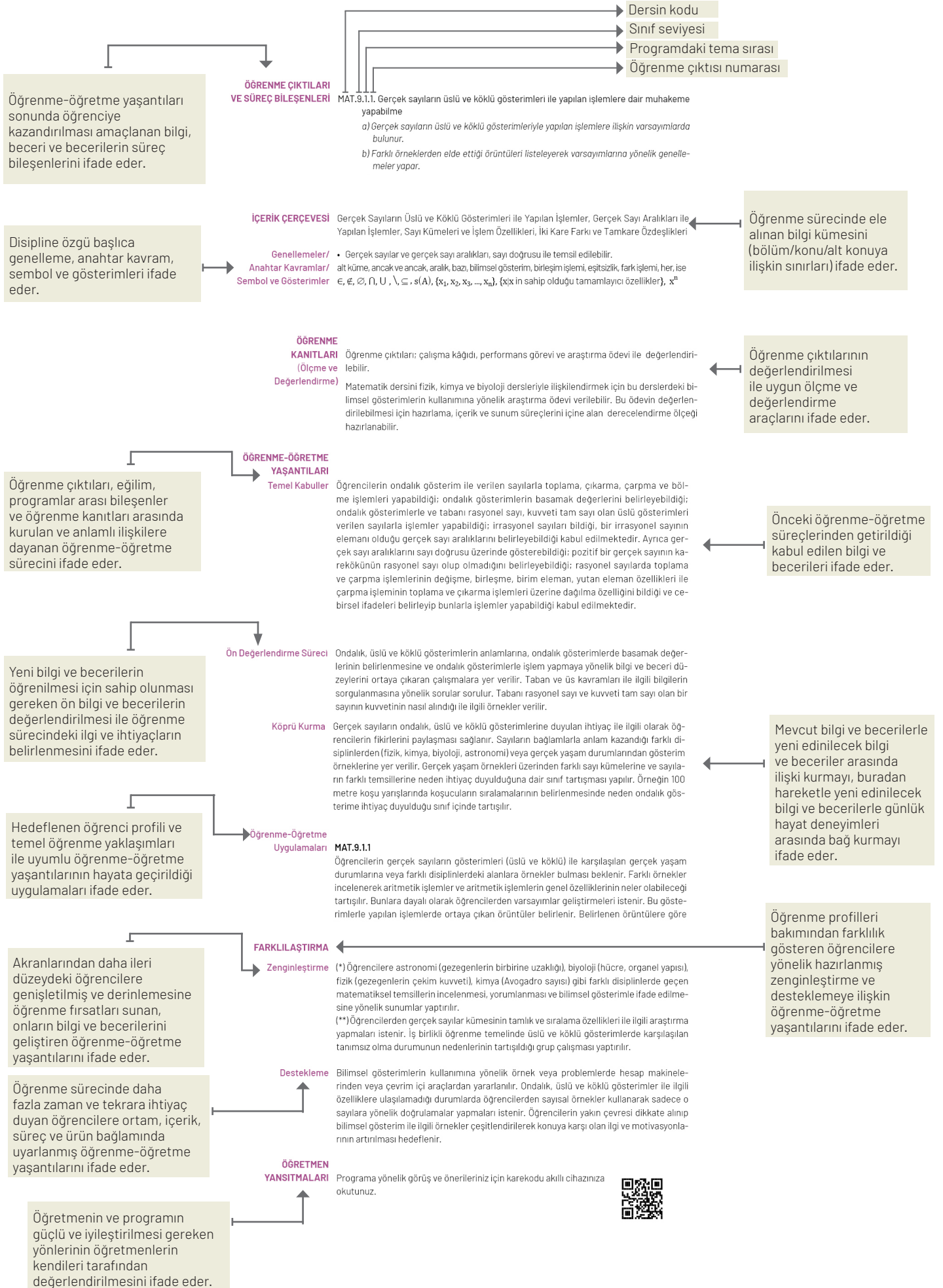
## 1.4. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ KİTAP FORMA SAYILARI VE KİTAP EBATLARI

DERS KİTABI	FORMA SAYISI	KİTAP EBADI
HAZIRLIK	13-15	19,5 cm X 27,5 cm
MATEMATİK 9	25-27	19,5 cm X 27,5 cm
MATEMATİK 10	22-24	19,5 cm X 27,5 cm
MATEMATİK 11	22-24	19,5 cm X 27,5 cm
MATEMATİK 12	24-26	19,5 cm X 27,5 cm

## 1.5. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI'NIN YAPISI

Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı temalarının yapısı aşağıdaki bilgi görselinde verilmiştir.





### 1.5.1. Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın İçerik Tasarımı

İçerik tasarımında kavramsal beceriler ile matematik alan becerilerini temel alan *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın geliştirmeyi amaçladığı 5 alan becerisi aşağıdaki gibidir.

- Matematiksel muhakeme,
- Matematiksel problem çözme,
- Matematiksel temsil,
- Veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme,
- Matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma.

Bu alan becerilerinden her biri, matematiksel düşünmeden ve matematik öğretiminden beklenen bireysel veya toplumsal faydanın önemli bir boyutunu yansıtmaktadır. Bu anlamda öğretim programlarında veya alan yazınında tanımlanan pek çok matematiksel beceri, bu programda temel alınan alan becerilerinin bir bileşeni olarak işe koşulmuştur.

Matematiksel muhakeme becerisi; çözümlenme, yorumlama, çıkarım yapma, matematiksel doğrulama veya ispat yapma şeklinde dört ana beceriden ve bunların süreç bileşenlerinden oluşmaktadır. Örüntü arama, genelleme, tahmin etme, önerme sunma, farklı temsillerden yararlanma, ilişkilendirme gibi pek çok matematiksel beceriye muhakeme becerisinin süreç bileşenleri bağlamında yer verilmiştir.

Matematiksel problem çözme; çözümlenme, yorumlama, matematiksel çözümler geliştirme, yansıtma şeklinde dört ana beceriden ve bunların süreç bileşenlerinden oluşmaktadır. Sezgiye ve deneyime dayalı stratejiler geliştirerek bu stratejileri işe koşabilme, problemin çözümü ve işe koşulan stratejiyi farklı açılardan değerlendirebilme, matematiksel modellemeyi kullanabilme gibi matematiksel becerilere problem çözme becerisinin süreç bileşenleri altında yer verilmiştir. Ayrıca problem kurma becerisine temalarda vurgu yapılmamış olup bu beceri, problem çözme becerisinin yansıtma bileşeni altında ele alınmıştır. Problem kurma becerisi; problem çözme deneyiminin gözden geçirilmesi, deneyime dayalı çıkarımlar yapılması ve ulaşılan çıkarımların değerlendirilmesi ile ilişkili olduğu için programda ayrı bir beceri olarak yer almamıştır.

Matematiksel temsil becerisi; matematiksel temsillerden yararlanma, matematiksel temsilleri değerlendirme şeklinde iki ana beceriden ve bunların süreç bileşenlerinden oluşmaktadır. Matematiksel temsilleri tanıyıp kullanabilme, görselleştirme, temsiller aracılığı ile matematiksel iletişim kurabilme gibi matematiksel becerilere matematiksel temsil becerisinin süreç bileşenleri bağlamında yer verilmiştir.

Veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme becerisi; istatistiksel problemi belirleme, verileri toplama ve analize hazırlama, bulgulara ulaşma, bulguları yorumlama şeklinde dört ana beceriden ve bunların süreç bileşenlerinden oluşmaktadır. İstatistiksel sorular oluşturarak bu sorulara cevap bulmak amacıyla verileri toplayabilme, verileri analiz edebilme, verileri görselleştirebilme, verileri ilişkilendirip yorumlayabilme ve istatistiksel çıkarım yapabilme gibi pek çok beceriye veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme becerisinin süreç bileşenleri bağlamında yer verilmiştir.

Matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerisi; matematiksel araç ve teknolojiden yararlanma, değerlendirme şeklinde iki ana beceriden ve bunların süreç bileşenlerinden oluşmaktadır. Başta pergel, cetvel ve çizgeç (ölçüsüz cetvel) kullanarak çizim ve inşa yapabilme becerisinden matematik öğrenme sürecinde uygun teknolojik araçların özelliklerini tanıyıp etkin şekilde kullanmaya ve kullanılan farklı araçları karşılaştırıp değerlendirebilmeye kadar pek çok beceriye matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerisinin süreç bileşenleri bağlamında yer verilmiştir.

Programın öğrenme çıktıları, bu alan becerilerinin yanı sıra pek çok kavramsal becerinin süreç bileşenleri dikkate alınarak belirlenmiştir. Öğrenme çıktıları belirlenirken Türkiye Yüzyılı Maarif Modeli Ortak Metni'nde yer alan kavramsal beceriler veya alan becerilerinin süreç bileşenleri, sırası değiştirilmeden ilgili kavram veya temaya uygun şekilde ifade edilmiştir. Beceri temelli program yaklaşımının bir gerekliliği olarak öğrenme çıktıları belirlenirken mevcut programın matematiksel içeriğinin bazı boyutları dönüştürülmüş veya tamamıyla yeniden tasarlanmıştır. Yine bu yaklaşımın bir gerekliliği olarak matematiksel bilgiler kavramsal ilişkililik, birey için anlamlılık ve matematik öğretiminin amaçları açısından faydalılık gibi ölçütler açısından değerlendirilmiş; bu ölçütleri sağlamayan matematiksel içeriklere programda yer verilmemiştir. Bu anlamda daha yalın, tutarlı ve beceri gelişimini destekleyen bir içerik yapısı kurgulanmıştır.



Belirlenen içeriklerin becerilerle buluşturularak öğrenme çıktılarının oluşturulmasında *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nin amacı ve tematik yapısının yanı sıra *İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programı* ve *Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*'nin öğrenme çıktıları da dikkate alınmıştır. Bu anlamda söz konusu programların matematiksel içeriğinin yanı sıra geliştirmeyi amaçladığı becerilerin kapsamı da göz önünde bulundurulmuştur. Örneğin daha ziyade muhakeme becerisinin ilk üç bileşeninin ön planda olduğu *Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*'na oranla *Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nda daha fazla matematiksel doğrulama veya ispat yapma bileşenine yer verilmiştir. Bu anlamda farklı düzeylerin programları arasında yalnızca matematiksel içerikler bağlamında değil aynı zamanda beceriler bağlamında da kademeli bir gelişim ve derinleşme amacı gözetilmiştir.

## 1.5.2. Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın Tema İçerikleri

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı*'nda yer alan temaların öne çıkan özellikleri, içerikleri ve öğrenme çıktılarına ilişkin bilgiler aşağıda verilmiştir.

### 1.5.2.1. "Sayılar", "Mantıksal Çıkarım", "Algoritma ve Bilişim", "Sayma, Algoritma ve Bilişim", "Nicelikler ve Değişimler", "Değişimin Matematiği" Temaları

Sayılar, cebir ve fonksiyonlarla ilgili kavram ve işlemlerin beceri gelişimi odaklı bir yaklaşımla ele alındığı bu temalar; 9. sınıftan 12. sınıfa kadar birbiri ile ilişkili bir biçimde oluşturulmuştur. 9. sınıfta *Sayılar* teması, gerçek sayıları kapsamaktadır. Temada ortaokul 8. sınıfta kavramsal düzeyde yer verilen gerçek sayıların özellikleri ile üslû ve köklü gösterimlerine, bunlarla ilgili işlemlere yer verilmekte ve 8. sınıfta doğrusal fonksiyonların grafikleri bağlamında giriş yapılan gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlar için bir temel oluşturulmaktadır. Temada matematiksel muhakeme ve matematiksel temsil becerileri ön planda olup bu becerilere ek olarak matematiksel problem çözme becerisinin de işe koşulması söz konusudur. Programda sayılarla ilgili bir diğer temaya 10. sınıfta yer verilmektedir. Bu temada doğal sayıların asal çarpanları ve bölenleri ile en büyük ortak böleni, en küçük ortak katı ve bir doğal sayının belirli doğal sayılara bölümünden kalanlar bağlamında muhakeme becerisi işe koşulmaktadır.

Programda fonksiyonlarla ilgili tüm çalışmalar; gerçek sayılarda veya bir alt kümesinde tanımlı, referans fonksiyonlar olarak ifade edilen bir dizi fonksiyon etrafında *Nicelikler ve Değişimler* temalarında gerçekleştirilmektedir. 9. sınıfta *Nicelikler ve Değişimler* temasında doğrusal fonksiyonlar incelenmektedir. 8. sınıfta dik koordinat sistemindeki grafikleri ile yapılan çalışmaların devamı niteliğinde olan bu temada gerçek sayılarda  $f(x) = x$  şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun özellikleri, bu fonksiyondan türetilen ve  $(a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0) f(x) = ax + b$  şeklinde tanımlanan fonksiyonların nitel özelliklerinin incelenmesi yer almaktadır. Bu temada matematiksel muhakeme ve matematiksel problem çözme becerileri ön planda olup bu becerilerin matematiksel temsil ve matematiksel araç ve teknolojiye yararlanma becerileri ile iç içe bir şekilde işe koşulması beklenmektedir. Doğrusal fonksiyonla ilgili çalışmaların ve işe koşululan becerilerin ortaöğretimin diğer sınıflarında aynı yaklaşımla sürdürülmesi amaçlanmaktadır. Bu bağlamda gerçek sayılarda veya bir alt kümesinde tanımlı referans fonksiyonların hem bir fonksiyon ailesinin üretici hem niceliklerin birbirine bağlı değişimlerini inceleme aracı hem de bir problem çözme aracı olduğu göz önünde bulundurulmuştur. Bu yaklaşım çerçevesinde gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlarla sınırlı kalınmakta ve 12. sınıfta yer alan *Değişimin Matematiği* teması için sağlam bir temel oluşturulmaktadır. *Nicelikler ve Değişimler* teması kapsamında 10. sınıfta gerçek sayılarda veya bir alt kümesinde  $f(x) = x^2$ ,  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $f(x) = \frac{1}{x}$  şeklinde tanımlı karesel, karekök, rasyonel referans fonksiyonlar ile bunlardan türetilen karesel, karekök ve rasyonel fonksiyonların nitel özelliklerine, ters fonksiyonlarına ve bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren problem çözümlerine yer verilmektedir. 11. sınıfta trigonometrik, üstel ve logaritmik referans fonksiyonlar ile bu fonksiyonlardan türetilen trigonometrik, üstel ve logaritmik fonksiyonların nitel özelliklerine ve bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren problem çözümlerine yer verilmektedir. 11. sınıfta ayrıca bu fonksiyonların bileşkelerine ve dört işlem özelliklerine matematiksel muhakeme odaklı bir yaklaşımla yer verilmektedir. 12. sınıfta polinom ve rasyonel fonksiyonlara *Değişimin Matematiği* temasına hazırlayan bir yaklaşımla yer verilmektedir. 12. sınıfta ayrıca aritmetik ve geometrik dizilere yer verilmekte, özellikleri gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların özellikleri ile karşılaştırmalı bir şekilde incelenmektedir. Tüm sınıf düzeylerinde denklem ve eşitsizlik çözümleri ayrı bir konu veya tema olarak değil incelenen referans fonksiyonlar bağlamında ele alınmıştır. Gerçek yaşam problemleri bağlamında yer verilen denklem ve eşitsizlik çözümleri ile fonksiyonların problem çözme ve modelleme aracı olma özellikleri ön planda tutulmuştur.

Değişimleri fonksiyonlar aracılığıyla incelemenin en etkili matematiksel yöntem ve araçlarını oluşturan limit ve türev kavramları ile bu kavramların uygulamalarına 12. sınıfta *Değişimin Matematiği* teması altında yer verilmiştir. Programda hâlihazırda oldukça sınırlı ve işlem odaklı şekilde sunulan integral kavramına yer verilmemiş, limit ve türev kavramları daha kapsamlı şekilde ele alınmıştır. Limitin türevin temelini oluşturmasının yanı sıra bir fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki veya sonsuzdaki davranışını inceleme aracı olması boyutuna da yer verilmiştir. Türevde ise mevcut içeriklere ek olarak değişimleri anlamlandırmakta ve türevin uygulamalarında önemli bir rolü olduğu düşünülen diferansiyel kavramına, ortalama değer teoremi ve Rolle teoremine yer verilmiştir. Türevle ilgili yorum ve çıkarımlara problem çözme odaklı bir yaklaşımla yer verilmiştir.

Gerek *Sayılar* teması gerek *Nicelikler ve Değişimler* teması gerekse *Değişimin Matematiği* teması, matematiksel dil ve sembolizm ile mantık bağlaçlarının ve niceleyicilerin etkin bir şekilde kullanımını destekleyecek şekilde planlanmıştır. Mantık ve kümeler bağlamında işe koşulan temel kavram ve işlemlere, matematiğin yalın, tutarlı ve ihtimamlı dilini ve yöntemlerini yansıtacak şekilde bu temalar içindeki çalışmalarda yer verilmiştir. Tüm programda fonksiyonlarla ilgili çalışmalar gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlarla sınırlı olduğundan küme sembol ve işlemleri bu amaca en iyi hizmet edecek şekilde gerçek sayı aralıkları bağlamında ele alınmıştır. Küme sembol ve işlemlerinin öncelikle gerçek sayılarda veya bir alt kümesinde tanımlı fonksiyonlar, ardından *Değişimin Matematiği* teması altında limit ve türev kavramlarını içeren çalışmalarda öğrenciler tarafından anlamlı ve etkili bir şekilde kullanılması amaçlanmıştır. Benzer şekilde ayrı bir temada verilmesi yerine mantık bağlaçları ve niceleyicilerin sayılar ve fonksiyonlarla ilgili çalışmalarda anlam kazanması amaçlanmıştır. 9. sınıftan başlamak üzere sayılarla ilgili temel önermelerin ifade edilmesi ve ispatlanmasının yanı sıra fonksiyonların nitel özelliklerinin cebirsel olarak belirlenip ispatlanmasında mantık bağlaçları ve niceleyicilerin anlamlı ve etkili şekilde kullanımına büyük önem verilmiştir. Kümelerle ilgili işlemlerin yanı sıra mantık bağlaçları ve niceleyicilerin bu şekilde matematiksel dil ve sembolizm içindeki yeri ve öneminin fark edilip etkin şekilde kullanımı ile öğrencilerin matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerilerinin aşamalı şekilde gelişiminin sağlanması amaçlanmıştır. Programda ispat yöntemlerinin öğretilmesi yerine öğrencilerin matematiksel ispat yapmayı kendilerine sunulacak uygun öğrenme fırsatları aracılığıyla deneyimlemeleri yaklaşımı esas alınmıştır. Bu bağlamda programın genelinde ispat yöntemi olarak doğrudan ispat ve aksine örnek verme yöntemlerinin kullanımına özellikle işaret edilmiştir.

Programda sayılar, cebir ve fonksiyonlarla yakından ilişkili diğer temalar 9. sınıf *Algoritma ve Bilişim* teması ile 10. sınıf *Sayma, Algoritma ve Bilişim* temasıdır. Bu temalar altında yer verilen çalışmalar, *Ortaokul Matematik Dersi Öğretim Programı*'nın algoritma ile ilgili öğrenme çıktılarının bir devamı niteliğindedir. Programda algoritmik düşünmenin matematiksel düşünme ile ilişkisinden hareketle matematiksel muhakeme, matematiksel temsil, matematiksel problem çözme ve matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerileri bağlamında öğrencilerin algoritmik düşünmeden etkin bir şekilde yararlanabilmeleri amaçlanmaktadır. Algoritmik bir dil ve yaklaşımla matematiksel problem çözme becerisinin odağında hazırlanan bu temalarda, 9. sınıfta öğrencilerin algoritmik yapılar içindeki mantık bağlaçlarını ve niceleyicileri çözümlayebilmeleri, bunların kullanımına yönelik edindikleri deneyimleri farklı matematiksel görev ve problemlere yansıtılabilmeleri amaçlanmaktadır. Böylelikle programın mantık bağlaçları ve niceleyicilerin kullanımına bu sınıf seviyesinde verdiği önem, algoritmik düşünmenin matematiksel bağlamlardaki kullanımı ile güçlendirilmekte ve öğrencilerin mantık bağlaçları ve niceleyicilerin kullanımı ile ilgili bilgi, beceri ve eğilimleri desteklenmektedir. 10. sınıfta ise faktöriyel, sıralama, seçme gibi sayma kavramları algoritma ile ilişkilendirilerek işe koşulmaktadır. Ayrıca temada cebirsel ve fonksiyonel işlemlerin algoritma diliyle ifade edilmesine yer verilmiştir. Böylece cebirsel dilin fonksiyonlarla yapılan işlemlerde anlamlı ve tutarlı bir biçimde kullanılması desteklenmiştir.

### 1.5.2.2. “Geometrik Şekiller”, “Eşlik ve Benzerlik”, “Geometrik Cisimler”, “Analitik İnceleme” Temaları

*Geometrik Şekiller* teması ortaöğretimin tüm seviyelerinde yer almaktadır. Bu temada 9. sınıf seviyesinde üçgende temel elemanlar (açı, kenar), üçgen eşitsizliği; 10. sınıf seviyesinde üçgende yardımcı elemanlar (iç açıortay, dış açıortay, yükseklik, kenarortay, kenar orta dikme), iç teğet çember ve dış teğet çember, çevrel çember, trigonometrik oranlar, sinüs ve kosinüs teoremleri; 11. sınıf seviyesinde çokgenler (içbükey ve dışbükey çokgen, düzgün çokgen), dörtgenler (dörtgen çeşitleri) ve bunların özellikleri (kenar, açı, köşegen, simetri, alan), kenar, açı, köşegen ve simetri özelliklerinden hareketle özel dörtgenlerin aralarındaki ilişkiler; 12. sınıf seviyesinde çember ve çemberle ilişkili elemanlar (kesen, kiriş, teğet, çap ve yay) incelenmiştir. Bu tema bağlamında ilkökulda çözümlenme ve yorumlama becerilerine ortaokulda ise daha çok yorumlama ve çıkarım yapma becerilerine odaklanılmıştır. Bu programda öğrencilerin önceki seviyelerde edindikleri geometrik şekil bilgileri formal biçimde ele alınarak daha çok matematiksel doğrulama veya ispat yapma becerileri öne çıkarılmıştır. *Geometrik Şekiller* teması matematiksel muhakeme ve matematiksel problem çözme alan

becerileri ve çıkarım yapma, sınıflandırma, yapılandırma, çözümlenme bütünleşik becerileri odağında tasarlanmıştır. Bu beceriler aynı zamanda matematiksel temsil, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma alan becerileri ile de ilişkilendirilmiştir.

9. sınıfta yer alan *Eşlik ve Benzerlik* temasında geometrik dönüşümlere, üçgenlerde eşlik ve benzerlik için gerekli olan asgari koşullara, benzerlik oranına, bir üçgenden hareketle ona benzer üçgenler oluşturmaya, Tales, Öklid ve Pisagor teoremlerini ispatlamaya ve bu teoremleri problem durumlarında kullanmaya yönelik içerikler yer almaktadır. Ortaokul seviyesinde öteleme ve yansıma dönüşümleri mevcutken bu sınıf seviyesinde dönme dönüşümüne yer verilmiştir. Ayrıca dönüşümlerle eşlik kavramı arasında ilişkilendirmeler yapılmıştır. Bununla birlikte bu temada birçok geometrik doğrulama ve ispat, benzerlik fikri kapsamında ele alınmıştır. *Geometrik Şekiller* temasına benzer şekilde matematiksel muhakeme ve matematiksel problem çözme odağında hazırlanan *Eşlik ve Benzerlik* teması, yine diğer alan becerileri ve farklı kavramsal becerilerle ilişkili biçimde ele alınmıştır.

10. sınıfta yer alan *Analitik İnceleme* teması, cebir ve geometri ile ilgili önceki çalışmaların bir ortak noktası olarak tasarlanmıştır. Bu temada öğrencilerin ortaokul seviyesinde öğrendikleri dik koordinat sisteminde nokta belirleme ve doğrusal fonksiyon grafiği çizme bilgilerinin üzerine dik koordinat sistemini tanıyıp dik koordinat sisteminde uzaklık ve doğruların birbirine göre konumlarını doğrusal fonksiyonlar konusunda edindikleri bilgilerle ilişkilendirilerek incelemeleri beklenmektedir. Bu anlamda tema, matematiksel temsil becerisi odağında hazırlanmış; matematiksel problem çözme, matematiksel araç ve teknoloji ile çalışma becerileriyle ilişkilendirilmiştir.

12. sınıf *Geometrik Cisimler* temasında dikdörtgenler prizması ve dik dairesel silindirin özellikleri, yüzey alanı ve hacim bağıntılarından yararlanılarak dik piramit, dik dairesel koni ve kürenin özellikleri ile yüzey alanı ve hacim bağıntılarının elde edilmesine yer verilmiştir.

### 1.5.2.3. "İstatistiksel Araştırma Süreci", "Veriden Olasılığa", "Hazır Veriler Üzerinde Çalışma" Temaları

*Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nın* tüm seviyelerinde istatistiksel araştırma süreci bütüncül bir yapıda ele alınmıştır. Tüm sınıf seviyelerinde istatistiksel araştırma sürecinin adımlarına (istatistiksel problemi belirleme, verileri toplama ve analize hazırlama, bulgulara ulaşma, bulguları yorumlama) yer verilmiştir.

Ortaokul seviyesinde betimsel ve karşılaştırma gerektiren araştırma sorularına odaklanılmıştır. Ortaöğretim düzeyinde ise öğrencilerin betimsel ve karşılaştırma gerektiren araştırma sorularının yanı sıra iki değişken arasındaki ilişkililiği incelemeye yönelik araştırma soruları ile de çalışmalar yapmaları hedeflenmiştir. Benzer şekilde ortaokulda kendi topladığı veya öğretmenin sunduğu veri setleri üzerinden istatistiksel araştırma sürecini yönetirken bu programda buna ek olarak hazır veri setlerini eleştirel gözle değerlendirmeleri istenmiştir. Ayrıca farklı temsil biçimleri ile verileri analiz ederek elde edilen bulgular üzerinden veriler arası ve veriler ötesi yorumlamalara yer verilmiştir. Bunun yanı sıra öğrencilerin verilere dayalı çıkarım yapmaları beklenmektedir. *İstatistiksel Araştırma Süreci* temasına 9, 10 ve 11. sınıflarda yer verilmiştir. 9. sınıfta bu tema kapsamında tek nicel değişkenli veri dağılımlarına, 10. sınıfta iki kategorik değişkenli veri dağılımlarına, 11. sınıfta iki nicel değişkenli veri dağılımlarına yer verilmiştir. Bu dağılımlarda evren, örneklem, değişebilirlik, ilişkililik, histogram, standart sapma ve bu araçları inceleme, sonuç çıkarma, tahminde bulunma, iki yönlü tablo, sütun grafikleri, koşullu göreceli sıklıklar, tablo, serpm diyagramı (saçılım grafiği), bölgelere göre sayım oranı, korelasyon katsayısı ele alınmıştır. Ayrıca öğrencilerin başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve tahminleri eleştirel bir bakış açısıyla tartışabilme becerisinin gelişimine de önem verilmiştir. 12. sınıfta ise öğrencilerin 9, 10 ve 11. sınıfta öğrendikleri bilgilerden hareketle toplumsal ve bilimsel durumlara ilişkin hazır veri ile çalışabilmeleri ve hazır veriye dayalı karar verebilmeleri için istatistiksel araştırma tasarımları yapmaları istenmektedir.

*Veriden Olasılığa* temasında 9. sınıfta iki veya daha fazla olaylı deneyler üzerinde durulmuş ve olay, deney, çıktı, örnek uzay, deneysel olasılık, teorik olasılık konularına; 10. sınıfta ise bağımlı olay, bağımsız olay, koşullu olasılık ve Bayes (Beyz) teoremine yer verilmiştir.

*Veriden Olasılığa* teması hariç tüm temalarda matematiksel alan becerilerinden veri ile çalışma ve veriye dayalı karar verme becerisi işe koşulmuştur. *Veriden Olasılığa* temasında ise özel olarak bir alan becerisine yer verilmemiş; gözleme dayalı tahmin etme, tümevarımsal akıl yürütme, çıkarım yapma ve mevcut bilgiye/veriye dayalı tahmin etme bütünleşik becerilerine yer verilmiştir. Tüm temalarda diğer alan becerileri ile bütünleşik beceriler ilişkilendirilmiştir.

## 2. ORTAÖĞRETİM MATEMATİK DERSİ ÖĞRETİM PROGRAMI SINIF DÜZEYLERİNE AİT TEMALAR

### HAZIRLIK SINIFI

### 1. TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

Bu temada öğrencilerin doğrusal ilişkiler içeren problemleri matematiksel araç ve teknolojiye yararlanarak çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 20

**ALAN BECERİLERİ** MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma (MAB5.1. Matematiksel Araç ve Teknolojiden Yararlanma)

**KAVRAMSAL BECERİLER** -

**EĞİMLER** E2.3. Girişkenlik

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB2.2. İş Birliği, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D3. Çalışkanlık, D16. Sorumluluk

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık

### DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER

Biyoloji, Ekonomi, Fizik, Kimya

### BECERİLER ARASI İLİŞKİLER

MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB3. Matematiksel Temsil

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.H.1.1. Doğrusal ilişkiler içeren problemlerin çözümlerinde matematiksel araç ve teknolojilerden yararlanabilme

a) Doğrusal ilişkiler içeren problemlerin çözümlerinde kullanılacak matematiksel araç ve teknolojileri tanıır.

b) Doğrusal ilişkiler içeren problemlerin çözümleri için kullanılacak matematiksel araç ve teknolojilerden uygun olanları seçer.

c) Doğrusal ilişkiler içeren problemlerin çözümleri için belirlediği matematiksel araç ve teknolojiyi kullanır.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

Doğrusal İlişki İçeren Problemler

**Genellemeler** • Doğrusal ilişkiler; niceliklerin eşit aralıklarda, eşit farklarla birbirlerine bağlı değişimlerini temsil eder.

**Anahtar Kavramlar** dik koordinat sistemi, doğrusal ilişki, doğru, eğim, koordinat

**Sembol ve Gösterimler**  $(x, y), y = mx + n$

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; performans görevi, açık uçlu sorular ve dijital testlerle değerlendirilebilir.

Doğrusal ilişkiler içeren problem çözümlerinde matematiksel araç ve teknolojilerin kullanımına yönelik performans görevi verilebilir. Performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ve öz değerlendirme formu kullanılarak değerlendirilebilir.

Doğrusal ilişkiler içeren gerçek yaşam problemlerinden hareketle matematiksel araç ve teknolojileri kullanarak öğrencilerin olası tüm çözüm stratejilerini inceleyebilecekleri açık uçlu sorulardan oluşan dijital testler kullanılabilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin dik koordinat sistemini tanıdığı, dik koordinat sisteminde sıralı ikilileri gösterebildiği, doğrusal ilişkili nicelikleri bağımlı-bağımsız değişkenlerle cebirsel olarak ifade edebildiği, doğrusal ilişkili iki çokluk arasındaki ilişkiyi fonksiyon olarak ifade edebildiği, dik koordinat sisteminde verilen doğrusal ilişkilerin grafiklerini eğimlerine göre yorumlayabildiği, doğrusal ilişkili iki niceliğe ait cebirsel bir ifadede bir niceliğin değeri verildiğinde diğerinin değerini hesaplayabildiği kabul edilmektedir.

### Ön Değerlendirme Süreci

Doğrusal ilişkileri belirleyebilmeye ilgili bilgilerini değerlendirmek için öğrencilere gerçek yaşamdan örnekler inceletilebilir. Öğrencilere doğrusal ilişki içeren eğitici oyunlar oynatılarak varsa ön bilgilerdeki eksikliklerin giderilmesi sağlanır. Öğrencilerden koordinatları verilen farklı noktaları dik koordinat sistemine yerleştirmeleri ve cebirsel gösterimleri verilen farklı doğruların grafiklerini dik koordinat sisteminde çizmeleri istenir.

**Köprü Kurma** Öğrencilerin önceki öğrenmelerinden hareketle hangi durumların doğrusal ilişkilerle temsil edilebileceğine dair fikir yürütmelerini sağlayacak doğrusal ilişki ve doğrusallık kavramlarının ne anlama geldiğiyle ilgili sorulara yer verilir. Doğrusal ilişkilerin grafik temsilleri ile cebirsel temsilleri arasındaki ilişkiler, gerçek yaşam bağlamlarında (sıcaklık değişimi, ücret tarifeleri, tasarruf edilen suyun hacmine göre aile bütçesinde azalan gider gibi) öğrencilere sorgulatılabilir. Böylelikle öğrencilerin ilgi ve motivasyonlarının artırılması ve bilişsel açıdan temaya hazır olmaları sağlanır.

### Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

#### MAT.H.1.1

Doğrusal ilişkiler içeren problemlerden elde edilen veriler; tablo, cebirsel ve grafik temsillerle ifade edilir (**MAB2, MAB3**). Bu problemlerde yer alan doğrusal ilişkiyi temsil eden doğruların eğiminin pozitif/negatif olması durumlarına, bu doğruların orijinden geçen/geçmeyen farklı durumlar içermesine dikkat edilir. Doğruların tablo, cebirsel ve grafik temsillerinde elektronik tablo ve dijital grafik hesaplayıcılar içeren matematik yazılımları kullanılır (**D3.3**). Problemdaki bilgilere göre öğrencilerin elektronik tabloyu doldurmaları ve doğrusal ilişkiyi keşfettikten sonra elektronik tablo yardımıyla problemdeki bağlama uygun başka noktalar bulmaları sağlanır. Tablodaki değerlerin bağımlı-bağımsız değişkene göre dik koordinat sisteminde noktalarla temsil edildiği çalışmalar için dijital grafik hesaplayıcı içeren matematik yazılımları kullanılır. İki nokta verildiğinde bu noktalarla aynı doğru üzerinde olacak üçüncü bir nokta bulmaya dönük çalışmalar için öğrenciler, dijital grafik hesaplayıcılar içeren matematik yazılımları kullanır. Bu matematiksel araç ve teknolojilerin hangi durumlarda ve nasıl kullanılacağına ilişkin örnek çalışmalar yapılır (**OB2, SDB1.2**). Öğrencilere benzer çalışmalara yönelik performans görevi verilebilir. Öğrencilerden verilen performans görevini zamanında ve eksiksiz olarak yerine getirmeleri beklenir. Böylece sorumluluk değerini kazanmaları desteklenir (**D16.3**).

Öğrencilerin verilen bir problem durumundan yola çıkarak doğrusal ilişkiye ait cebirsel temsil elde etmek ya da doğrusal ilişkinin grafiğini çizmek için matematiksel araç ve teknolojilerden uygun olanları kullanmaları sağlanır. Öğrencilerden doğrusal ilişkilerin grafik temsilleri ile cebirsel temsillerindeki katsayıları matematiksel araç ve teknolojiden yararlanarak yorumlamaları beklenir. Örneğin dik koordinat sisteminde verilen bir doğruya paralel doğrular oluşturmak, bir doğrunun verilen bir göreve uygun olarak grafiğinin ötelenmesini sağlayacak şekilde katsayılarını değiştirmek gibi görevler etkileşimli dijital araçlar üzerinde gerçekleştirilir. Bu dijital araçlarla öğrencilerin bireysel denemeler yapmaları sağlanarak kendi öğrenme deneyimlerini oluşturmaları desteklenir (**E2.3, SDB1.2**). Öğrencilere olası tüm çözüm stratejilerini inceleyebilecekleri açık uçlu sorulardan oluşan dijital testler verilebilir.

Öğrencilerden fizik, kimya, biyoloji veya ekonomi alanlarında karşılaştıkları doğrusal ilişkilerden hareketle denklem ve eşitsizlikleri kullanmayı gerektirecek sözel temsilleri matematiksel temsillere dönüştürebilmeleri beklenir (**MAB3**). Bu temsiller arası geçişin gösterilebilmesi için elektronik tablolardan ve matematik yazılımlarından yararlanılır. Öğrencilerin problem çözmede farklı yollar denemelerine imkân veren, dijital olarak hazırlanmış, iş birlikli öğrenme yöntemiyle yapılan etkinlikler veya yarışmalar düzenlenir (**SDB2.2, SDB3.2**). Bu süreçte öğrencilerin grup dinamiğinde etkin olmaları ve kendilerine uygun görevleri almaya istekli olmaları beklenir (**D3.4**). Öğrencilerin problem çözme sürecinde farklı yollar denemeleri, sözel temsillerle cebirsel ve grafik temsilleri arasındaki ilişkileri yorumlayabilme becerileri desteklenerek esneklik becerilerinin gelişimine katkı sağlanır (**SDB3.2**). Öğrencilere doğrusal ilişkiler içeren problem çözümlerine yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Öğrencilere bilgisayar bilimleri, kriptoloji, fizik, kimya, biyoloji gibi farklı disiplinlerde geçen doğrusal ilişkili durumların keşfedilmesine ve bu durumların matematiksel temsillerle ilişkilendirilmesine yönelik görevler verilir. Bu görevlerde öğrencilerin matematik yazılımlarından yararlanmaları sağlanır. Benzer şekilde doğrusal ilişkili problemler ifade edilirken “sözde kod yazma” gibi farklı uygulamalar yaptırılır.

**Destekleme** Basit doğrusal ilişkili durumları (şekilsel sayı örüntüleri, sabit hızlı harekette zaman ile yol ilişkisi gibi) fark etmeye yönelik çalışmalara yer verilir. Doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumları, öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonu artırılır. Kullanılacak dijital materyallerin kullanıcı arayüzlerinin kolay, anlaşılır ve farklı denemeler yapmaya uygun olmasına dikkat edilir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 2. TEMA: MANTIKSAL ÇIKARIM

Bu temada öğrencilerin mantıksal çıkarım gerektiren problemleri farklı stratejiler kullanarak çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 20

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** -

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. Sistematiik Olma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Kendini Tanıma (Öz Farkındalık), SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB2.1. İletişim, SDB2.3. Sosyal Farkındalık, SDB3.2. Esneklik, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D3. Çalışkanlık, D10. Mütevazılık, D14. Saygı

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB7. Veri Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Biyoloji, Kimya

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil



## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.H.2.1. Mantıksal çıkarım gerektiren problemleri çözebilme

- Problemlerde verilen matematiksel yapıları belirler.
- Problemlerde verilen matematiksel yapılar ile problemlere uygun farklı matematiksel temsiller arasındaki ilişkileri belirler.
- Problemlerde verilen matematiksel yapıları farklı matematiksel temsillere dönüştürür.
- Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.
- Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillere dayalı problemlerin çözümleri için stratejiler oluşturur.
- Karşılaşılan problemlerde seçtiği çözüm stratejilerini kullanır.
- Kullandığı çözüm stratejilerini kontrol eder.
- Çözümüne ulaştığı problemler için olası farklı çözüm stratejilerini inceler.
- Çözümüne ulaştıran farklı stratejilere yönelik çıkarımlar yapar.
- Çözümüne ulaştıran stratejilere yönelik çıkarımlarını bu stratejilerin kullanılabileceği başka problemler açısından değerlendirir.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

Mantıksal Çıkarım Gerektiren Problemler

- Genellemeler**
- Sonlu sayıda nicelik içeren mantıksal çıkarım gerektiren problemler, sunulan niceliklerin uygun temsilleri kullanılarak çözülebilir.

**Anahtar Kavramlar** ağaç şeması, mantıksal çıkarım

**Sembol ve Gösterimler** -

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları, çalışma kâğıdı ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere ağaç şeması, sistematik listeleme, diyagram ve tablo temsiline yararlanma gibi farklı çözüm stratejilerinin kullanımına uygun mantıksal çıkarım gerektiren problemlerin yer aldığı çalışma kâğıdı verilebilir. Çalışma kâğıdı, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir. Öz değerlendirme formuyla öğrencilerin kendilerini değerlendirmeleri istenebilir.

Farklı disiplinlerde karşılaşılan ve mantıksal çıkarım gerektiren problem durumlarına ilişkin performans görevinin değerlendirilebilmesi için hazırlık, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği kullanılabilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin tam sayılarda toplama ve çarpma işlemlerinin özelliklerini bildiği; bir doğal sayının çarpanlarını ve katlarını, iki doğal sayının ortak bölenlerini ve ortak katlarını belirleyebildiği; bölünen, bölen, bölüm ve kalan kavramlarını bildiği; temel aritmetik işlemleri kullanmayı gerektiren gerçek yaşam problemlerini çözümlenebildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin tam sayılarda toplama ve çarpma işlemlerinin özellikleri, bir doğal sayının çarpanları ve katları, iki doğal sayının ortak bölenleri ve ortak katları, bölünen, bölen, bölüm ve kalan kavramlarıyla ilgili bilgilerinin, temel aritmetik işlemlerle ilgili becerilerinin belirlenebilmesi için soru cevap tekniği uygulanabilir.

**Köprü Kurma** Gerçek yaşamda karşılaşılan (bir öğrencinin farklı seçmeli derslerden aynı gün ve saatte olmayan dersleri seçmesi, bir gökdelende duracağı katlar farklı algoritmalara göre belirlenen asansörlerden gidilecek kata göre en uygun olanın çağırılması gibi), mantıksal çıkarım gerektiren durumlara ilişkin örneklere yer verilir. Gerçek yaşamda verilerin sıralandığı (tren veya otobüs sefer saatlerinin sıralı olarak verilmesi, doktor nöbet günlerinin sıralı olarak belirtilmesi gibi), diyagram (bir spor organizasyonunda yapılacak elemelerin gösteriminde, biyolojide canlıların özelliklerine göre sınıflandırılmasında kullanılan diyagramlar gibi) veya tablo ile gösterildiği (haftalık ders programları gibi), gruplandırıldığı (ülkemizdeki şehirlerin isimlerinin baş harflerine göre gruplandırılması gibi) örneklere yer verilir. Bu örneklerden hareketle, hangi temsil biçimine ne amaçla yer verildiği, tercih edilen temsil biçiminin olumlu veya olumsuz yönlerinin neler olduğu gibi farklı konulara ilişkin sınıf içi tartışmalar yapılır.

## Öğrenme-Öğretme

### Uygulamaları **MAT.H.2.1**

Sözel mantık problemleri, zekâ soruları, bilmeceler, kelime oyunları, nim oyunları gibi farklı soru veya problemlerin mantıksal çıkarım gerektirdiği üzerinde durularak mantıksal çıkarım kavramının anlamlandırılması üzerine çalışmalar yapılır. Kimyada maddelerin homojen karışım oluşturup oluşturumama bilgisine göre bir karışımdaki maddelerin türlerinin belirlenmesi; maddenin katı, sıvı veya gaz hâlinde olduğu sıcaklık aralıklarına göre sıcaklığı sabit olan bir ortamda belirli hâllerde bulunan maddelerin türlerinin belirlenmesi; biyolojide besleme-beslenme ilişkilerine göre canlıların yaşayabilecekleri uygun ekolojik koşulların belirlenmesi gibi farklı disiplinlerde karşılaşılan ve mantıksal çıkarım gerektiren durumların neler olduğuna dair sınıf içi tartışmalar yapılır (**SDB2.1, SDB3.3, E1.1**).

Problem örnekleri üzerinden gruplandırma, örüntü elde etme, sistematik liste yapma, sıralama gibi stratejiler uygulanarak matematiksel temsiller ile problemdeki algoritmik yapılar arasındaki ilişkiler belirlenir (**E3.6**). Belirlenen ilişkilerden hareketle problemlerde yer verilen bilgilere dayalı olarak sözel veya görsel temsilleri tablolaştırma, cebirsel temsil elde etme gibi matematiksel dil veya temsillerin kullanılması sağlanır (**OB1, OB4, MAB3**). Dönüştürülen temsillerin problem bağlamındaki anlamı ifade edilir. Örneğin bir kısmı oynanmış tic tac toe (tik tak to), sudoku gibi bir oyuna ait görsel verilerek oyunun kalan kısmının kaç farklı şekilde oynanabileceği sorulur. Sorunun çözümü için olası durumlar belirlenip her bir olası durum için yapılabilecek farklı hamleler, tablo ile temsil edilir. Ardından farklı hamlelerin sayısı, tablodan elde edilen veriler yardımıyla basit sayma stratejileri ile bulunur (**OB4**). Bu tür etkinlikler esnasında öğrencilerden disiplinli ve istikrarlı çalışma alışkanlıkları geliştirmesi beklenir (**D3.1**).

Öğrencilerin karşılaşılan problemlerde elde edilen mantıksal çıkarımla ilgili olarak ağaç şeması, sistematik listeleme, diyagram ve tablo temsiline yararlanma gibi çözüm stratejilerinden uygun olanı belirlemeleri sağlanır (**SDB1.2, SDB3.2, E3.7, MAB3**). Öğrencilerden belirlenen çözüm stratejilerinden birini kullanarak problemi çözmeleri beklenir. Öğrenciler, bulunan sonucu farklı çözümlerini kullanarak elde edilen diğer özgün çözümlerle karşılaştırarak kontrol etmeye teşvik edilir (**E3.6, E3.11**).

Örneğin üç kişinin tiyatro, sinema ve müzik branşlarını ilgi düzeylerine göre puanladıkları varsayalım. Buna göre her bir kişinin bu üç branş içerisinde en çok hoşlandığına 3, daha az hoşlandığına 2, en az hoşlandığına 1 puan verdiği kabul edilsin.

Bu kişilerin yaptıkları puanlamalarla ilgili aşağıdaki bilgiler verilsin.

- Herkesin en az hoşlandığı branş, birbirinden farklı olmuştur.
- Müzik, herhangi bir kişinin en çok hoşlandığı branş olmamıştır.
- Tiyatro branşına verilen puanlar, birbirinden farklıdır.

Verilen bilgilere göre sinema branşına verilen toplam puan sorulduğunda öğrencilerin problemin çözümü için tablo temsilinden yararlanmaları beklenir. Buna göre oluşturulacak tablo, her bir kişinin branşlara verebileceği puanlar göz önünde tutulup öğrenciler tarafından doldurulur. Doldurulan tablodan yararlanılarak problem çözülür. Aynı problemin çözümü için diyagram da oluşturulabilir. Buna göre her bir kişinin branşlara verebileceği puanlar göz önünde tutulup kişiler ile branşlar oklarla eşleştirilir. Bu şekilde elde edilen diyagram yardımıyla problem çözülür. Elde edilen sonuç, tablo temsilinden yararlanılarak bulunan sonuç ile karşılaştırılır.

Mantıksal çıkarım gerektiren problemlerin çözümlerinde öğrencilerden farklı yaklaşımlar ortaya koymaları, argümanlar ve karşı argümanlar geliştirmeleri istenir (**SDB3.2**). Aynı problem farklı çözüm stratejileri ile çözüldükten sonra hangi çözüm stratejisinin daha pratik, kolay ve anlaşılır olduğu hakkında her öğrencinin fikir yürütmesi için öğrencilere gerekli zaman tanınır (**SDB1.1**). Çözüm stratejisini bulan öğrencilerin diğer arkadaşlarının da bir çözüm stratejisi geliştirmelerini beklemesi sağlanır. Öğrencilerin tüm fikirleri mütevazı bir şekilde dikkate alıp arkadaşlarından gelen bilgi, öneri ve eleştirilere açık olması sağlanarak sınıf içi tartışmalar yapılır (**SDB2.3, D10.3**). Bu sayede öğrencilerin arkadaşlarının farklı fikirlerine saygı duymaları sağlanır (**D14.1**). Öğrencilerin hangi çözüm stratejisinin kullanımının hangi durumlarda daha uygun olduğunu anlamaları beklenir. Böylelikle öğrencilerin muhakeme, görselleştirme, ilişkilendirme, esneklik ve iletişim gibi becerilerinin geliştirilmesi desteklenir (**SDB2.1, SDB3.2**). Öğrencilere mantıksal çıkarım gerektiren problem durumlarına yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Satranç, sudoku, rubik küp, jenga, mangala gibi oyunlar incelenir. Oyun sırasındaki belli hamleler veya oyunda kullanılan taşlar üzerinden mantıksal çıkarım gerektiren problemler çözülür. Öğrencilerden benzer oyunlar tasarlayarak bu oyunlar üzerinden mantıksal çıkarım gerektiren problem üretmeleri istenir.

**Destekleme** Öğrencilere akış şemaları oluşturma, sistematik liste yapma, tablo oluşturma gibi stratejiler kullanmayı gerektiren çalışma kâğıtları verilir. Bununla ilgili dijital içerikler incelenebilir. Bu stratejilerin kullanıldığı basit muhakemelere dayalı mantıksal çıkarım gerektiren problemler tercih edilir. Benzer nitelikte daha fazla problem incelenerek öğrencilerin zihin alışkanlıkları kazanmaları sağlanır.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



### 3. TEMA: ALGORİTMA VE BİLİŞİM

Bu temada öğrencilerin sonlu sayı örüntülerini genellemeleri ve şifreli metinleri çözebilmeleri için tümevarımsal akıl yürütebilmeleri, şifreli metinler oluşturmaları için analogik olarak akıl yürütebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATI** 26

**ALAN  
BECERİLERİ** -

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.16.1. Tümevarımsal Akıl Yürütme, KB2.16.3. Analogik Akıl Yürütme

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.11. Özgün Düşünme

#### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D8. Mahremiyet, D14. Saygı, D16. Sorumluluk, D19. Vatanseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Bilgisayar Bilimleri, Kriptoloji

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB3. Matematiksel Temsil

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.H.3.1. Sonlu sayı örüntülerine yönelik tümevarımsal akıl yürütebilme

- Sonlu sayı örüntülerinin terimleri arasındaki ilişkileri gözlemler.
- Sonlu sayı örüntülerinin terimleri arasındaki örüntüleri belirler.
- Belirlediği ilişkileri sözel ve cebirsel olarak geneller.

MAT.H.3.2. Şifreli metinleri çözebilmek için tümevarımsal akıl yürütebilme

- Şifreli metinlerdeki ilişkileri gözlemler.
- Şifreli metinlerdeki örüntüleri belirler.
- Belirlediği örüntüleri sözel ve cebirsel olarak geneller.

MAT.H.3.3. Şifreli metinler oluşturabilmek için analogik akıl yürütebilme

- Farklı şifreleme yöntemlerini inceler.
- İncelediği şifreleme yöntemlerinin niteliklerini tespit eder.
- Benzerliklerden çıkarım yaparak yeni şifreler oluşturur.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Sonlu Sayı Örüntüleri, Şifreleme Yöntemleri

**Genellemeler** • Sayı örüntüleri, şifreli metinlerin temelini oluşturur.

**Anahtar Kavramlar** anahtar, deşifre etme, sayı örüntüsü, şifreleme, şifre alfabesi, şifreli metin

**Sembol ve Gösterimler** -

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi, öz ve akran değerlendirme formları ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere günlük hayattan sonlu sayı dizilerinin terimleri arasındaki ilişkileri sözel ve cebirsel olarak genelleyebileceği açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir.

Şifrelemede kullanılan sayı örüntüsü ilişkilerinin ve bu sayı örüntülerinin genel terimlerinin cebirsel temsilinin bulunmasının istendiği çalışma kâğıdı hazırlanabilir. Çalışma kâğıdı, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Öğrencilere şifreli metin oluşturmaya yönelik bir performans görevi verilebilir. Performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Sınıf içi tartışmalar, öz ve akran değerlendirme formları kullanılarak değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin bir doğal sayının çarpanlarını ve katlarını belirleyebildiği; bölünen, bölen, bölüm, kalan kavramlarını ve bölme algoritmasını bildiği; doğal sayılarda bölünebilme kurallarını kullanarak işlemler yapabildiği; iki doğal sayının ortak bölenlerini ve ortak katlarını belirleyebildiği; örüntü, terim ve cebirsel ifade kavramlarını bildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin doğal sayıların ve tam sayıların özellikleri, bölme algoritması, doğal sayılarda bölünebilme kuralları ve cebirsel ifadelerle ilgili bilgi ve becerilerinin belirlenmesi amacıyla açık uçlu sorular sorulabilir. Öğrencilere iki doğal sayının ortak bölenlerini ve ortak katlarını belirlemeye, farklı sayı ve şekil örüntülerinde verilmeyen terimleri bulmaya, örüntüyü devam ettirmeye ve örüntünün cebirsel kuralını bulmaya yönelik çalışmalar yaptırılabilir.

**Köprü Kurma** Ardışık sayılar, ardışık tek/çift sayılar gibi belli özelliğe sahip sayı örüntülerinin incelendiği sınıf içi tartışmalar yapılır. Bu tür sayılara (üçgensel, karesel sayılar gibi) karşılık gelen şekiller incelenebilir. Öğrencilerin gerçek yaşamda (belirli aralıklarla tutulan nöbetler gibi) örüntü içeren farklı durumlarla karşılaşabildiğini fark etmeleri sağlanır.

## Öğrenme-Öğretme

### Uygulamaları **MAT.H.3.1**

Gerçek yaşam durumlarına karşılık gelen bir örüntünün belli sayıda terimi verilir. Bu örüntüye göre örüntünün bir sonraki adımında hangi sayının gelebileceği ve bu sayının nasıl bulunabileceğiyle ilgili sınıf içi tartışmalar yapılır. Örneğin bir ayın ilk günü nöbete başlayan ve her 5 günde bir nöbet tutan bir kişinin 4. nöbetini ayın kaçınıcı gününde tutacağı, belirli bir duraktan 15 dakikada bir geçen tramvayın gün içinde ilk kez saat 08.00'de bu duraktan geçtiği düşünülüğünde aynı duraktan saat kaçta 6. kez geçeceği gibi gerçek yaşam durumları incelenir. Öğrenciler, problemin çözümü ile ilgili bireysel düşüncelerini sınıfta paylaşımları konusunda teşvik edilir (**SDB2.1**). Farklı yapıdaki örüntüler verilerek örüntünün terimleri arasındaki ilişkiler (ortak fark, ortak çarpan, bir teriminin diğer terimler cinsinden ifade edilmesi gibi) hakkında çıkarımda bulunmaları için öğrencilere fırsat verilir. Çıkarımlar sonucunda örüntünün terimleri arasındaki ilişkilerin belirlenmesi sağlanır. Terimler arasındaki ilişkiler sözel ve cebirsel olarak genellenir (**MAB3**). Örneğin örüntünün ardışık terimleri arasındaki farkın ya da oranın sabit olduğu genellemesi yapılabilir. Sayı örüntülerinin bulunduğu çalışma kâğıtları dağıtılarak öğrencilerden örüntülerin genel terimlerini cebirsel olarak ifade etmeleri beklenir (**SDB1.2**). Çalışmanın zamanında ve eksiksiz yerine getirilmesi beklenir (**D16.3**).

### **MAT.H.3.2**

Öğrencilerin kriptoloji bilimi hakkındaki bilgileri ve düşünceleri sorgulanır. Kriptoloji biliminin kullanıldığı alanlar ve önemi hakkında (devletlerin sırlarını şifreleyerek ulusal güvenliği korumak gibi) sınıf içi tartışma yapılır (**D19.4, E1.1**).

Seçilen şifreli metinler harflerden, sembollerden veya sayılardan oluşur. Şifreli metinleri çözme (deşifre etme) problemlerinin çözümleriyle ilgili sınıf içi tartışma yapılır. Öğrencilerin problemlerin çözümleriyle ilgili önce bireysel olarak düşünmesine fırsat verilir (**MAB2, SDB3.3**). Sonrasında öğrenciler kendilerine özgü düşüncelerini paylaşımları konusunda teşvik edilir (**E3.11, SDB2.2**). Bu süreçte öğrencilerden şifreli metinlerdeki örüntüleri incelemeleri ve ardından deşifre etmeleri istenir. Örneğin alfabenin harfleri sıfırdan başlanarak numaralandırılıp belli bir kurala göre ileri ya da geri ötelenerek şifreli metinler elde edilebilir. Bu noktada alfabedeki harflerin şifrelenmesi sonucunda bir şifre alfabesinin oluştuğu gösterilir. Öğrencilerden farklı şifreli metinleri inceleyerek bu metinleri deşifre etmeleri istenir. Örneğin anahtar kullanılarak şifrelenen bir metnin nasıl deşifre edilebileceği incelenir. Sonrasında farklı yöntemlerle şifrelenmiş metinlerin nasıl deşifre edilebildiğine dair çıkarımlarda bulunmaları beklenir (**SDB3.3, MAB1**). Harf, sayı, sembol ve şekillerden oluşan şifreli metin görselleri incelenerek şifreleme algoritmasının nasıl olabileceği üzerine tartışmalar yapılır (**OB4**). Şifreli metinlerin bulunduğu çalışma kâğıtları dağıtılarak öğrencilerin bu metinleri deşifre etmeleri beklenir. Şifreli metinlerin özellikle bilgisayar biliminde kullanımı üzerine tartışılır. Bu sayede verilerin gizliliğini teminat altına almada şifrelemenin önemli bir araç olduğu vurgulanarak kişisel verilerin mahremiyetini sağlamadaki önemi üzerinde durulur (**D8.2**). Öğrencilere şifrelemede kullanılan sayı

örüntüsü ilişkilerinin ve bu sayı örüntülerinin genel terimlerinin cebirsel temsiline bulunmasının istendiği çalışma kâğıdı verilebilir.

### MAT.H.3.3

Önceden bilinen algoritmalara göre oluşturulmuş şifreli metinler incelenir. Bölme işleminden elde edilen kalana göre oluşturulan şifreleme örnekleri gibi farklı şifreleme yöntemleri kullanılan metinlerin incelenmesi sağlanır. Örneğin "A, B, C, ... , Z, nokta, virgül, tırnak işareti, boşluk" gibi 33 sembolden oluşan bir metinde harfler kodlanırken A harfi için 00, B harfi için 01, ... , boşluk için 32 sayısı atanabilir. Harflere karşılık gelen her bir sayının 6 fazlasının 33'e bölümünden kalanların alfabe'deki harf karşılıkları dikkate alınarak oluşturulmuş bir şifreleme örneği verilebilir. Sonrasında öğrencilerin şifreleme kurallarını incelemesi sağlanır. Yapılan incelemeler sonucunda şifreleme kurallarındaki nitelikler (şifrenin yazıldığı dilin alfabe'sindeki harflerin numara karşılıkları, ileri/geri kaç adım ötelendiği, en çok hangi harflerin kullanıldığı, hangi sayı eklenip hangi sayıya bölümden elde edilen kalanlara göre şifreleme yapıldığı gibi) tespit edilir. Bu süreçte sınıf içi tartışmalar yapılır. Bu tartışmalar yapılırken öğrencilerin düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve diğerlerinin düşüncelerini saygı çerçevesinde dinleyerek arkadaşlarıyla etkileşim kurmaları sağlanır (D14.1, SDB2.1). Öğrencilerden tespit edilen özelliklere ilişkin çıkarımlar yapmaları beklenir (MAB1). Sonrasında öğrencilerden yeni şifreler oluşturmaları istenir. Bu süreçte gruplar oluşturularak öğrencilere şifreli metinler hazırlama ve birbirlerinin metinlerini deşifre etme esasına dayanan sınıf içi uygulamalar yaptırılır (SDB2.2). Uygulama sonrası öz değerlendirme ve grup değerlendirmeleri yapılabilir (SDB1.2). Gruplar, oluşturdukları şifreli metinleri mahremiyete dikkat ederek dijital ortamlarda birbirleriyle paylaşır (OB2). Öğrencilere şifreli metin oluşturmaya yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

- Zenginleştirme** (\*)Öğrencilerden tarihte farklı zamanlarda kullanılan matematiksel bilgiye göre geliştirilmiş şifreleme araçlarını (Sezar çarkı, Enigma, SIGABA gibi) incelemeleri istenir. Bu araçlarda ve günümüzde kullanılan şifreleme yöntemlerinde yer alan matematiksel yapıyı belirlemeleri ve kendilerinin de farklı araç ya da şifreleme yöntemi geliştirmeleri istenir.
- Destekleme** Şifre oluşturmayı veya oluşturulan şifreyi çözümlmeyi gerektiren durumlarda öğrencilerin bilgi ve beceri düzeylerine uygun, basit algoritmik işlemler içeren problem örnekleri tercih edilir. Öğrencilere farklı çevrim içi şifreleme uygulamaları kullanılarak şifreleme örneklerini görmeleri ve kendilerinin de uygulamanın ilgili kısmında değişiklikler yaparak şifre oluşturmaları istenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 4. TEMA: GEOMETRİK ŞEKİLLER

Bu temada öğrencilerin geometrik kavram ve şekillerin inşa çalışmalarında matematiksel araç ve teknolojiden yararlanabilmeleri; inşa edilen geometrik şekillerin özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilmeleri; süsleme, kaplama ve fraktalları çözümleyerek özgün desen ve kaplamalar oluşturabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 32

### ALAN

**BECERİLERİ** MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma (MAB5.1. Matematiksel Araç ve Teknolojiden Yararlanma)

### KAVRAMSAL

**BECERİLER** KB2.4. Çözümleme, KB2.10. Çıkarım Yapma, KB2.20. Sentezleme

### EĞİLİMLER

E1.1. Merak, E1.2. Bağımsızlık, E1.5. Kendine Güvenme (Öz Güven), E2.2. Sorumluluk, E2.3. Girişkenlik, E3.11. Özgün Düşünme

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

#### Sosyal-Duygusal

**Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.2. Esneklik

#### Değerler

D7. Estetik, D14. Saygı, D16. Sorumluluk

#### Okuryazarlık Becerileri

OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı, OB9. Sanat Okuryazarlığı

### DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER

Görsel Sanatlar, Mimari

### BECERİLER ARASI İLİŞKİLER

MAB2. Matematiksel Problem Çözme



## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.H.4.1. Farklı geometrik kavram ve şekillerin inşa çalışmalarında matematiksel araç ve teknolojilerden yararlanabilme

- Farklı geometrik kavram ve şekillerin inşasında kullanılacak matematiksel araç ve teknolojileri tanır.
- Tanıdığı matematiksel araç ve teknolojilerden hareketle farklı geometrik kavram ve şekillerin inşası için uygun olan araç ve teknolojileri belirler.
- Farklı geometrik kavram ve şekillerin inşası için belirlediği matematiksel araç ve teknolojileri kullanır.

MAT.H.4.2. Matematiksel araç ve teknolojilerden yararlanılarak inşa edilen bazı özel dörtgenlerin (yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare) özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme

- İnşasını yaptığı bazı özel dörtgenlerin (yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare) özellikleri hakkında varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanarak incelediği bazı özel dörtgenlerin (yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare) özellikleriyle ilgili örüntüleri geneller.
- Elde ettiği genellemeleri varsayımları ile karşılaştırır.
- Genellemelerinden incelediği dörtgenlerin özellikleriyle ilgili matematiksel önermeler sunar.
- Sunduğu önermelerin faydasını incelediği dörtgenlerin ilişkilendirilmesi ve sınıflandırılması bağlamında değerlendirir.

MAT.H.4.3. Fraktalları çözümleyebilme

- Fraktal oluşturan bir yapının bileşenlerini (oran, şekil gibi) belirler.
- Fraktal oluşturan yapının bileşenleri arasındaki ilişkileri belirler.

MAT.H.4.4. Geometrik şekiller kullanılarak oluşturulan süslemeleri çözümleyebilme

- Bir süslemeyi oluşturan bileşenleri (şekil, simetri gibi) belirler.
- Süslemenin bileşenleri arasındaki ilişkileri belirler.

MAT.H.4.5. Geometrik şekillerden kaplamalar sentezleyebilme

- Bir kaplamayı oluşturabilecek farklı geometrik şekilleri belirler.
- Farklı geometrik şekillerden bir kaplama oluşturabilmek için şekiller arasında ilişki kurar.
- Belirlediği şekilleri birleştirerek özgün bir kaplama oluşturur.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

Geometrik Şekillerle İlgili İnşa Çalışmaları, İnşalardan Yararlanarak Özel Dörtgenlerin Özelliklerini Bulma, Fraktallar, Süsleme ve Kaplamalar

- Genellemeler**
- İnşa, geometrik bir şeklin değişmez özelliklerinin tümünü yansıtan bir temsil sürecidir.
  - Geometrik şekiller, süsleme sanatının temel ögesidir.

## Anahtar Kavramlar

fraktal, geometrik inşa, kaplama, süsleme

## Sembol ve Gösterimler

$\perp, //, AB, [AB], [AB, |AB|, m(\hat{A}), m(\hat{BAC}), \hat{ABC}$

**ÖĞRENME****KANITLARI****(Ölçme ve Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, açık uçlu sorular, kısa cevaplı sorular, tanılayıcı dallanmış ağaç, araştırma ödevi, proje ödevi ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere ortaokulda öğrendikleri bir inşa probleminin farklı inşa yöntemlerini araştırmalarına ve bu yöntemleri sunmalarına yönelik proje ödevi verilebilir. Proje ödevinin değerlendirilmesinde hazırlık, içerik ve sunum süreçlerinin dikkate alındığı derecelendirme ölçeği kullanılabilir. Öğrencilerin güçlü ve zayıf yanlarını tanıyarak ihtiyaçlarını belirlemeleri, öğrenme sürecinde ihtiyaçlarını karşılamaya yönelik hedefler ve bu hedeflere yönelik eylemler belirlemeleri, motivasyonlarını artırmaları amacıyla proje ödevini öz değerlendirme ve akran değerlendirme formları ile değerlendirmeleri istenebilir.

Öğrencilere ön bilgilerini kullanabilecekleri, yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen ve karenin inşa adımları hakkında performans görevi verilebilir. Bu performans görevleri, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Farklı fraktal örneklerinin [Koch (Koh) kar tanesi, Sierpinski (Zepinski) üçgeni gibi] araştırılması, incelenmesi ve çözümlenmesine yönelik olarak öğrencilerin bireysel ve gruplar hâlinde yapabilecekleri proje ödevi verilebilir. Proje ödevinin değerlendirilmesinde analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılabilir.

Öğrencilerin bireysel olarak veya gruplar hâlinde çalışmaları sağlanarak her bir gruba veya öğrenciye farklı geometrik şekiller verilip özgün bir desen ve kaplama oluşturmalarına yönelik performans görevi verilebilir. Bunun yanı sıra farklı kültürlere ve millî kültüre ait, geometrik şekillerin oluşturduğu süslemelerin araştırılması ve çözümlenmesine ilişkin araştırma ödevi verilebilir. Öğrencilerin çalışmaları sonucu elde ettikleri ürünleri sergilemeleri sağlanır. Bu ödevler, dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

**ÖĞRENME-ÖĞRETME****YAŞANTILARI****Temel Kabuller**

Öğrencilerin pergel, ölçüsüz cetvel ve matematik yazılımı gibi araç gereci tanıdıkları; bu araçlarla basit düzeyde çizim ve inşa (doğru, orta nokta, kenar orta dikme, açıortay, üçgen, çember gibi) yapabildikleri; geometrik bir şeklin yansıma ve öteleme dönüşümü altındaki görüntüsüne ilişkin çıkarım yapabildikleri; üçgenlerin eşliğine, benzerliğine, yardımcı elemanlarına, çokgen ve özel dörtgenlerin özelliklerine dair çıkarımda bulunabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci**

Öğrencilerin üçgenin temel ve yardımcı elemanlarına, üçgenlerin eşliğine ve benzerliğine, çokgenlere ve özel dörtgenlere ilişkin bilgileri soru cevap tekniği veya çalışma kâğıdı kullanılarak değerlendirilir. Öğrencilerin temel çizim, inşalar (doğru, orta nokta, kenar orta dikme, açıortay, üçgen, çember gibi), yansıma ve öteleme dönüşümlerine ilişkin bilgileri de sınanır. Tespit edilen hatalı ve eksik öğrenmelere yönelik uygun açıklamalar yapılır veya dönütler verilir. Öğrencilerin bilgilerini doğru anlamlandırmaları ve eksikliklerini tamamlamaları sağlanır.

**Köprü Kurma**

Öğrencilerin bu seviyede yapacakları çizim ve inşalar, önceden öğrendiği çizim ve inşalar temelinde yapılandırılır. Öğrencilerden pergel, ölçüsüz cetvel ve matematik yazılımı kullanarak yaptıkları inşalara benzer süreçlerle yeni inşalar yapmaları istenir. Bu süreçte öğrencilere özelliklerini bildikleri geometrik şekli inşa etmek için gerekli koşullar üzerinde çalışılmasının yeterli olduğu ifade edilir.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları MAT.H.4.1

Ortaokulda bazı temel geometrik inşalar yapan öğrencilerin inşanın amacına ilişkin kendi fikirlerini paylaşmaları sağlanır (**SDB2.1**). Öğrencilerin düşünceleri özetlenerek geometrik inşaların problemlerin çözümüne sunduğu katkılardan bahsedilir. Daha sonra inşa yaparken kullanılan araç gereç öğrencilere hatırlatılarak bunların hangi amaçla kullanıldığına ilişkin sorular sorulur. Öğrencilerin cevapları değerlendirilerek araç gerecin farklı amaçla kullanımlarına ilişkin sorularla (“Pergel, çember çizmek ya da inşa etmek dışında hangi çizim ya da inşalarda kullanılır?”, “Eş doğru parçaları inşa etmek için hangi araç gereç kullanılır?” gibi) öğrencilerin fikirlerini paylaşmaları sağlanır. Pergelin bir tek açıklığıyla daire içine kare inşasını ve verilen bir kare içine eşkenar üçgen inşasını ilk defa Ebülvefa Buzcanînin yapmasına ilişkin bilgilere yer verilir. Böylece kültürel mirasın tanıtımına katkı sağlanmış olur. Öğrencilerin cevapları özetlenerek matematik yazılımlarındaki araçların kullanımına ilişkin bilgiler verilir. Böylece öğrencilerin dijital ortamda inşa yaparken kullanacakları yazılımlarda bulunan araç gereci tanımları sağlanır ve dijital ortamda iş görme becerileri desteklenir (**OB2**). Öğrencilere bu sınıf seviyesinde yapılması beklenen inşalara ilişkin problem durumları sunulur (**MAB2**). Çözümü istenen geometrik problem açıkça tanımlanır ve öğrencilerin çözüm için gerekli olacak temel bilgileri gözden geçirmeleri sağlanır. Örneğin öğrencilere “bir doğruya üzerindeki bir noktadan dik doğru çizme” inşasında ortaokulda öğrenmiş oldukları orta dikme oluşturma bilgisini nasıl kullanabilecekleri sorulur. Böylece sınıf içi tartışma ortamında öğrencilerin problemin çözümüne dair düşüncelerini paylaşmaları sağlanır, farklı düşünceler üzerinde uzlaşmalarıyla problemin çözümü için gerekli olan ilk adımlar belirlenir (**SDB2.2**). Orta dikme fikrinden hareketle doğru üzerindeki bir A noktasına eşit uzaklıkta ve yine bu doğru üzerinde olan iki noktayı belirlemek için kullanılması gereken aracın ne olduğu sorgulanır. Öğrencilerin ihtiyaç duyulan aracın pergel olduğunu ifade etmesi beklenir. Öğrenciler pergel ile noktaları belirledikten sonra inşanın sonraki adımı için “Bu noktalara A noktası dışında eşit uzaklıkta bir nokta ya da noktalar nasıl belirlenir?” şeklinde sorularla yönlendirilir. Öğrencilerden merkezi bu noktalar olan çemberlerin kesim noktalarının belirlenmesi gerektiğini ve bunun pergel yardımıyla yapılabileceğini söylemeleri beklenir. Sonraki adımda yapılacak çizim ve kullanılacak araç, tartışma ortamında belirlenir; elde edilen nokta veya noktalar ile A noktası ölçüsüz cetvel yardımıyla birleştirilerek inşa tamamlanır. Oluşturulan doğru ile başlangıçta verilen doğrunun birbirlerine dik oldukları, ölçümler yapılarak doğrulanır. Öğrencilerin yapılan inşada her bir adımın sonuçları ve bu doğruların dikliği üzerine tartışmalar yaparak ikizkenar, eşkenar ve eş üçgenlerin açı ve kenar özelliklerini incelemeleri sağlanır. Bu inşa, benzer aşamalar uygulanarak matematik yazılımları ile yapılır. Öğrencilerden bu seviyede benzer bir süreç işleterek aşağıdaki inşaları yapması beklenir.

- Bir doğruya dışındaki bir noktadan dik doğru inşa etme,
- Bir açıya eş bir açı inşa etme,
- Bir doğruya dışındaki bir noktadan paralel doğru inşa etme,
- İki kenar uzunluğu ve aralarındaki açı ölçüsü verilen üçgeni inşa etme,
- İki açı ölçüsü ve bir kenar uzunluğu verilen üçgen inşa etme,
- Eşkenar üçgen ve düzgün altıgen inşa etme.

Öğrencilerin yapması beklenen inşaların adımlarının belirlenmesi, kullanılacak araç ve teknolojinin seçimi ve kullanımı grup çalışması şeklinde de yapılır. Öğrencilere farklı geometrik kavram ve şekillerin matematiksel araç ve teknolojilerle inşa sürecine yönelik çalışma kâğıdı verilir. Grup çalışmaları ile farklı çözümler gerektiren inşalarda öğrencilerin iş birliği içinde çalışmalarını sağlanır (**SDB2.2**). Çalışmaların dijital ortamda matematik yazılımları kullanılarak yapılmasıyla öğrencilerin dijital okuryazarlık becerilerinin gelişimine katkı sağlanır (**OB2**). Geometrik inşaların yapılması sürecinde öğrencilerin bağımsız olarak

hareket etmeleri, araç ve teknolojileri bireysel olarak kullanmaları da desteklenir (E1.2). Her bir inşa için farklı yollar olup olmadığının ve farklı çözümlerin neler olabileceğinin sorgulanması sağlanır. Öğrencilerin bu süreçte farklı çözümler için probleme farklı açılardan bakmaları teşvik edilerek esneklik becerilerinin gelişimine destek olunur (SDB3.2). Öğrencilere inşaların farklı şekillerde nasıl yapılabileceğine ilişkin performans görevleri verilebilir. Bu performans görevinde öğrencilerin inşaların farklı şekillerde nasıl yapılabileceğine ilişkin yürütecekleri akıl yürütme ve çalışma süreci, kendi öğrenme durumlarını geliştirmeye yönelik çalışmalar da olduğundan öz düzenlenme becerileri ve sorumluluk eğilimlerinin gelişimi desteklenir (SDB1.2, D16.3, E2.2). Öğrencilere yapılan inşaların bazı adımlarının boş bırakıldığı, açık uçlu ve kısa cevaplı soruların bulunduğu çalışma kağıdı verilebilir. Farklı inşa yöntemlerini araştırmalarına ve bu yöntemleri sunmalarına yönelik proje ödevi verilebilir.

#### MAT.H.4.2

Öğrencilerin öncelikle bazı özel dörtgenlerin (sırasıyla yamuk, paralelkenar, dikdörtgen, eşkenar dörtgen, kare) inşasını yapmaları beklenir. Bu dörtgenlerin inşası pergel, ölçüsüz cetvel veya matematik yazılımları ile yapılır. İnşanın matematik yazılımları kullanılarak yapılması durumunda öğrencilerin dijital araçlarla iş görme becerilerinin gelişimi de desteklenir (OB2). Ardından öğrencilerin bu dörtgenlerin açı, kenar ve köşegen özelliklerine yönelik varsayımlarda bulunmaları sağlanır. Öğrencilerin inşası yapılan özel dörtgenlerin farklı durumlarını inceleyerek varsayımlarına yönelik genellemelere ulaşmaları istenir. Öğrencilerden yaptıkları genellemelerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını belirleyerek genellemeleri önermeler (“Dikdörtgenin köşegen uzunlukları eşittir.”, “Paralelkenarın karşılıklı açılarının ölçüleri birbirine eşittir.” gibi) olarak ifade etmeleri istenir. İncelenen dörtgen ile diğer dörtgenlerin karşılaştırılması, ortak olan ve olmayan özelliklerin belirlenmesi için öğrencilere fırsat verilir. Öğrencilerin inceledikleri özel dörtgenlerin özelliklerine dair bilgi ve çıkarımları, tanılayıcı dallanmış ağaç kullanılarak değerlendirilebilir (SDB1.2).

#### MAT.H.4.3

Geometrik yapı örnekleri sunulur ve öğrencilerin bu örnekleri görsel yorumlama yöntemi ile incelemesi sağlanır. Öğrencilerin inceledikleri örneklerde yer alan şekil ve desenlerle ilgili fikirlerini paylaşması, farklı örneklerde gördükleri benzer özellikleri ifade etmesi beklenir. İncelenen örneklerin fraktal olarak adlandırılan geometrik yapılar olduğu ifade edilerek öğrencilerin fraktal tanımını incelemesi sağlanır. Öğrencilerin sınıf veya grup tartışması yoluyla örnek olarak sunulan fraktalları oluşturan şekilleri belirlemeleri istenir. Tartışma ortamında öğrenciler özellikle karışık fraktalları oluşturan şekilleri belirlerken düşüncelerini müzakere ederek farklı fikirler üzerinde uzlaşma sağlayacaklarından iş birliği becerileri desteklenir (SDB2.2). Öğrencilerin her bir örnek fraktal için belirledikleri şekiller özetlenir. Her bir fraktal örneği için belirlenen bu şekiller arasındaki ilişkilere ve bu ilişkileri nasıl kurduklarına dair açıklama yapması sağlanır. Öğrencilerin şekiller arasındaki ilişkiler üzerinden fraktalın nasıl oluşturulduğunu, desenlerdeki tekrar ve benzerlikleri ifade ederek fraktalın özelliklerini belirlemesi beklenir. Fraktalların çözümlenmesi, sunulan fraktal görsellerinin tanınması, yorumlanması ve sorgulanması ile öğrencilerin görsel okuryazarlık becerilerinin gelişimi desteklenir (OB4). Öğrencilere farklı fraktal örneklerini belirlemeye yönelik araştırma ödevi verilebilir. Araştırma ödevlerinin sınıf ortamında sunulması desteklenerek öğrencilerin öz güven ve girişkenlik eğilimlerinin, iletişim ve iş birliği becerilerinin gelişimi sağlanır (E1.5, E2.3, SDB2.1, SDB2.2). Öğrencilerin araştırmalarını dijital ortamda hazırlaması ve sunması ile dijital okuryazarlık becerilerinin gelişimi desteklenir (OB2). Öğrencilere fraktalları çözümleyebilmeye yönelik proje ödevi verilebilir.

#### MAT.H.4.4

Geometrik şekiller kullanılarak oluşturulan süsleme örnekleri öğrencilere sunulur ve merak duyguları harekete geçirilir (E1.1). Öğrencilerin bu örnekleri incelemeleri sağlanır. Geomet-

rik şekiller ile yansıma veya öteleme dönüşümleri sonrası oluşan görüntüler; süslemenin bileşenleri olarak belirlenir. Ardından öğrencilerin bileşenler arası ilişkileri incelemelerine ve süslemenin nasıl oluşturulduğunu belirlemelerine fırsat verilir. Öğrencilerin süslemeyi oluşturan şekillerin nasıl bir araya getirildiği, tekrar eden şekil ve yapılar, bu şekiller arasındaki benzerlikler, renklerin kullanımı gibi durumlara ilişkin fikirlerini paylaşmaları ve tartışmaları sağlanır **(SDB2.1)**. Böylece öğrencilerin süslemedeki düzeni görmeleri beklenir. Süslemelerin incelenerek yapısının anlaşılması ve çözümlenmesiyle öğrencilerin görsel okuryazarlık becerilerinin gelişimi de desteklenir **(OB4)**. Öğrencilerin özellikle Türk-İslam kültürüne ait, geometrik şekillerle oluşturulmuş örnekleri incelemeleri; geometrik şekillerin görsel sanatlar ve mimarideki kullanımına ilişkin fikirlerini paylaşmaları sağlanır **(SDB2.1)**. Türk-İslam kültürüne ait mimari eserlerde [cami (Divriği Ulu Cami gibi), medrese (Uluğ Bey Medresesi gibi), Türk hamamı, Selçuklu yıldızı, Anadolu kilim desenleri, geleneksel Türk halı ve kilimlerdeki motifler gibi] yer alan süslemeler incelenerek eserde yer alan şekiller arasındaki örüntüler belirlenir. Farklı kültürlerdeki sanat eserleri ve mimari eserlere dair yapılacak çalışmalarla öğrencilerin farklı toplumların kültürel değerlerine duyarlı olmaları ve saygı duymaları desteklenir **(D14.3)**. Sanat okuryazarlığı becerileri, üretkenlikleri ve ruhsal gelişimleri desteklenir **(OB5, OB9)**. Bu çalışma ve incelemelerle öğrencilerin sanatı ve estetiği hayatlarının parçası hâline getirmelerine katkı sunulur **(D7.1)**. Farklı kültürlere ve millî kültüre ait geometrik şekillerin oluşturduğu süslemelerin araştırılması ve çözümlenmesine ilişkin araştırma ödevi verilerek öğrencilerin iş birliği becerilerinin geliştirilmesi sağlanabilir. Bu çalışmalarla öğrencilerin gruplar hâlinde performans görevi hazırlarken kendi öğrenme deneyimlerini geliştirmeleri desteklenir **(SDB1.2)**.

#### **MAT.H.4.5**

Türk-İslam kültüründe ve farklı kültürlerde yer alan sanat ve mimari örneklerinde kullanılan geometrik şekillerle oluşturulan süsleme ve kaplama örneklerinin incelenmesine yönelik öğrenme ortamı oluşturulur. Öğrencilerin Cezeri ve M. C. Escher (Eşir) gibi süsleme sanatçılarının eserlerini ayrıca incelemesi sağlanır **(OB5)**. Öğrencilere özdeş çokgenlerden (özdeş eşkenar üçgenler, özdeş düzgün altıgenler gibi) oluşan materyaller yeterli sayıda verilir. Düzlemin bunlardan hangileri nasıl bir araya getirilirse üst üste gelmeyecek ve aralarında boşluk kalmayacak şekilde kaplanabileceği sorulur. Öğrencilerden tek bir çokgeni kullanarak kaplama oluşturmalarının yanı sıra farklı çokgenleri bir arada kullanarak da kaplama oluşturmaları beklenir. Öğrencilerden yapılan kaplamalarda şekillerin nasıl yerleştirildiğine (öteleme ve simetri) ilişkin açıklama yapması beklenir. Bu süreçte öğrencilerin deneme yanılma yöntemini kullanarak hangi şekillerle kaplama yapabileceklerini gözlemlemeleri sağlanır. Ayrıca öğrencilerin gözlemlerinden hareketle kaplama yapabileceği şekiller arasındaki ilişkileri incelemeleri beklenir. Öğrencilerin kaplamada kullanılacak düzgün çokgenlerin kenar uzunluklarının eşit olması, çokgenlerin bir araya gelen iç açılarının ölçüleri toplamının bir tam açı oluşturması gerektiği gibi sonuçlara ulaşmaları sağlanır. Öğrencilerden belirledikleri şekilleri kullanarak ve ulaştıkları sonuçları değerlendirerek özgün bir kaplama oluşturmaları beklenir **(E3.11)**. Bilgisayar programları ve tasarım araçlarının geometrik şekillerle süsleme ve kaplama oluşturmak için kullanımı teşvik edilir. Öğrencilere farklı geometrik şekiller içeren özgün bir desen ve kaplama oluşturmalarına yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Öğrencilerden düzgün sekizgen ve düzgün onikigenin inşasının nasıl yapılabileceğini araştırmaları istenir. Öğrencilerin yaptıkları araştırmalar ışığında ve öğretmen rehberliğinde düzgün sekizgen ve onikigeninin inşaları, matematiksel araçlar kullanılarak yapılır.

Öğrencilerin gruplar hâlinde veya bireysel olarak iki kenarının uzunluğu ve bir yüksekliği verilen üçgenin inşasını gerçekleştirmeleri sağlanır.

Öğrencilerden düzgün çokgenlerin ve üçgenlerin inşasına yönelik çalışmalar yapan Farabi gibi bilim insanlarını araştırarak ulaştıkları sonuçları sunmaları istenir.

(\*) Öğrencilerin altın oran ile ilgili inşalar, Theodorus (Fiyodorus) çarkı ve altın spiral hakkında araştırmalar yaparak çalışmalarını özetleyen bir afiş hazırlamaları ve bu afişi sunmaları istenir. Araştırmalarını dijital ortamda yapmaları desteklenerek öğrencilerin dijital araçlarla iş görme becerilerinin geliştirilmesi sağlanır.

(\*) Öğrencilerden hangi düzgün çokgenlerle düzlemin kaplanabileceğini araştırmaları istenir. Benzer şekilde kaplama türlerine ilişkin araştırmalar yaparak ulaştıkları sonuçları sunmaları, kaplamalarla özgün bir süsleme oluşturmaları ve ürünlerini sergilemeleri beklenir.

**Destekleme** Öğrencilerin konuya ilişkin tasarlanmış materyaller veya matematik yazılımlarıyla çalışmaları sağlanır. Geometrik şekillerin inşasına yönelik çalışmalardan önce basit çizimler yapmalarına ve temel geometrik inşaların adımlarına yönelik çalışmalar yapılır. Çalışmaların küçük gruplar hâlinde gerçekleştirilmesi ve öğrencilerin birbirleriyle etkileşim içinde olması sağlanır. Öğrencilere fraktal ve süslemelere ilişkin günlük hayattan, doğadan örnekler ve ilgi çekici videolar sunulur. Kaplamalara ilişkin çözümlenme ve kaplamaları kullanarak özgün süslemeler oluşturma sürecinde öğrencilere etkileşimli içeriklerle uygulama yapma imkânı verilir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 5. TEMA: İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ

Bu temada öğrencilerin başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminleri tartışabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 6

**ALAN  
BECERİLERİ** -

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.18. Tartışma

**EĞİLİMLER** E3.10. Eleştirel Bakma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Kendini Tanıma (Öz Farkındalık), SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D1. Adalet, D3. Çalışkanlık, D6. Dürüstlük, D14. Saygı

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Biyoloji, Coğrafya, Fizik

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** KB3.3. Eleştirel Düşünme

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.H.5.1. Başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel sonuç veya yorumları tartışabilme

- Başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel sonuç veya yorumlara yönelik istatistiksel temellendirme yapar.
- Başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel sonuç veya yorumlara yönelik hataları ya da yanlışlıkları tespit eder.
- Başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel sonuç veya yorumları çürütür ya da kabul eder.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** İstatistiksel Görsel, Özet, Sonuç, Yorum, Çıkarım veya Tahminleri Değerlendirme

- Genellemeler**
- Veri dağılımı, verinin değişebilirliği hakkında bilgi verir.
  - Nicel verilerin dağılımlarını tanımlamada kullanılacak sayısal özetler, dağılımın merkezinin nereye eğilim gösterdiğini ve nasıl yayıldığını belirlemede kullanılır.
  - Kategorik veriye dayalı karar vermek için amaca yönelik sınıflama yapılması gerekir.
  - İstatistiksel araştırmanın yapıldığı örneklem, evrene ilişkin fikir verir.

**Anahtar Kavramlar** dağılım, değişebilirlik, evren, örneklem

**Sembol ve Gösterimler** -

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere inceledikleri istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminlere ilişkin değerlendirme yapabilecekleri performans görevi verilebilir. Performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Performans görevi sonunda elde edilen sonuçların benzerlik veya farklılıklarının nedenleri üzerine sınıf içi tartışma yapılabilir. Gruplar hâlinde yapılan sınıf içi tartışma etkinlikleri; öz, akran ve grup değerlendirme formları ile değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bileşenlerine hâkim oldukları, betimsel ve karşılaştırma gerektiren araştırma soruları oluşturabildikleri; kategorik veya nicel veri toplayabildikleri; verileri görselleştirebildikleri (sıklık tablosu, sütun grafiği, daire grafiği, çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaprak gösterimi); özetleyebildikleri (sıklık, ortalama, tepe değer, ortanca, açıklık, ortalama mutlak sapma); değişebilirlik, dağılım, evren ve örneklem kavramlarını bildikleri ve verileri yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecine dair bilgileri, beyin fırtınası yöntemi kullanılarak değerlendirilir. Bu süreçte öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecine yönelik tutumları ve motivasyonları gözlemlenir. Ayrıca öğrencilerden bildikleri kavramlara yönelik kavram haritaları oluşturmaları istenir. Bu kavram haritaları üzerine tartışılarak öğrencilerin ön bilgileri ortaya çıkarılır.

**Köprü Kurma** Öğrencilere önceki sınıflarda öğrenmiş oldukları istatistiksel araştırma sürecinin tüm bileşenlerine (istatistiksel problem belirleme, veri toplama ve analize hazırlama, bulgulara ulaşma, bulguları yorumlama) dair eleştirel sorular sorulur. Bu bileşenlerde olabilecek veya oluşabilecek hataların/yanlılıkların neler olabileceği üzerine tartışılır.



## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.H.5.1

Öğrencilerin başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel bilgilere eleştirel bakabilmeleri (E3.10) ve bu bilgileri tartışabilmeleri önemlidir. Bu bağlamda öğrencilere nicel veya kategorik verilerden hareketle oluşturulan; hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım veya tahminleri içeren istatistiksel görsel veya özetlerden hazırlanmış çalışma kâğıdı verilerek bu çalışma kâğıtlarını grup çalışmasıyla ya da bireysel olarak incelemeleri istenir (SDB2.2, D3.4). Grup tartışması sürecinde öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini nezaketle dinlemeleri ve arkadaşlarının düşünceleriyle empati yapabilmeleri sağlanır (D14.1). Ele alınan durumlar farklı disiplinlerden (fizik, coğrafya, biyoloji) seçilerek öğrencilerin günlük hayatta karşılına çıkan durumları istatistiksel gözle değerlendirmeleri desteklenir. Örneğin öğrencilerden matematik ile coğrafya dersini ilişkilendirmek için ülkelerin farklı yaş gruplarına ilişkin verileri içeren grafiklerden hareketle gelecek yıllar için tahminî nüfus değerlerini içeren grafikleri incelemeleri beklenebilir. Öğrencilerin var olan istatistik bilgileri doğrultusunda ele aldıkları durumlar için istatistiksel temellendirme yapmaları sağlanır (SDB3.3). Bu süreçte öğrenciler, bireysel veya iş birliğini sağlayacak şekilde gruplar hâlinde çalışmaya teşvik edilir. Böylelikle öğrencilerin istatistiksel temellendirmelerini gruplar hâlinde gerçekleştirmeleri desteklenir (D3.4). Öğrencilerden verilen durumlara eleştirel bakmaları (E3.10), istatistik bilgilerini kullanarak hataları/yanlılıkları tespit etmeleri istenir. Hataları/yanlılıkları tespit ederken öğrencilerin yakınlık, menfaat, ön yargı gözetmeksizin tarafsız davranmalarının önemine dikkat çekilir (D1.2). Öğrencilerin belirlediği hatalar ve yanlılıklar tartışmaya açılır (SDB2.1). Öğrencilerden bu hata ve yanlılıkları eleştirel gözle değerlendirmeleri beklenir (KB3.3). Sınıf içi tartışmalarla öğrencilerin değerlendirmelerini paylaşmaları ve gerekçelendirmeleri istenir (SDB2.2, SDB3.3). Bu süreçte düşüncelerini ifade etmelerinin yanı sıra diğer arkadaşlarının düşüncelerini nazik bir şekilde dinleyerek onlarla empati kurabilmelerine yönelik yönlendirmeler yapılır (D14.1). Öğrencilerin sunduğu fikirlerden ve yaptığı değerlendirmelerden hareketle ele alınan veri dağılımlarına ilişkin hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım veya tahminler çürütülür veya kabul edilir (D6.1). Bu süreçte öğrencilerden fikir ve değerlendirmelerini dijital araçlar yardımıyla paylaşmaları ve etkileşimde bulunmaları beklenir (OB2). Öğrencilere istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminlere ilişkin değerlendirme yapabilecekleri performans görevi verilebilir. Görev sonunda öğrencilerin elde ettiği sonuçların benzerlik veya farklılıklarının nedenleri üzerine sınıf içi tartışma yapılabilir. Öğrencilerin gruplarla yaptığı sınıf içi tartışma etkinlikleri öz, akran ve grup değerlendirme formları ile değerlendirilebilir (SDB1.1, SDB1.2).

## FARKLILAŞTIRMA

### Zenginleştirme

Öğrencilerin toplumsal durumlara (halk sağlığı, doğal kaynakların tükenmesi gibi) ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminleri araştırmaları; bu araştırmalarda fark ettikleri noktaları eleştirel olarak değerlendirmeleri istenir. Örneğin öğrencilerden salgın bir hastalıkla ilgili yayımlanan bir habere ilişkin iki farklı yayıma sahip (herhangi bir önlem almadan salgın hastalığa yakalanan insanların verileri, önlemlere dikkat ettiği hâlde salgın hastalığa yakalanan insanların verileri) dağılımları incelemeleri istenir. Ayrıca salgın hastalığa yakalanan bireylerin ülkelere göre nasıl bir dağılım gösterdiğini içeren grafikleri de öğrencilerin değerlendirmeleri hedeflenir. Verilen dağılımlar ile ülkelerin verilerini içeren grafikler arasında tutarlılık olup olmadığı; yanlı, yanlış veya eksik bilgilerin olup olmadığı incelenerek öğrenciler tarafından değerlendirilir. Öğrencilerin yaptıkları bu değerlendirmeleri sunum, poster, bilgi görseli gibi araçlarla veya dijital ortamlarda içerik oluşturarak diğer arkadaşları ile paylaşmaları; deneyimlerini ifade etmeleri sağlanır.

**Destekleme** Öğrencilerden çevrelerinde daha aşına oldukları durumlara ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım veya tahminleri araştırmaları; bu araştırmalarında fark ettikleri noktaları eleştirel olarak değerlendirmeleri istenir. Öğrencilerden yaptıkları bu değerlendirmeleri sunum, poster, bilgi görseli gibi araçlarla diğer arkadaşlarına sunmaları ve bu sunumlarını diğer arkadaşlarının değerlendirmeleri istenir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 9. SINIF

## 1. TEMA: SAYILAR

Bu temada öğrencilerin gerçekte sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlerde muhakeme sürecini işe koşabilmeleri; gerçekte sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerinden yararlanabilme becerilerini geliştirebilmeleri amaçlanmaktadır. Ayrıca sayı kümelerini özellikleri bakımından karşılaştırarak gerçekte sayıları anlamlandırabilmeleri ve analogik akıl yürüterek gerçekte sayıların işlem özelliklerini cebirsel ifadelere genelledebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 38

**ALAN  
BECERİLERİ**

MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma, MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma), MAB3. Matematiksel Temsil (MAB3.1. Matematiksel Temsillerden Yararlanma)

**KAVRAMSAL  
BECERİLER**

KB2.7. Karşılaştırma, KB2.16.3. Analogik Akıl Yürütme

**EĞİLİMLER**

E1.1. Merak, E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. Sistematiik Olma

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri**

SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliğı

**Değerler**

D3. Çalışkanlık, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri**

OB3. Finansal Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER**

Astronomi, Biyoloji, Ekonomi, Fizik, Kimya, Mühendislik

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER**

MAB2. Matematiksel Problem Çözme

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

**MAT.9.1.1. Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere dair muhakeme yapabilme**

- Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimleriyle yapılan işlemlere ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Farklı örneklerden elde ettiği örüntüleri listeleyerek varsayımlarına yönelik genellemeler yapar.
- Varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.
- Elde ettiği genellemelerden üslü ve köklü gösterimlerle ilgili önermeler sunar.
- Üslü ve köklü gösterimlerle ilgili önermelerin kullanılışlılığını problem durumlarında değerlendirir.
- Üslü ve köklü gösterimlerle ilgili matematiksel doğrulama yöntemlerini kullanır.
- Kullandığı matematiksel doğrulama yöntemlerini kullanılışlılık açısından değerlendirir.

**MAT.9.1.2. Gerçek sayı aralıklarının gösteriminde ve aralıklarla ilgili işlemlerde küme sembol ve işlemlerinden yararlanabilme**

- Gerçek sayı aralıkları ve bunlarla yapılan işlemlerde kullanılan küme sembol ve işlemlerini bağlamlarındaki anlamı ile tanıır.
- Gerçek sayı aralıkları ve bunlarla yapılan işlemlerde kullanılan küme sembol ve işlemlerinden matematiksel durum veya probleme uygun olanı belirler.
- Gerçek sayı aralıkları ve bunlarla yapılan işlemlerin içerdiği küme sembol ve işlemlerini matematiksel durum veya probleme uygun şekilde kullanır.

**MAT.9.1.3. Farklı sayı kümelerinin özellikleri hakkında muhakeme yapabilme**

- Doğal sayılar, tam sayılar, rasyonel sayılar ve gerçek sayılara dair temel özelliklere (sıralama, arada olma ve işlem özellikleri) ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Farklı sayı kümelerinde elde ettiği örüntüleri listeleyerek varsayımlarına yönelik genellemeler yapar.
- Varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.
- Elde ettiği genellemelerden sayı kümelerinin özellikleri hakkında önermeler sunar.
- Önermelerin kullanılışlılığını problem durumlarında değerlendirir.
- Elde ettiği önermeleri ispatlamak ya da çürütmek için matematiksel ispat yöntemlerini kullanır.
- Kullandığı matematiksel ispat yöntemlerini kullanılışlılık açısından değerlendirir.

**MAT.9.1.4. Gerçek sayıların işlem özelliklerini cebirsel olarak ifade etmede analogik akıl yürütebilme**

- Gerçek sayıların işlem özellikleri ile bunların olası cebirsel karşılıklarını gözlemler.
- Gözlemlerinden yola çıkarak gerçek sayıların işlem özellikleri ile bunların cebirsel karşılıklarını tespit eder.
- Tespit ettiği özelliklerden çıkarımlar yapar.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

Gerçek Sayıların Üslü ve Köklü Gösterimleri ile Yapılan İşlemler, Gerçek Sayı Aralıkları ile Yapılan İşlemler, Sayı Kümeleri ve İşlem Özellikleri, İki Kare Farkı ve Tamkare Özdeşlikleri

### Genellemeler

- Gerçek sayılar ve gerçek sayı aralıkları, sayı doğrusu ile temsil edilebilir.
- Bir gerçek sayıya karşılık gelen nicelik, farklı şekillerde (ondalık, üslü, köklü gibi) gösterilebilir.

### Anahtar Kavramlar

alt küme, ancak ve ancak, aralık, bazı, bilimsel gösterim, birleşim işlemi, boş küme, eşitsizlik, fark işlemi, her, ise, ispat, kesişim işlemi, köklü gösterim, küme, kümenin elemanı, mutlak değer, önerme, önermenin değili, özdeşlik, tümleme, üslü gösterim, ve, veya, ya da

### Sembol ve Gösterimler

$\in, \notin, \emptyset, \cap, \cup, \setminus, \subseteq, s(A), \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_n\}, \{x|x \text{ in sahip olduğu tanımlayıcı özellikler}\}, x^n, \sqrt[n]{x}, <, \leq, >, \geq, |a|, \wedge, \vee, \forall, \Rightarrow, \Leftrightarrow, \forall, \exists, (a, b), [a, b], \mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{Q}', \mathbb{R}$

**ÖĞRENME****KANITLARI****(Ölçme ve Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ve araştırma ödevi ile değerlendirilebilir.

Matematik dersini fizik, kimya ve biyoloji dersleriyle ilişkilendirmek için bu derslerdeki bilimsel gösterimlerin kullanımına yönelik araştırma ödevi verilebilir. Bu ödevin değerlendirilebilmesi için hazırlama, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği kullanılabilir.

Gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimlerinin, gerçek sayı aralıklarının ve bunlarla yapılan işlemlerin farklı matematiksel bağlamlarda ele alındığı performans görevi verilebilir. Bu performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Öğrencilerin kendilerini değerlendirmeleri için öz değerlendirme formu kullanılabilir.

Farklı sayı kümelerinin özellikleri ve aralarındaki ilişkilere dair çalışma kâğıdı verilebilir.

Cebirsel özdeşliklerin kullanımına yönelik sorulardan oluşan çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

**ÖĞRENME-ÖĞRETME****YAŞANTILARI****Temel Kabuller**

Öğrencilerin ondalık gösterim ile verilen sayılarla toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri yapabildiği; ondalık gösterimlerin basamak değerlerini belirleyebildiği; ondalık gösterimlerle ve tabanı rasyonel sayı, kuvveti tam sayı olan üslü gösterimleri verilen sayılarla işlemler yapabildiği; irrasyonel sayıları bildiği, bir irrasyonel sayının elemanı olduğu gerçek sayı aralıklarını belirleyebildiği kabul edilmektedir. Ayrıca gerçek sayı aralıklarını sayı doğrusu üzerinde gösterebildiği; pozitif bir gerçek sayının karekökünün rasyonel sayı olup olmadığını belirleyebildiği; rasyonel sayılarda toplama ve çarpma işlemlerinin değişme, birleşme, birim eleman, yutan eleman özellikleri ile çarpma işleminin toplama ve çıkarma işlemleri üzerine dağılıma özelliğini bildiği ve cebirsel ifadeleri belirleyip bunlarla işlemler yapabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci**

Ondalık, üslü ve köklü gösterimlerin anlamlarına, ondalık gösterimlerde basamak değerlerinin belirlenmesine ve ondalık gösterimlerle işlem yapmaya yönelik bilgi ve beceri düzeylerini ortaya çıkaran çalışmalara yer verilir. Taban ve üs kavramları ile ilgili bilgilerin sorgulanmasına yönelik sorular sorulur. Tabanı rasyonel sayı ve kuvveti tam sayı olan bir sayının kuvvetinin nasıl alındığı ile ilgili örnekler verilir.

Öğrencilerden verilen gerçek sayı aralıklarını sayı doğrusunda göstermeleri istenir. Buradan yola çıkılarak sayı doğrusunda yer alan noktaların ve gerçek sayı aralıklarının neye karşılık geldiği sorularak bu konular hakkındaki temel bilgileri değerlendirilir. Bununla birlikte irrasyonel bir sayının sayı doğrusundaki yaklaşık yerinin gösterilmesi istenir.

Öğrencilerin gerçek sayıları, gerçek sayılarla yapılan işlemleri (irrasyonel sayılar hariç) ve bunların özelliklerini hatırlayıp hatırlamadıklarını kontrol etmeye yönelik gerçek yaşam durumu örnekleri verilebilir. Öğrencilerden bu örneklerle karşılık gelen cebirsel ifadeleri bulmaları istenir. Elde ettikleri cebirsel ifadeler üzerinde işlem yapmaları  $[2a + 2b, y - (3y - 2), 2(5x - 1)]$  gibidir.

**Köprü Kurma**

Gerçek sayıların ondalık, üslü ve köklü gösterimlerine duyulan ihtiyaç ile ilgili olarak öğrencilerin fikirlerini paylaşması sağlanır. Sayıların bağlamlarla anlam kazandığı farklı disiplinlerden (fizik, kimya, biyoloji, astronomi) veya gerçek yaşam durumlarından gösterim örneklerine yer verilir. Gerçek yaşam örnekleri üzerinden farklı sayı kümelerine ve sayıların farklı temsillerine neden ihtiyaç duyulduğuna dair sınıf tartışması yapılır. Örneğin 100 metre koşu yarışlarında koşucuların sıralamalarının belirlenmesinde neden ondalık gösterime ihtiyaç duyulduğu sınıf içinde tartışılır.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.9.1.1

Öğrencilerin gerçek sayıların gösterimleri (üslü ve köklü) ile karşılaşılan gerçek yaşam durumlarına veya farklı disiplinlerdeki alanlara örnekler bulması beklenir. Farklı örnekler incelenerek aritmetik işlemler ve aritmetik işlemlerin genel özelliklerinin neler olabileceği tartışılır. Bunlara dayalı olarak öğrencilerden varsayımlar geliştirmeleri istenir. Bu gösterimlerle yapılan işlemlerde ortaya çıkan örüntüler belirlenir. Belirlenen örüntülere göre öğrencilerin genellemeler yapmaları sağlanır.

Öğrencilerden gerçek sayıların özel bir gösterimi olan bilimsel gösterimin kullanıldığı fizik, kimya ve biyoloji derslerindeki gerçek yaşam durumlarına (atmosferdeki karbondioksit miktarı, gezegenler arası mesafe, atomun büyüklüğü, bir ışık yılı gibi) ilişkin araştırma yapmaları istenir (**E1.1**). Araştırmalar sonucunda bilimsel gösterimlerin nerelerde kullanıldığına yönelik örneklerle yer verilebilir (**D3.3**).

Üslü gösterimlerle yapılan işlemlerde üs, rasyonel sayı seçilir. Üssün tam sayı olmadığı durumlarda üslü ve köklü gösterimlerle yapılan işlemler arasında ilişki kurmaya yönelik genellemelere de yer verilir.

Öğrencilerden incelenen durumlardaki varsayımları ile yaptığı genellemeleri karşılaştırmaları beklenir. Bu karşılaştırmalardan yararlanarak üslü ve köklü gösterimlerle ilgili işlemler yapmaları ve bunlar arasındaki ilişkilere yönelik önermeler elde etmeleri sağlanır. Öğrencilerden elde ettiği önermeleri farklı problem durumlarında nasıl kullanabileceklerini değerlendirmeleri beklenir. İrrasyonel sayıların yaklaşık değerlerinin kullanıldığı mühendislikten, astronomiden veya gerçek yaşamdan problem durumlarına da yer verilir. Böylece hata payının gerçek sayıların yaklaşık değerleriyle ilişkisini öğrencilerin görmeleri sağlanır. Ayrıca benzer problemlerde üslü ve köklü gösterimleriyle verilen bir sayının yaklaşık değeri, tasarruf bilinci ile ilişkilendirilir (**D17.3**). Örneğin 1 dönümlük arsasının sınırlarını çitle çevirmek isteyen bir çiftçi için işin maliyeti, en doğru şekilde hesaplanır (**OB3**). Öğrencilerden üslü ve köklü gösterimlerin kullanıldığı işlemler hakkında elde ettikleri önermeleri cebirsel yöntemlerle doğrulamaları ve doğrulama yöntemlerini kullanışlılık açısından değerlendirmeleri beklenir (**E3.6, E3.7**). Öğrencilere fizik, kimya ve biyoloji derslerinde; astronomide, mühendislikte üslü ve köklü gösterimlerin kullanıldığı durumlara dair araştırma ödevi verilebilir.

### MAT.9.1.2

Küme kavramına ilişkin formel bir tanıma girilmeden temel bilgiler, sembol ve işlemler (eleman olma-olmama, eleman sayısı, listeleme ve ortak özellik yöntemleri, alt küme, boş küme, birleşim, kesişim, fark, tümlleme işlemleri) elemanları sayılar olan küme örnekleri üzerinde incelenir. Farklı gösterim yöntemlerinin (listeleme, ortak özellik) kullanıldığı durumlar, sayı kümelerinin (doğal sayılar, tam sayılar, çift tam sayılar, 3'ün katı olan doğal sayılar, rasyonel sayılar gibi) gösterimi bağlamında ele alınır. Gerçek sayı aralıkları ve bu aralıklarla yapılacak işlemlerde (kesişim, birleşim, fark, tümlleme) sayı doğrusu gösterimi, cebirsel temsil ve küme gösterimleri bir arada kullanılır. Gerçek sayı aralıkları ve bu aralıklarla yapılacak işlemler için evrensel kümenin gerçek sayılar kümesi olduğu belirtilir. Ayrıca mutlak değer kavramından hareketle bir aralığın gösteriminde mutlak değer sembolünün nasıl kullanılabileceği tartışılır. Örneğin  $2 < x < 4$  eşitsizliklerini sağlayan  $x$  gerçek sayıları için  $|x - 3| < 1$  şeklindeki gösterimin anlamı, gerçek yaşam durumu bağlamları da dikkate alınarak sayı doğrusu üzerinde tartışılabilir. MAT.9.1.1 ve MAT.9.1.2 çıktılarına yönelik olarak gerçek sayıların üslü ve köklü gösterimlerinin, gerçek sayı aralıklarının ve bunlarla yapılan işlemlerin farklı matematiksel bağlamlarda ele alındığı performans görevi verilebilir.

### MAT.9.1.3

Farklı sayı kümelerinin tarihî bağlamda nasıl ortaya çıkmış olabileceği tartışılır (**E1.1, SDB2.2**). Sayı kümelerine duyulan ihtiyacı anlamlandırmaya dönük gerçek yaşam

durumları ile bağlantılı örnekler üzerinde durulur. Örneğin fizikteki hız büyüklüğü ya da yer çekimi kuvveti büyüklüğü gibi nicelikler, gerçek sayıların kullanımı bağlamında ele alınır. Öğrencilerden sayı kümelerinin sıralı olma, arada olma (bir sayı kümesindeki herhangi iki sayı arasında aynı sayı kümesinden başka bir sayının yer alabilmesi) ve işlem özellikleri (bir sayı kümesindeki herhangi iki sayı ile yapılan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemlerinin sonucunun aynı sayı kümesinde olması) hakkında varsayımlar geliştirmesi istenir. Bir işlem özelliğinin hangi sayı kümeleri için geçerli olduğunu, hangileri için geçerli olmadığını belirlemeleri istenir. Örneğin herhangi iki doğal sayının toplanması durumunda elde edilen sonucun bir doğal sayı olup olmadığı ve bu özelliğin başka hangi sayı kümelerinde geçerli olduğu tartışılır. Benzer şekilde iki tam sayının farkının alınması durumunda elde edilen sonucun her zaman bir tam sayı olup olmayacağı tartışılır. Öğrencilerden bu özelliklere dayalı genellemeler yapmaları beklenir (" $\forall a, b \in \mathbb{R}$  için  $a \cdot b \in \mathbb{R}$  olduğundan gerçek sayılar kümesi, çarpma işlemine göre kapalıdır." gibi). Genellemeye ulaşılan temel durumlar için cebirsel ispatlara ("İki rasyonel sayı arasında her zaman bir rasyonel sayı vardır." önermesi gibi) yer verilir. Genellenemeyen durumlar veya yanlış önermeler için ("İki irrasyonel sayının çarpımı irrasyoneldir." önermesi gibi) öğrencilerin karşıt örnek sunmaları beklenir. Elde edilen önermelerin doğruluğu, doğrudan ispat veya aksine örnek verme yöntemleri kullanılarak kontrol edilir. İspatlar yapılırken hipotez-hüküm ilişkisi, hipotezden hükme giden süreç, aksine örnek verebilmenin matematiksel doğrulama ve ispattaki önemi üzerinde durularak ispatlar değerlendirilir. Öğrencilere sayı kümelerinin özellikleri ve aralarındaki ilişkilere dair çalışma kâğıdı verilebilir.

#### MAT.9.1.4

Önerme kavramı, matematiksel örnekler üzerinde incelenir. Sözel dille verilen önermeleri sembolik dille, sembolik dille verilen önermeleri sözel dille ifade etmeye yönelik çalışmalar yapılır. Sayı kümelerinde toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinin değişme, birleşme, birim eleman, yutan eleman, ters eleman ve dağılma özelliklerinin olup olmadığına dair önermeler sözel ve sembolik dil ile ifade edilir. Sayı kümeleri veya aralıklarına ilişkin önermeler hakkında öğrencilerin değerlendirme yapabilmeleri için niceleyicilerin (her, bazı), mantık bağlaçlarının (ve, veya, ya da, ise, ancak ve ancak) kullanımlarına ve önermelerin değerlerine yer verilerek anlamları tartışılır. Örneğin " $\forall a, b \in \mathbb{R}$  için  $a+b = b+a$ ", " $\forall a \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$  için  $\exists b \in \mathbb{R}$  vardır, öyle ki  $a \cdot b = 1$ 'dir.", " $\forall a, b \in \mathbb{R}$  için  $a < b \Rightarrow b - a > 0$ 'dir.", " $a, b \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $a \cdot b = 0 \Leftrightarrow a = 0 \vee b = 0$ 'dir.", " $a, b \in \mathbb{R}$  olmak üzere  $a \cdot b \neq 0 \Leftrightarrow a \neq 0 \wedge b \neq 0$ 'dir." gibi önermelerde mantık bağlaçları ve niceleyicilerin anlamları üzerine tartışmalar yapılır. Bu sırada öğrencilerin birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve etkileşim sağlamaları beklenir (SDB2.1). Ayrıca işlemler arasında kurulan ilişkiler gözlemlenir. Yapılan inceleme ve gözlemler sonucunda gerçek sayılardaki özelliklerin cebirsel ifadelerdeki karşılıkları tespit edilir. İki gerçek sayının farklı gösterimlerinin ve iki farklı cebirsel ifadenin birbirine eşit olabileceğinden yola çıkılarak özdeşlikler (iki terimin toplamının/farkının karesi ve iki terimin karelerinin farkı) belirlenir. Bu özdeşlikler, geometrik modellerle temsil edilir. Benzer şekilde öğrencilerin iki cebirsel ifadenin çarpımının sıfıra eşit olmasının ifadelerden en az birinin sıfıra eşit olmasını gerektireceği gibi çıkarımlara ulaşmaları beklenir.

Aynı zamanda cebirsel ifadeleri çarpanlarına ayırmanın, sayıların işlem özelliklerinin bir uygulaması olarak ele alındığı çalışmalar yapılır. Üslü veya köklü gösterimlerle işlemler içeren problemlerde farklı çözüm stratejisi olarak özdeşliklerden yararlanmayı gerektiren durumlara yer verilir (MAB2). Öğrencilere sayı kümelerinin işlem özelliklerine yönelik önermelerden ve cebirsel özdeşliklerin kullanımına yönelik sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Öğrencilere astronomi (gezegenlerin birbirine uzaklığı), biyoloji (hücre, organel yapısı), fizik (gezegenlerin çekim kuvveti), kimya (Avogadro sayısı) gibi farklı disiplinlerde geçen matematiksel temsillerin incelenmesi, yorumlanması ve bilimsel gösterimle ifade edilmesine yönelik sunumlar yaptırılır.

(\*) Öğrencilerden gerçek sayılar kümesinin tamlık ve sıralama özellikleri ile ilgili araştırma yapmaları istenir. İş birlikli öğrenme temelinde üslü ve köklü gösterimlerde karşılaşılan tanımsız olma durumunun nedenlerinin tartışıldığı grup çalışması yaptırılır.

**Destekleme** Bilimsel gösterimlerin kullanımına yönelik örnek veya problemlerde hesap makinelelerinden veya çevrim içi araçlardan yararlanılır. Ondalık, üslü ve köklü gösterimlerle ilgili özelliklere ulaşamadığı durumlarda öğrencilerden sayısal örnekler kullanarak sadece o sayılara yönelik doğrulamalar yapmaları istenir. Öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınıp bilimsel gösterimle ilgili örnekler çeşitlendirilerek konuya karşı olan ilgi ve motivasyonlarının artırılması hedeflenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.





## 2. TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

Bu temada öğrencilerin gerçekte sayılarda  $f(x) = x$  şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyondan hareketle doğrusal fonksiyonların nitel özellikleri hakkında muhakeme yapabilmeleri, mutlak değer fonksiyonlarını inceleyebilmek için doğrusal fonksiyonlara bağlı analogik akıl yürütebilmeleri ve doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemleri çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 38

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.16.3. Analogik Akıl Yürütme

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. Sistemati Olma, E3.11. Özgün Düşünme

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB2.2. İş Birliği, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D16. Sorumluluk, D17. Tasarruf, D20. Yardımseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB7. Veri Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER** Ekoloji, Ekonomi, Fizik, Kimya

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknolojiden Yararlanma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.9.2.1. Gerçek sayılarda  $f(x) = x$  şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen  $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$ , ( $a, r, k \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilmek

- Doğrusal referans fonksiyonun nitel özelliklerini (tanım kümesi, görüntü kümesi, işareti, artanlığı-azalanlığı, maksimum-minimum noktaları, sıfırları, bire birliği) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- Doğrusal referans fonksiyonun nitel özellikleri ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
- Doğrusal referans fonksiyonu grafik veya cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle diğer doğrusal fonksiyonlara dönüştürür.
- Doğrusal referans fonksiyon ile elde ettiği doğrusal fonksiyonların grafik ve cebirsel temsilleri arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- Doğrusal referans fonksiyonun nitel özelliklerinden hareketle diğer doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarına dayalı olarak doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin örneklere (cebirsel, sayısal veya grafiksel) geneller.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerinden elde ettiği önermeleri uygun sözel veya sembolik dil ile sunar.
- Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamındaki kullanılışlılığını değerlendirir.
- Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
- İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanılışlılığını değerlendirir.

MAT.9.2.2. Gerçek sayılarda  $f(x) = \pm |ax \pm b| \pm c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonlarının nitel özelliklerini incelemek için doğrusal fonksiyonlara bağlı analogik akıl yürütebilme

- Gerçek sayılarda  $f(x) = x$  şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyon ile  $g(x) = \pm |x|$  fonksiyonu arasındaki ve gerçek sayılarda tanımlı bir  $h$  doğrusal fonksiyonu ile  $k(x) = \pm |h(x)| \pm c$  ( $c \in \mathbb{R}$ ) şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonu arasındaki cebirsel ve grafiksel benzerlikleri, farklılıkları gözlemler.
- Gözlemlerinden yola çıkarak gerçek sayılarda  $f(x) = \pm |ax \pm b| \pm c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonunun nitel özelliklerini tespit eder.
- Tespit ettiği nitel özelliklerinden hareketle gerçek sayılarda  $f(x) = \pm |ax \pm b| \pm c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonunun parçalı gösterimine yönelik çıkarımlarda bulunur.

MAT.9.2.3. Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren problem çözebilme

- Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklere ilişkin bileşenleri (denklemleri oluşturan fonksiyonların nitel özellikleri ile cebirsel ve grafik temsilleri) belirler.
- Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklere ilişkin matematiksel bileşenlerin aralarındaki ilişkileri belirler.
- Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklerin problem bağlamındaki temsillerini farklı temsillere dönüştürür.
- Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.

- d) Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillere dayalı olarak problemin çözümü için strateji oluşturur.
- e) Belirlediği stratejiyi kullanarak problemi çözer.
- f) Elde ettiği çözümü uygun yöntemleri seçerek doğrular.
- g) Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
- ğ) Problemin olası çözüm stratejilerine dayalı olarak çıkarımlar yapar.
- h) Çıkarımlarının geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Gerçek Sayılarda Tanımlı Doğrusal Fonksiyonlar ve Mutlak Değer Fonksiyonlarının Nitel Özellikleri, Doğrusal Fonksiyonlarla İfade Edilen Denklem ve Eşitsizlikler

- Genellemeler**
- Fonksiyonlar, niceliklerin birbirine bağlı değişimlerini temsil eder.
  - Doğrusal değişim, doğrusal fonksiyonlarla temsil edilir.
  - Doğrusal fonksiyonlar, doğrusal referans fonksiyondan türetilir.

**Anahtar Kavramlar** artanlık-azalanlık, bağımlı-bağımsız değişken, bire birlik, doğrusal denklem ve eşitsizlik, doğrusal fonksiyon, doğrusal ilişki, eğim, fonksiyonların parçalı gösterimi, fonksiyonun işareti, fonksiyonun sıfırı, katsayı, kök, maksimum-minimum noktaları, mutlak değer fonksiyonu, sabit fonksiyon, sabit terim

**Sembol ve Gösterimler**  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x, f(x) = ax \pm b, f(x) = |x|, f(x) = \pm |ax \pm b| \pm c$

## ÖĞRENME

### KANITLARI

### (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, açık uçlu sorular, araştırma ödevi, performans görevi ve proje ödevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilerden grafik temsili verilen bir doğrusal fonksiyona uygulanabilen dönüşümlerin sonuçlarını içeren bir performans görevi hazırlamaları istenebilir. Hazırlanan performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Çalışma kâğıdı kullanılarak öğrencilerin doğrusal fonksiyonların nitel özellikleriyle matematiksel temsilleri arasında kurulan ilişkilere yönelik matematiksel doğrulama yapmaları istenebilir. Çalışma kâğıdında ortaya çıkan sonuçlar, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Öğrencilere gerçek yaşam durumlarında mutlak değer fonksiyonu ile modellenebilen örneklerin belirlenmesine yönelik bir araştırma ödevi verilebilir. Verilen araştırma ödevi, içerik ve sunum süreçlerini içeren derecelendirme ölçeğiyle değerlendirilebilir.

Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri kullanmayı gerektiren gerçek yaşam problemlerinde öğrencilerin problemi matematiksel temsillere dönüştürebilmelerini, uygun çözüm stratejileri oluşturabilmelerini, çözümlerini kontrol edip yansıtabilmelerini değerlendirmek amacıyla öğrencilere performans görevi verilebilir. Bu performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Doğrusal fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri kullanmak amacıyla öğrencilere gerçek yaşam problemlerinden yola çıkarak olası tüm çözüm stratejilerini incelemelerini, çözüme ulaşan stratejiyi genelledebilmelerini, elde edilen sonuçları değerlendirerek matematiksel modelleme yapabilmelerini sağlamaya yönelik proje ödevi verilebilir. Bu ödevin değerlendirilmesinde projeyi hazırlama, içerik ve sunum süreçlerini de içeren derecelendirme ölçeği hazırlanabilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin doğru orantılı iki çokluk arasındaki ilişkiyi fonksiyon olarak ifade edebildiği; doğrusal ilişkili iki değişkenin birbirine bağlı değişimlerini, artış veya azalışlarını fark edebildiği; dik koordinat sistemini tanıdığı; sıralı ikilileri bu sistemde gösterebildiği ve bir cebirsel ifadenin değerini değişkenin alacağı farklı sayı değerleri için hesaplayabildiği kabul edilmektedir. Ayrıca öğrencilerin dik koordinat sisteminde verilen doğrusal fonksiyon grafiklerinin birbirine göre konumlarını doğruların eğimlerine göre yorumlayabildiği, bir gerçek sayının mutlak değerini sayı doğrusunda orijine olan uzaklığı olarak ifade edebildiği, doğrusal ilişkili iki niceliğe ait cebirsel ifadede bir niceliğin değeri verildiğinde diğerinin değerini hesaplayabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Doğrusal ilişkileri belirleyebildiklerini değerlendirebilmek için öğrencilere gerçek yaşam durumundan örnekler incelenebilir veya doğrusal ilişki içeren eğitici oyunlar oynatılabilir. Öğrencilerin dik koordinat sisteminin özelliklerine dair ön bilgilerini, birinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlik çözümleri, doğrusal fonksiyonlar ve bu fonksiyonların matematiksel temsilleri ile ilgili sahip oldukları bilgi ve beceri düzeylerini, olası kavram yanlışlıklarını, ilgi ve ihtiyaçlarını tespit etmek için öğrencilere hazır bulunuşluk testleri yapılabilir. Bu bilgi ve becerileri doğru bir şekilde belirleyebilmek için açık uçlu sorular, soru cevap tekniği ile uygulanabilir.

**Köprü Kurma** Öğrencilere önceki öğrenmelerine dayanarak fikir yürütmeleri mümkün olan doğru, doğrunun eğimi, doğrusal ilişki, doğrusallık ve mutlak değer kavramlarına dair sorular sorulur. Ardından sıcaklık değişimi, ücret tarifeleri gibi gerçek yaşam durumlarının grafik temsilleri incelenir. Öğrencilerin temada yer alan konulara ilgi duymalarını sağlamak için 8. sınıfta yer verilen doğrusal fonksiyonların cebirsel ve grafik temsilleri arasındaki ilişkiler gerçek yaşam bağlamlarında incelenebilir.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.9.2.1

Fonksiyon kavramının ve fonksiyonlara ilişkin temel özelliklerin keyfi kümeler üzerinden soyut bir yaklaşımla tanımlanması yerine 8. sınıfta yer verilen doğrusal fonksiyonların dik koordinat sistemindeki grafiklerinden ve gerçek yaşam durumlarından hareket edilir. Doğrusal referans fonksiyonun farklı matematiksel temsilleri (grafik, cebirsel gibi) arasındaki ilişkilere dayalı olarak öğrencilerin bu referans fonksiyonu anlamlandırmaları sağlanır (**MAB3**). Doğrusal referans fonksiyonun bağımlı-bağımsız değişkeni, tanım kümesi, görüntü kümesi, tanımlı olduğu aralıklara bağlı olarak fonksiyonun işareti, maksimum-minimum noktaları, artanlığı-azalanlığı, sıfırı ve bire birliği öğrencilerle beraber incelenir. Yeterli çeşitlilikte örnek durum incelemek mümkün olmayacağından doğrusal fonksiyonlarda örtenlik ve teklik-çiftlik nitel özelliklerine değinilmez.

Öğrencilerin gerçek sayılarda  $f(x) = x$  şeklinde tanımlı doğrusal referans fonksiyonun grafik temsili üzerinde gerçekleştirilecek dönüşümler yoluyla gerçek sayılarda  $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$ , ( $a, r, k \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyonların grafik ve cebirsel temsiline ulaşmaları sağlanır. Dönüşümler yapılırken  $k$  ve  $r$  değerlerinin her ikisinin veya birinin 0 olduğu durumlar aşamalı olarak ele alınır. Öğrencilerin grafik temsilleri ile cebirsel temsillerdeki katsayıların ilişkilerini yorumlamaları sağlanır. Elde edilen doğrusal fonksiyonların nitel özellikleri hakkında varsayımda bulunabilmeleri için öğrencilere fırsat verilir. Bu amaçla farklı  $a, k$  katsayıları için fonksiyonun grafiğinin eğimini, grafiğinin eksenleri kestiği noktaları ve iki farklı doğrusal fonksiyonun grafiklerinin kesişim noktalarını tahmin etmeleri sağlanır. Özel olarak  $a = 0$  olduğunda fonksiyonun sabit fonksiyon olarak adlandırıldığına yer verilir. Böylelikle sabit fonksiyonun cebirsel temsili, doğrusal fonksiyonun sabit terimi ile ilişkilendirilir. Öğrencilerin dijital öğrenme araçlarını kullanma becerilerini geliştirmek için matematik yazılımlarını veya diğer çevrim içi araçları etkin şekilde kullanmaları sağlanır (**OB2, MAB5**). Öğrencilere doğrusal referans fonksiyonun grafik temsiline uygulanan dönüşümler ve fonksiyonun cebirsel temsiliindeki değişimine yönelik inceleme içeren performans görevi verilebilir. Öğrencilerin performans görevini zamanında ve eksiksiz olarak teslim etmeleri beklenir. Böylece sorumluluk değerini kazanmaları desteklenir (**D16.3**).

Öğrencilerin elde ettikleri varsayımlarını doğrusal fonksiyonun katsayılarının değerlerine göre genellemeleri ve genellemelerini kontrol etmeleri sağlanır. Öğrencilerin genelledikleri her varsayımdan yola çıkarak fonksiyonun katsayıları ile fonksiyonun niteliği arasındaki ilişkiler hakkında önermelerde bulunmaları beklenir. Gerçek sayıların bir alt aralığında tanımlı doğrusal fonksiyonların maksimum-minimum değerini belirleme uygulamalarında aralığın açık aralık olması durumunun öğrenciler tarafından yorumlanması beklenir. Diğer nitel özelliklerin yanı sıra öğrencilerin fonksiyonun sıfırını ve tanımlı olduğu aralıklara bağlı olarak fonksiyonun işaretini de doğrusal fonksiyonların cebirsel ve grafiksel özellikleri bağlamında fonksiyonun bir özelliği olarak incelemeleri ve bu özelliklere yönelik önermelere ulaşmaları sağlanır. Gerçek sayılarda  $f(x) = ax + b$  ( $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) şeklinde tanımlı fonksiyonun işareti incelenirken hem grafik temsilinden hem de  $x = -b/a$  noktasına göre ayrılmış işaret tablosundan yararlanılır. Bu önermelerde sembolik dil ve niceleyicilerin uygun biçimde kullanılması beklenir ( $a, b \in \mathbb{R}$  ve  $\forall a > 0$  için gerçek sayılarda  $f(x) = ax + b$  şeklinde tanımlı fonksiyon artandır.” gibi). Ardından doğrusal fonksiyonların nitel özellikleri ile ilgili ulaşılan önermeler, kullanışlılık açısından değerlendirilir (belli bir açılış ücreti ile başlayan taksi ücretinin yola bağlı değişiminin fonksiyonun artanlığı ile ilişkilendirilmesi gibi). Ayrıca gerçek sayılar kümesinin aralıklara ayrılması ile her aralıkta başka bir doğrusal fonksiyonun tanımlı olduğu parçalı gösterimli fonksiyon elde edilir. Fonksiyonun parçalı gösteriminin anlamlandırılması için gerçek yaşam durumları incelenir. Örneğin kimya disiplini bağlamında ısıtılan bir buz kütesinin sıcaklık değişimine ilişkin bir deneyin zamana bağlı sıcaklık verileri incelenir (OB7). Bu veriler elektronik tablolara yansıtılarak oluşan fonksiyonun grafiği incelenir ve bu grafiğe ilişkin elde edilen parçalı gösterimli fonksiyonun cebirsel temsili yapılır (MAB4, MAB5).

Sunulan her bir önerme için matematiksel doğrulama veya ispat sürecine gidilir. Doğrusal fonksiyonların matematiksel temsilleri, grafik dönüşüm süreçleri ve nitel özellikleri hakkında elde edilen önermelere ilişkin nasıl matematiksel doğrulama yapılabileceği sınıfça tartışılır. Yapılan matematiksel doğrulamalar öncelikle öğrenciler tarafından çözümlenir ve sonrasında kendi başlarına matematiksel doğrulama yapabilmeleri için öğrencilere fırsatlar tanınır (E3.11). Örneğin gerçek sayılarda  $f(x) = ax + b$  ( $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyonda  $a > 0$  veya  $a < 0$  olması durumunun fonksiyonun artanlığı-azalanlığı ile ilişkisi, tablo ve grafik temsilleri kullanılarak öğrenciler tarafından doğrulanır. Benzer şekilde ulaşılan önermelerden bazıları, nitel özelliklerin tanımlarından hareketle öğrenciler tarafından cebirsel olarak ispatlanır. Örneğin artanlığa ilişkin teorem ( $\forall a > 0$  için gerçek sayılarda  $f(x) = ax + b$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyonlar artandır.) ile “ $\forall x_1, x_2$  gerçek sayıları için  $x_1 < x_2$  iken  $f(x_1) < f(x_2)$  dir.” ifadesi arasında ilişki kurulur ve teoremin ispatı bu ifadeye dayalı olarak yapılır. Böylece muhakeme süreci, matematiğin sembolik dili ve niceleyicilerle desteklenir. Doğrusal fonksiyonların tüm nitelikleri için matematiksel doğrulamalar ve bazıları için (artanlık-azalanlık, bire birlik) ispatlar yapıldıktan sonra öğrencilerin doğrulama ve ispat için başvurdukları cebirsel ve grafiksel yöntemleri farklı durumlarda nasıl kullanabileceklerini ve bu yöntemlerin kullanışlılıklarını değerlendirmeleri sağlanır. Doğrusal fonksiyonların nitel özellikleriyle matematiksel temsilleri arasında kurulan ilişkilere yönelik matematiksel doğrulama yapmaları için öğrencilere çalışma kâğıdı verilebilir. Grafik ya da cebirsel temsili verilen bir doğrusal fonksiyona uygulanan dönüşümleri ve doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerini içeren performans görevi verilebilir.

### MAT.9.2.2

Gerçek sayılarda  $f(x) = x$  şeklinde tanımlı referans fonksiyonun nitel özellikleri dikkate alınarak gerçek sayılarda  $g(x) = \pm |x|$  şeklinde tanımlı fonksiyonun grafik temsili incelenir. İki fonksiyon arasındaki benzerlikler ve farklılıklar tespit edilir.  $g(x) = \pm |x|$  fonksiyonunun cebirsel temsili olarak fonksiyonun parçalı gösterimine yer verilir. Bu incelemenin ardından bir  $h$  doğrusal fonksiyonu ile gerçek sayılarda  $k(x) = \pm |h(x)| \pm c$  ( $c \in \mathbb{R}$ ) şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonunun cebirsel ve grafiksel ilişkileri incelenir. Burada fonksiyonların nitel özellikleri arasındaki farklılıklara odaklanılır. Özel olarak gerçek sayılarda tanımlı,

cebirsal temsili  $t(x) = \pm |ax + b|$  ( $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) şeklinde verilen fonksiyonun sıfırı ile grafik temsili arasındaki ilişki gözlemlenir. Yapılan inceleme ve gözlemler sonucu fonksiyona ait nitel özellikler belirlenir. Belirlenen nitel özelliklere ilişkin önermeler, sözel olarak ifade edilir. Ayrıca öğrencilerin bir  $h$  doğrusal fonksiyonunun sıfırı ile grafik temsili arasındaki gözlemlerinden gerçek sayılarda  $k(x) = \pm |h(x)| \pm c$  ( $c \in \mathbb{R}$ ) şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonunun farklı bir cebirsal temsili olarak parçalı gösterimine dair çıkarımlar (iki farklı doğrusal fonksiyonun cebirsal temsili ile tek bir cebirsal temsille ifade edilebilmesi gibi) yapmaları beklenir (**MAB3**). Öğrencilere gerçek yaşam durumlarında mutlak değer fonksiyonu ile modellenen örneklerin belirlenmesine yönelik bir araştırma ödevi verilebilir.

### MAT.9.2.3

Gerçek yaşam bağlamlarında sunulan problemler, cebirsal veya grafik olarak temsil edilir (**MAB3**). Problemlerdeki sözel, cebirsal veya grafik temsillerinden hareketle,  $f$  ve  $g$  doğrusal fonksiyonlar olmak üzere,  $f(x) = g(x)$ ,  $f(x) \leq g(x)$ ,  $f(x) \geq g(x)$ ,  $f(x) = 0$ ,  $f(x) < 0$ ,  $f(x) > 0$ ,  $|f(x)| = g(x)$ ,  $|f(x)| \geq g(x)$ ,  $|f(x)| < 0$ ,  $|f(x)| > 0$ ,  $|f(x)| = 0$ ,  $|f(x)| < k$ ,  $|f(x)| > k$ ,  $|f(x)| = k$  ( $k \in \mathbb{R}$ ) biçimindeki denklem ve eşitsizlikler; cebirsal veya grafik olarak elde edilir. Bu denklem ve eşitsizliklerin matematiksel bileşenleri ve aralarındaki ilişkiler belirlenir (**E3.6, E3.7**). Öğrencilerden bu denklem ve eşitsizliklerin matematiksel temsilleri arasında geçişler yapmaları beklenir. Bu geçişlerde öğrencilerin problemin olası çözümü hakkında grafikten bir yorum elde edebilmeleri ve cebirsal işlemler için bir strateji belirlemeleri hedeflenir. Örneğin gerçek sayılarda  $f(x) = ax + b$  ( $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyonun grafiği ile  $f(x) < 0$  eşitsizliğinin çözüm aralığı arasında ilişki kurulabilmesi için  $x = -b/a$  kök değerine göre ayrılmış bir işaret tablosu kullanılır. Bu temsiller arası geçişin gösterilebilmesi için elektronik tablolardan ve matematik yazılımlarından yararlanır (**OB2, MAB5**). Özel olarak  $f(x) < 0$  şeklindeki bir eşitsizliğin  $f(x) < g(x)$  şeklindeki eşitsizliklerin özel bir hâli ( $g(x) = 0$ ) olduğunu ve grafik temsili  $g$  fonksiyonunun grafiğinin x eksenini temsil edildiğini öğrencilerin fark etmeleri sağlanır. Bunun için  $g$  fonksiyonunun tanım kümesindeki her  $x = a$  gerçek sayısının görüntüsünün  $y = 0$  olduğu ve bu durumun dik koordinat sisteminde  $(a, 0)$  şeklinde temsil edildiği yorumuna ulaşmaları sağlanır. Doğrusal fonksiyonlardan elde edilen denklem ve eşitsizlikleri kullanmayı gerektiren gerçek yaşam durumlarındaki sözel temsillerin matematiksel temsillere dönüştürülebilmesine yönelik açık uçlu sorular sorulur. Doğrusal fonksiyonların grafiklerinin kesişim noktaları ile fonksiyonların birbirine eşitlenmesi sonucu elde edilen denklemlerin çözüm kümesi arasındaki ilişki incelenir. Bunun için cebirsal ve grafik temsiller arası ilişkilere analitik bir bakış açısıyla sistematik bir şekilde yer verilir (**E3.6, E3.7**).

Öğrencilerin incelenen denklem ve eşitsizliklerin çözümlerine ulaşabilmek için grafiksel ve cebirsal yaklaşımlara dayalı çözüm stratejileri geliştirmeleri sağlanır. Problem durumuna uygun bir strateji seçilerek denklem veya eşitsizliğin çözüm kümesi, fonksiyonun sıfırı ile ilişkilendirilerek elde edilir. Matematiksel araç ve teknolojilerden, denklem ve eşitsizliklerin grafik gösterimlerinden ve yerine koyma yönteminden yararlanılarak elde edilen çözüm kümelerinin doğruluğuna ilişkin değerlendirmeler yapılır. Bu noktada çözümler, farklı bir stratejiyle kontrol edilerek olası hatalar düzeltilir (**SDB3.2, MAB5**).

Öğrencilerin incelenen denklem ve eşitsizliklerin çözümlerinde olası çözüm stratejilerinin neler olabileceğini tartışmaları sağlanır. Özellikle gerçek yaşam durumlarını içeren problemlerde bu tür denklem ve eşitsizliklerin çözümünü sağlayan stratejiler gözden geçirilir. Kullanılan gerçek yaşam problemlerinin ekonomi, fizik gibi disiplinlerle ilişkili olmasına ve toplumsal yarara vurgu yapmasına özen gösterilir (**D20.2**). Örneğin üretilen/talep edilen ürün miktarının bağımsız değişken, ürün fiyatının bağımlı değişken olarak kabul edildiği arz-talep doğrularında piyasa denge fiyatını bulmak için neler yapılabileceği sorgulanır (**OB3, D17.3**). Buradan hareketle öğrencilerden ortak çözüm kümesinin bulunmasına yönelik stratejiler geliştirmeleri beklenir. Çözüme ulaştıran stratejilere ilişkin çıkarımlar yapmaları sağlanır. Yapılan çıkarımlar, benzer problem durumlarında kullanılmak üzere matematiksel bir modele dönüştürülür. Bu matematiksel modeller toplumsal fayda sağlayacak durumlar üzerinden (ekoloji, sağlıklı yaşam gibi) geliştirilebilir (**D16.2**).

Matematiksel bir model ortaya koymaya yönelik, iş birlikli öğrenmeyi hedefleyen grup içi çalışmalar desteklenir (**SDB2.2**). Tüm bu süreçlerde elde edilen matematiksel modellerin sınırlılıkları, güçlü ve zayıf yönleri; bu denklem ve eşitsizliklerin çözümleri bağlamında değerlendirilir. Öğrencilere denklem ve eşitsizlikler içeren problem çözmelerine yönelik performans görevi ve proje ödevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Doğrusal fonksiyonların grafikte gösteriminde etkileşimli çevrim içi uygulamalara (oyunlar, bilgi yarışmaları, grafik çizim programları), animasyonlara, somut materyal kullanımına ve elektronik tablolara dayalı farklı etkinliklere yer verilir. Öğrencilere doğrusal fonksiyonları cebirsel olarak ifade edebilme, grafik temsillerini ortaya koyabilme ve yorumlayabilme yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır. İş birlikli öğrenme temelinde öğrencilere gerçek yaşam durumlarında doğrusal ilişkileri tartışabileceği, grafik yorumlarını yapabileceği grup çalışmaları, ortak sunumlar ve projeler yaptırılır. Bilgisayar bilimleri, ekonomi, fizik, kimya gibi farklı disiplinlerde geçen doğrusal ilişkili durumların keşfedilmesine ve bu durumların matematiksel temsillerle ilişkilendirilmesine yönelik görevler verilir. (\*) Benzer şekilde doğrusal fonksiyonlar veya mutlak değer fonksiyonlarına ilişkin bilgi ve becerilerini kullanabilecekleri (elektronik tablo hazırlama, sözde kod yazma, matematik yazılım programları kullanma gibi) farklı uygulamalar yaptırılır.

**Destekleme** Doğrusal fonksiyonların temellendirilmesinde önemli yer tutan doğrusal ilişkiler ve dik koordinat sisteminde gösterimler üzerinde durulur. Doğrusal ilişki içeren gerçek yaşam durumu örnekleri, öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılır. Gerçek yaşam örneklerinden hareket edildiğinde bağımlı-bağımsız değişken kavramları ve doğrusal fonksiyonun cebirsel gösterimi daha kolay anlamlandırılır.

$f(x) = ax \pm b$  ( $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyonların ve  $f(x) = \pm |ax \pm b| \pm c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) şeklinde tanımlı mutlak değer fonksiyonlarının nitel özellikleri ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılır.

Öğrenciler için bireyselleştirilmiş öğrenme planları oluşturulur ve öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına uygun hedefler belirlenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



### 3. TEMA: ALGORİTMA VE BİLİŞİM

Bu temada öğrencilerin gerçek yaşam durumu ya da sayılarla ilgili problemlere algoritma temelli çözümler geliştirebilmeleri, mantık bağlaçları ile niceleyicilerin problem durumlarındaki anlamlarını çözümleyebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 30

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.4. Çözümleme, KB2.15. Yansıtma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.11. Özgün Düşünme

#### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D8. Mahremiyet, D16. Sorumluluk, D17. Tasarruf, D18. Temizlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Bilgisayar Bilimleri

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma



## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

### MAT.9.3.1. Algoritma temelli yaklaşımlarla problem çözebilme

- Algoritmik yaklaşımla ele alınabilecek bir problemdeki işlem ve süreçlere yönelik bileşenleri belirler.
- Problem durumlarında temsillerle (liste, tablo, çizge, akış şeması, algoritmik doğal dil, sözde kod gibi) matematiksel yapılar arasındaki ilişkileri belirler.
- Problem durumlarındaki sözel, görsel veya cebirsel ifadeleri algoritmik dile dönüştürür.
- Karşılaşılan problem durumlarında geçen algoritmik dili; sözel, görsel veya cebirsel olarak açıklar.
- Karşılaşılan problem durumlarında algoritma temelli bir çözüm stratejisi oluşturur.
- Karşılaşılan problem durumlarında seçtiği algoritma temelli çözüm stratejisini kullanır.
- Karşılaşılan problem durumlarında seçtiği algoritma temelli çözüm stratejisini kontrol eder.
- Algoritma temelli çözülebilen problemlerin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
- Algoritma temelli çözülebilen problemlerde çözüme ulaştıran stratejilere yönelik çıkarımlar yapar.
- Algoritma temelli çözülebilen problemlerde çözüme ulaştıran stratejilere yönelik çıkarımları değerlendirir.

### MAT.9.3.2. Algoritmik yapılar içerisindeki mantık bağlaçlarını ve niceleyicileri çözümlenebilme

- Algoritmik yapılar içerisinde kullanılan mantık bağlaçlarını ve niceleyicileri belirler.
- Algoritmik yapılar ile mantık bağlaçları ve niceleyiciler arasındaki ilişkileri belirler.

### MAT.9.3.3. Mantık bağlaçları ve niceleyicilerin algoritmalarda kullanımına yönelik edindiği deneyimi farklı matematiksel görev ve problemlere yansıtabilme

- Karşılaştığı algoritmalarındaki mantık bağlaçları ve niceleyicilerin kullanımını gözden geçirir.
- Matematiksel problem çözmeye, doğrulama ve ispat süreçlerinde mantık bağlaçları ve niceleyicilerin kullanımına yönelik çıkarımlar yapar.
- Mantık bağlaçları ve niceleyicilerin matematiksel dil ve sembolizmin yalınlık ve kesinliğindeki rolünü değerlendirir.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ Algoritma Temelli Problemler, Mantık Bağlaçları ve Niceleyiciler

- Genellemeler**
- Çizge ve diyagramlar, etkin problem çözme araçlarıdır.
  - Şifrelemede ve şifre çözmeye algoritmalar kullanılır.
  - Mantık bağlaçları ve niceleyiciler, algoritmaların temel öğelerindedir.
  - Matematiksel doğrulama ve ispat süreçleri, algoritmik bir yaklaşımla gerçekleştirilebilir.

**Anahtar Kavramlar** akış şeması, algoritma, çizge, mantık bağlaçları, niceleyiciler, sözde kod, şifreleme

**Sembol ve Gösterimler**  $\wedge, \vee, \neg, \Rightarrow, \forall, \exists$

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ve araştırma ödevi ile değerlendirilebilir.

Programlama dillerindeki kodlamalarda yer alan algoritmaların (sıralama ve arama algoritmaları gibi) çözümlenmesine ve bu kodlamalarla ilgili akış şemaları oluşturulmasına yönelik verilen performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Akış şeması oluşturma, çizge oluşturma, kodlama yapma yöntemlerini kullanmayı gerektiren problemlerin yer aldığı çalışma kâğıtları analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir. Öz değerlendirme formuyla öğrencilerin kendilerini değerlendirmeleri istenebilir.

Gerçek yaşam durumlarında ve bilişim sistemlerinde şifreleme algoritmalarının kullanılmalarının araştırılmasına yönelik verilen araştırma ödevinin değerlendirilebilmesi için hazırlık, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği hazırlanabilir.

Algoritmik yapılardaki, matematiksel önermelerdeki ve matematiksel ispatlardaki mantık bağlaçları ve niceleyicilerin anlamlarını çözümlenme ve yorumlamaya dönük çalışma kâğıdı; öz değerlendirme formuyla değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin tek, çift ve ardışık tam sayıları bildiği; bir doğal sayının asal olup olmadığını ve asal çarpanlarını belirleyebildiği; bir doğal sayıyı basamak değerlerine göre çözümleyebildiği; bir doğal sayının çarpanlarını ve katlarını belirleyebildiği; bölünen, bölen, bölüm ve kalan kavramlarını bildiği; iki doğal sayının ortak bölenlerini ve ortak katlarını belirleyebildiği; mantık bağlaçları ile niceleyicileri bildiği ve doğrusal fonksiyonları tanıdığı kabul edilmektedir. Ayrıca öğrencilerin aritmetik ve cebirsel işlemler içeren bir problem durumunun aşamalarını algoritmik olarak (doğal dil, akış şeması ya da sözde kod) ifade edebildiği kabul edilmektedir.

### Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilerin doğal sayıların ve tam sayıların özellikleri, bölme algoritması ve doğal sayılarda bölünebilme ile ilgili bilgi ve becerilerinin belirlenebilmesi için soru cevap tekniği uygulanır. Gerçek yaşam durumu problemleri üzerinden algoritma dilinin kullanımı ile ilgili ön bilgilerin ve ihtiyaçların tespit edilmesine yönelik çalışmalar yapılır. Ayrıca öğrencilere sözel matematik önermelerini mantık bağlaçları ve niceleyiciler kullanarak ifade etmelerine yönelik açık uçlu sorular sorulur.

### Köprü Kurma

Öğrencilerin algoritma hakkındaki bilgilerini ve düşüncelerini ortaya çıkarmak için bilişim ve iletişim alanlarındaki günümüz teknolojik gelişmeleri bağlamında sınıf içi tartışma yapılır. Bilişim teknolojilerinin temelinde yatan matematiksel fikirlerin neler olduğu, algoritmanın önemi, işlevi ve matematikle olan ilişkisi hakkında bir sunum yapılır. Bu şekilde öğrencilerin teknolojide dünyayı etkileyen yeni gelişmelerin (programlama dilleri, makine öğrenmesi, yapay zekâ gibi) arkasında yatan matematiği fark etmeleri sağlanır. Akış şemalarının farklı alanlarda kullanımına yönelik örneklere yer verilir. Bu bağlamda sibernetik alanında Cezeri'nin çalışmaları örnek gösterilir. Euler'in (Öyler) Königsberg (Könisberk) köprüsü problemi tarihî bağlamı ile birlikte tanıtılarak öğrencilerin probleme dair fikir üretmeleri beklenebilir. Gerçek yaşam durumlarında özel bilgilerin şifrelenerek korunmasının algoritmaya nasıl mümkün olabileceği sorgulanır. Ulusal güvenlik açısından şifreleme teknolojileri ve siber güvenlik sistemlerinde (kimlik ve erişim yönetimi, bulut güvenliği gibi) ülkemizin gelişmesinin önemi vurgulanır.

## Öğrenme-Öğretme

### Uygulamaları MAT.9.3.1

Ortaokulda önce işlemleri, ardından cebirsel ifadeleri algoritmik bir dille ifade etmeyi öğrenen, algoritma oluşturma süreçlerinin gerektirdiği sistematik ve mantıksal düşünmeyi deneyimleyen öğrencilerin bu sınıf seviyesinde algoritmik düşünme temelli problem çözebilmeleri beklenmektedir. Algoritma kelimesinin kökeni tartışılır ve kelimenin Batı dillerine Harizmi'nin isminin okunuşundan geçtiğine yer verilir. Böylece öğrencilerin kültürel mirasa yönelik duyarlı olmaları sağlanır.

Verilen bir görevin ya da problemin matematiksel temsili için liste, tablo, çizge, akış şeması oluşturma ile algoritmik doğal dil veya sözde kod yazma yöntemlerinden uygun olanlar belirlenir (**MAB3**). Problem durumlarında verilen çizge, şifrelenmiş metin, kod öbeği gibi temsiller ile algoritma arasında ilişkiler kurulur. Örneğin periyodik durumlar içeren (nöbet tutma gibi) doğal sayı problemleri, asal çarpanlara ayırma, verilen iki sayının aralarında asal olup olmadığını belirleme, ilk 100 doğal sayı içinden asal olanları tespit etme (Eratosthenes kalburu), bölme algoritması, bilinen bölünebilme kurallarını algoritmik dille ifade etme gibi görevlere yer verilir. Ayrıca en az deneme yaparak çözüm bulmayı gerektiren ve arama algoritmalarının uygulaması olan problemler (aynı ebatlara sahip  $n$  tane madenî para içinden kütlesi farklı olan 1 tanesini en az tartımla bulma ya da akıldan tutulan bir doğal sayıyı cevabı evet/hayır olan en az sayıda soru ile bulma gibi) ele alınır.

Bilgi teknolojileri ve iletişimde mesajları şifrelemek için algoritmaların nasıl kullanılabilirliği sorgulanır; metinlere, sayılara veya sembollere verilen sayısal değerlerle ikili sisteme (binary) dönüştürülmesi bir şifreleme örneği olarak ele alınır (**E1.1, E3.11**). Çizge kuramının temel kavramları olarak ayırıt (çizgi) ve düğüm (nokta) açıklandıktan sonra (çizge kuramı ile ilgili teoremlere girilmeden ve çizge sınıflandırmaları yapılmadan) öğrencilerin çizgelerin matematiksel problem çözmede etkili bir araç olarak nasıl kullanılabilirliğine yönelik fikir geliştirmesi sağlanır. Köprü kurmada incelenen Königsberg köprüsü probleminden hareketle köprüler ayırıt, bölgeler düğüm kabul edilerek problem; bir çizge şeması ile temsil edilir. El kaldırmadan çizilen şekiller, şehirleri birbirine bağlayan en kısa yol, tokalaşma sayısı, sosyal ağlarda bilginin yayılımı gibi problemlerde farklı bir çözüm yolu olarak çizgelerin kullanılabilirliği gösterilir (**SDB3.2**). Ayrıca bilgisayar bilimlerinin temelinde yer alan ve çeşitli programlama dilleri kullanılarak yazılan kodların tümünün algoritmalarından oluştuğuna ilişkin basit örnekler incelenir (**MAB3**). Sıkça kullanılan, bilinen program ya da uygulamaların algoritmalarını (akış şemaları ya da sözde kodlarını) incelemek için araştırma ödevi verilebilir.

Algoritma diline ait yapıların (doğal dil, akış şeması, sözde kod) problem durumlarında nasıl kullanılacağı belirlenir. Örneğin verilen bir doğrusal fonksiyonun sıfırını bulmayı sağlayan algoritmanın nasıl olabileceği tartışılır. Karşılaşılan problem durumlarındaki sözel, görsel veya cebirsel temsillerin algoritmik bir dile dönüştürülebilmesinde işlem adımlarının takip edilmesi üzerinde durulur (**MAB3**). Bir gerçek yaşam problemine çözüm getiren basit bazı programların (kilo ve boy bilgileri girildiğinde vücut kitle indeksinin hesaplanması gibi) algoritmasını yazma (doğal dil ya da akış şeması) veya verilen bir algoritmanın hangi problemin çözümü olduğunu belirleme çalışmalarına yer verilir. Oluşturulan algoritmaların geçerliliği, algoritmaya girilen değerlerden elde edilen çıktıların bir tabloya aktararak değerlendirildiği algoritma testiyle sınanır. Benzer şekilde şifreleme ve çizge içeren problemlerdeki algoritma örnekleri incelenir. Bilgisayar bilimlerinde sıkça kullanılan algoritmaların (sıralama, arama algoritmaları gibi) çözümlenmesine yönelik araştırma ödevi verilebilir.

Karşılaşılan problem durumları algoritmik bir dile dönüştürülerek probleme dair bir çözüm stratejisi elde edilir. Örneğin şifrelenmiş bir metnin hangi kural kullanılarak şifrelendiğini saptayabilmek veya belirli sayıda kişiden oluşan bir grupta herkesin birbiri ile tokalaşması durumunda toplam tokalaşma sayısını tespit edebilmek için algoritma oluşturulur. Oluşturulan algoritma, problemin nasıl çözülebileceğine dair stratejiyi içerir. Bir gerçek yaşam durumundan hareketle [daha temiz bir çevreye sahip olmak amacıyla **(D18.3)** her gün çalışan bir çöp arabasının yakıt tüketimini azaltmak için **(D17.3)** şehrin sokaklarını en kısa yoldan dolaşabilmesi gibi] çözüm için bir çizge tasarlanır. Tasarlanan çizgelerle elde edilen sonuçlar tartışılır. Algoritma temelli oluşturulan çözüm stratejisi uygun şekilde kullanılarak problemin çözümü sağlanır. Öğrencilere akış şeması okuma ve yazma, sözde kod okuma ve yazma veya çizge oluşturma yöntemlerini kullanmayı gerektiren problemlerin yer aldığı çalışma kâğıtları verilir. Çözülen problem, başka algoritmalar kullanılarak veya kullanılmadan (örneğin matematiksel araç ve teknolojiden yararlanılarak) tekrar çözülür ve önceki adımda elde edilen çözümün doğruluğu kontrol edilir. Matematiksel araç ve teknolojiyi kullanırken dijital kaynakları belirleme ve bu kaynakları kullanarak dijital yetkinlikleri güncelleme gibi beceriler işe koşulur **(MAB5, OB2)**.

İncelenen problemin algoritma temelli olan veya olmayan olası tüm çözüm stratejileri ele alınır. Örneğin sözel bir problemin çözümü, hem çizge şeması oluşturularak hem de tablo kullanılarak yapılır **(MAB3)**. Bu şekilde algoritma temelli çözümlerin diğer çözümlerden farklı yönleri saptanır. Mevcut problemin algoritma temelli çözümlerinden yararlanılarak çıkarımlar yapılır. Elde edilen bu çıkarımlar, problemlerin çözümündeki kullanışlılığı açısından değerlendirilir. Öğrencilere kişisel bilgilerin korunmasıyla ilgili olarak bilişim sistemlerinde kullanılan şifreleme algoritmaları hakkında araştırma yaptırılır **(D8.2)**. Öğrencilerden görevi zamanında ve eksiksiz tamamlamaları beklenir. Böylece öğrencilerin sorumluluk değerini kazanmaları desteklenir **(D16.3)**. Öğrencilere programlama dillerindeki kodlamalarda yer alan algoritmaların çözümlenmesine ve akış şemalarının oluşturulmasına yönelik performans görevi verilebilir.

### **MAT.9.3.2**

Gerçek yaşam durumlarında ve sözel problem metinlerinde (nesnelere/kişileri iki ya da üç özelliğe göre sınıflandırmayı içeren problemler, çizge veya şifreleme içeren problemler gibi) geçen önermelerdeki mantık bağlaçları (ve, veya, ya da, ise) ve niceleyicilerin (her, bazı) anlamları değerlendirilir. Problem durumlarında yer alan bu mantık bağlaçları ve niceleyicilerin anlamları belirlenir. Öğrencilerin algoritma temelli problemlerde mantık bağlaçları ve niceleyicilere olan ihtiyacın sebebini sorgulaması sağlanır. Bu mantık bağlaçları ve niceleyicilerin algoritma temelli problemlerde kullanımı ve işlevi, problem çözümlerine ilişkin algoritmik dil (doğal dil, akış şeması ya da sözde kod) oluşturularak belirlenir **(OB4)**. Öğrencilere algoritmik yapılar içindeki mantık bağlaçlarına ve niceleyicilere yönelik çalışma kâğıdı verilebilir.

### **MAT.9.3.3**

İncelenen algoritmalarından hangilerinde mantık bağlaçları ve niceleyicilere ihtiyaç duyulduğu ve bunların nasıl kullanıldığı gözden geçirilir. "Mantık bağlaçları ve niceleyicilerin farklı kullanım alanları nelerdir?", "Mantık bağlaçları ve niceleyicilerin algoritmalarda ne tür işlevleri bulunur?" gibi sorular sorulur. Bu şekilde mantık bağlaçlarının ve niceleyicilerin hem algoritmalarındaki hem de matematiksel doğrulama ve ispat süreçlerindeki önemi üzerine öğrencilerin tartışmaları sağlanır. Basit bir önerme ("Her tek sayının karesi de tektir." gibi) alınarak bu önermenin doğruluğu, hem algoritma hem de cebirsel ispat adımları ile gösterilir. Bir problemin ve çözümünün, matematiksel bir önermenin ve doğrulama ya da ispat aşamalarının ifade edilmesinde sözel, sembolik ve algoritmik dilin birlikte kullanıldığı uygulamalar yapılır. Böylece mantık bağlaçları ve niceleyicilerin matematiksel dildeki kritik rolünü öğrencilerin fark etmeleri sağlanır. Aynı zamanda mantık bağlaçları ve niceleyicilerin matematiğin sembolik dilinin yalın, kesin ve evrensel bir biçimde oluşumunda önemli bir rolü olduğuna yönelik değerlendirmelerde bulunmaları desteklenir. Öğrencilere algoritmik yapılarda, matematiksel önerme ve ispatlarda kullanılan mantık bağlaçları ve niceleyicilerin anlamlarını çözümlenme ve yorumlamaya yönelik çalışma kâğıdı verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Verilen iki sayının en büyük ortak bölenini bulma amacıyla bir algoritma oluşturma görevinden hareketle Öklid algoritmasının incelendiği çalışmalara yer verilir. Öz yinelemeli (rekürsif) algoritma örnekleri Öklid algoritması ile ilişkilendirilerek öğrencilerden benzer örneklerin araştırılması istenir. (\*) Şifrelenmiş mesaj metinlerinde şifreleme algoritmasının tespitine ve metnin ortaya çıkarılmasına yönelik çalışmalar yapılır. Öğrencilere kriptolojide kullanılan asal sayı test algoritmaları ile ilgili araştırma ödevi verilir.

(\*) Öğrencilerden bilgisayar bilimine ait problemlerde kullanılan farklı algoritmaların (sıralama algoritmaları gibi) sağladığı avantajlara yönelik araştırma yapmaları ve sonuçlarını sınıf ortamında paylaşmaları istenir. (\*) İkili arama ağacı yöntemini kullanmayı gerektiren problem durumlarına yer verilir.

(\*) Farklı problem türlerinden (tokalaşma sayısı, Euler'in köprü problemi gibi) hareketle öğrencilerin çizgelerin kenar ve köşe sayıları arasındaki ilişkiler bağlamında çizge kuramındaki temel kavram ve genellemelere ulaşmaları sağlanır. Örneğin platonik cisimler incelenerek öğrencilerin Euler karakteristiğini keşfetmeleri sağlanır. Çizge ile temsil edilebilecek bir problemde en kısa yolu ya da tam turu bulmak için çeşitli algoritmaların kullanılabilmesi farklı örneklerle yer verilir. Euler turu, Hamilton (Hemiltın) turu ve gezgin satıcı problemi hakkında öğrencilere araştırma ödevi verilir. Öğrencilerin problem çözümüne yönelik elde ettikleri algoritmaları bildikleri bir programlama diline aktararak bilgisayarda çalışmalarını sağlanır.

**Destekleme** Akış şemaları oluşturulması gerektiren problemlerde adım sayısı daha az olan ve basit algoritmik işlemler içeren problem örnekleri tercih edilir. Benzer şekilde şifre veya ikili sistemde (binary) kod oluşturmada, bunları çözümlenmeyi gerektiren problemlerde öğrencilerin bilgi ve beceri düzeylerine göre basitleştirmeler yapılır.

Algoritmaların kullanıldığı gerçek yaşam durumu örnekleri, öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılır. Algoritmaların temsil edilebileceği tangram, sudoku, kakuro gibi somut materyaller kullanılır. Algoritmaları çözümlenebilmeye ve yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır.

Algoritma temelli problemler ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için öğrencilere daha fazla zaman verilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılır.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 4. TEMA: GEOMETRİK ŞEKİLLER

Bu temada öğrencilerin üçgende açı ve kenarlarla ilgili özelliklere, üçgenin açı ve kenarları arasındaki ilişkilere yönelik doğrulamalar ve ispatlar yapabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 12

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma)

**KAVRAMSAL BECERİLER** -

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E1.2. Bağımsızlık, E3.4. Gerçeği Arama

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D11. Özgürlük, D14. Saygı, D19. Vatanseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı

### DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER

Görsel Sanatlar, Mühendislik, Mimari

### BECERİLER ARASI İLİŞKİLER

MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.9.4.1. Üçgende açı ve kenarla ilgili özellikleri, üçgenin açı ve kenarları arasındaki ilişkileri doğrulayabilme veya ispatlayabilme

a) Üçgende iç ve dış açı ölçülerinin toplamına, açılara karşılık gelen kenarlarla ilgili özelliklere ve kenar uzunlukları arasındaki ilişkilere dair farklı doğrulama veya ispatları kullanır.

b) Yapılan doğrulama veya ispatları yeni durumlara uyarlayarak değerlendirir.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

Üçgende Açı ve Kenarla İlgili Özellikler, Üçgende Açı Özellikleri Arasındaki İlişkiler, Üçgende Kenar Özellikleri Arasındaki İlişkiler

### Genellemeler

- Üçgende en uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsü en büyüktür.
- Öklid geometrisinin aksiyomatik yapısı, geometrideki bağıntıların ve ilişkilerin ispatlanmasının temelini oluşturur.
- Üçgenin temel özellikleri ve geometrik yapısının anlaşılması sayesinde üçgen oluşturma koşulları belirlenir.

### Anahtar Kavramlar

açı, dış açı, iç açı, kenar, üçgen, üçgen eşitsizliği

### Sembol ve Gösterimler

$m(\widehat{BAC})$ ,  $[AB]$ ,  $|AB|$ ,  $\perp$ ,  $\parallel$ ,  $\widehat{ABC}$

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; açık uçlu sorular, çalışma kâğıtları ve performans görevleri ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere üçgende açı ve kenar özellikleri hakkında yaptıkları doğrulama veya ispatlamaları kullanabilecekleri problem durumları bulmalarını ve bunları çözmelerini gerektirecek bir performans görevi verilebilir. Performans görevinin ürünü olarak her bir gruptan çalışmasını çevrim içi uygulamaları kullanarak sunmaları istenebilir. Öğrencilerin ürünleri, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin nokta, doğru, doğru parçası, ışın ve açıyı gerekli araçlarla oluşturabildikleri; açı çeşitlerine, iki doğrunun kesişimi ile oluşan açılara ve paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılara yönelik çıkarımlar yapabildikleri; üçgen ve temel elemanları ile ilgili muhakeme becerisi bağlamında çözümlenme, yorumlama ve çıkarım yapabildikleri kabul edilmektedir.

### Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilere geometrinin temel kavramları, tanımları ve gösterimleri hakkında sorular sorularak öğrencilerin bu kavramlarla ilgili ön bilgileri değerlendirilir. Açı çeşitlerine, iki doğrunun kesişimi ile oluşan açılara ve paralel iki doğrunun bir kesenle yaptığı açılara yönelik ön bilgileri de değerlendirilir. Öğrencilerin sorulara verdiği cevaplar üzerinden varsa kavram yanılgıları ve yanlış anlamlandırmaları, kullandıkları matematiksel semboller üzerinde durularak tutarlı bilgi, uygun ifade ve gösterimlere sahip olmaları sağlanır. Bu noktada öğrencilerin merakını ve ilgisini çekecek bir yaklaşımla geometrik kavramların önemi bağlamında bir tartışma ortamı oluşturulabilir.

Öğrencilerin üçgenin elemanları ve konuya ilişkin genellemeler ile ilgili bilgilerini açıklarken prototip bir üçgen çizimi yerine farklı türde üçgenlerden de yararlanıp yararlanmadıkları değerlendirilir. Bu süreçte farklı türden üçgenlerden yararlanmanın sağlayacağı farklı bakış açıları ve bunun ulaşılabilecek çıkarım ve genellemelere etkisi fark ettirilerek öğrencilerin alternatif çözümler üretme ve yeni durumlara uyum sağlama süreçleri aracılığıyla esneklik becerilerinin gelişimi değerlendirilir.

**Köprü Kurma** Öğrencilerden bu sınıf seviyesine kadar geometrik nesnelerin özelliklerine yönelik muhakeme becerisi bağlamında işe koştukları çözümlene, yorumlama, çıkarım yapma ve doğrulama becerilerini bu sınıfta ispat yapabilme becerisine dönüştürebilmeleri beklenmektedir. Genelleme yaparak ortaya koydukları önermelerin tüm durumlarda geçerli olduğunu gösterebilmek için öğrencilerin ispata ihtiyaç duyulduğunun farkında olmaları sağlanır.

Ortaokulda düzlemde üçgenin iç açı ölçüleri toplamının  $180^\circ$  olduğunu öğrendikleri için öğrencilere bu özelliğin ispatının nasıl yapılabileceği sorulur. Bu ispatın hangi bilgilere dayandırılacağı hakkında öğrencilerin görüşleri alınır, ispat için doğruluğundan emin olunan ön bilgilerin önemine vurgu yapılır.

### Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

#### MAT.9.4.1

Öğrencilerden ortaokulda öğrendikleri düzlemde verilen bir üçgende iç açıların ölçüleri toplamının  $180^\circ$  olduğuna dair bilgilerinin düzlemde verilen bütün üçgenler için doğru olup olmadığını düşünmeleri beklenir. Düzlemde verilen bir üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının  $180^\circ$  olduğuna dair genellemenin ispata muhtaç olduğunun anlaşılması gerekmektedir. Öğrencilerin bu genellemenin nasıl ispatlanabileceği ile ilgili fikir yürütmesi ve fikirlerini paylaşması sağlanarak gerçeği arama ve bağımsızlık eğilimleri desteklenir (**E3.4, E1.2, D11.2**). Sonrasında öğrencilerin düzlemde kesişen doğrular ve oluşturdukları açılarla ilgili bilgilerini kullanarak ispat yapmayı denemeleri sağlanır. Öğrencilerden bu ispat için düzlemde bir doğruya dışındaki bir noktadan yalnızca bir paralel doğru çizilebileceğini düşünmeleri beklenir. Öğrencilerden düzlemde verilen bir üçgenin dış açı ölçülerinin toplamının ne olabileceği ile ilgili çıkarımda bulunmaları da istenir. Bu toplamın  $360^\circ$  olduğuna dair önermenin ispatına yönelik farklı doğrulama ve ispatlar üzerine sınıf içi tartışma yapılır. Yapılacak tartışma etkinlikleri; öğrencilerin etkin dinleme, düşüncelerini saygı çerçevesinde ifade etme, farklı yollarla etkileşim sağlama ve grup iletişimine katılma becerilerinin geliştirilmesine katkı sağlayacaktır (**SDB2.1, D14.1**). Bu tartışmalar sonrasında öğrencilerin fikirlerine ilişkin değerlendirme yapılarak uygun ispatın kullanılması sağlanır. Öğrencilere önermenin farklı ispatlarının ispat adımları ve gerekçelerinin yer aldığı çalışma kâğıtları verilerek öğrencilerden bırakılan boşlukları doldurmaları istenebilir. Öğrencilerin verilen önermeye ilişkin yaptıkları farklı ispatları karşılaştırmaları sağlanır. Bu ispatlardan yararlanılarak öğrencilerden düzlemde verilen bir üçgende bir dış açının ölçüsünün kendisine komşu olmayan iki iç açının ölçüleri toplamına eşit olduğuna dair önermeyi de ispatlamaları istenir. Bu çalışmalar sırasında öğrencilerden gruplar hâlinde fikir alışverişi yapmaları ve etkileşim içinde olmaları beklenir (**SDB2.1, SDB2.2**).

Öğrencilerden bu sınıf düzeyinde üçgende açı ve kenar ilişkilerini ifade eden önermeler ("Üçgende en uzun kenarın karşısındaki açının ölçüsü en büyüktür." gibi) ile üçgenin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi ifade eden üçgen eşitsizliğini doğrulamaları beklenmektedir.

Bu genellemelerin doğrulanması hakkında öğrencilerin kendi fikirlerini dile getirmeleri istenir. Öğrencilere yöneltilecek açık uçlu sorular ve öğrenci cevaplarına verilen dönütlerle öğrencilerin fikirlerini geliştirmeleri sağlanır. Farklı doğrulamalar arasından uygun olanı işe koşulur. Öğrenciler, doğrulama yaparken matematiksel araç gereç ya da teknoloji kullanmaları hususunda teşvik edilir (**MAB5**). Bu çalışmalarla öğrencilerin dijital ortamlar için içerik tasarlama, geliştirme, düzenleme ve paylaşma becerilerinin gelişimi de desteklenecektir (**OB2**).

Öğrencilerin önermeleri, işe koştukları ispat veya doğrulamaları değerlendirmeleri sağlanır. Bu değerlendirmede öğrencilerden ulaşılan önermeleri, önermelerin ispat ve doğrulamasını geometrik problemler ile gerçek yaşam problemleri (görsel sanatlarda üçgen kullanımı, mimari ve mühendislikte yapıların üçgen formları gibi) bağlamında kullanma-



ları beklenir (**MAB2**). Buna yönelik çalışmalarda öğrencilerin farklı problem durumlarında üçgen görsellerini değerlendirirken görselleri anlama, görselleri yorumlama, görseller hakkında eleştirel düşünme, görselleri kullanarak yeni görseller oluşturma becerilerinin gelişimi desteklenir (**OB4**). Ayrıca öğrencilerin problem durumlarına çözüm bulurken yürütecekleri çalışmalar; probleme ilişkin bilgilerin çözümlenmesini, yorumlanmasını ve sorgulanarak eleştirel bir bakış açısıyla kullanılmasını gerektirir (**OB1**). Öğrencilere üçgende açı ve kenar özellikleri hakkında yaptıkları doğrulama veya ispatlamaları kullanabilecekleri problem durumları bulmalarını ve bunları çözmelerini gerektirecek bir performans görevi verilebilir.

Geometrinin tarihî süreçte ortaya çıkışı, zamanla kuramsal ve aksiyomatik bir yapı kazanması; öğrencilerin seviyelerine uygun soru, kavram ve açıklamalarla tartışılır. Türk kültür ve medeniyetinde geometrinin tarihî gelişim sürecine katkı sağlamış bilim insanlarından (Ebülvefa Buzcani, Kuşyar bin Lebban, Kadızade-i Rumi, Nasirüddin Tusi) ve yaptıkları çalışmalardan bu çıktıya yönelik olanlar tanıtılır ya da öğrencilerden araştırma yapmaları istenir (**OB5, E1.1**). Mustafa Kemal Atatürk tarafından 1936-1937 yılları arasında hazırlanmış, bazı geometri terimlerinin bugün kullanılan karşılıklarına yer veren *Geometri* isimli kitapta bahsedilerek öğrencilerin millî bilinç sahibi olma, millî kimliğini tanıma ve ülke varlığını korumaya yönelik duyarlılıklarının artırılması sağlanır (**D19.2**).

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Doğrulaması yapılan önerme ve teoremlerin ispatlarının nasıl olabileceğine dair fikir yürütmeleri, öğrencilerin eleştirel bakma eğilimlerinin gelişimini sağlayacaktır. Ayrıca öğrencilerden bu tür ispatların nasıl yapılabileceğine dair araştırmalar yapmaları istenir.

(\*) Üçgende iç açılarının ölçüleri toplamının her durumda  $180^\circ$  olup olmadığına ilişkin araştırma ödevi verilerek Öklid dışı geometriye ilişkin bilgi edinmelerinin sağlanması, öğrencilerin soru sorma eğilimlerini artıracaktır. Öğrencilerden araştırma sürecinde planlı, aktif ve bilimsel bir yaklaşım sergileyerek yeterliliklerini geliştirmeleri beklenir. Öğrencilerin araştırma görevleri sonucunda ürün oluşturmalarına ve ürünü uygun şekilde sunmalarına imkân tanınması, görev bilincine sahip olmalarına ve sorumluluk duygularının gelişimine katkı sağlayacaktır.

**Destekleme** Öğrencilerin öncelikle ispatı yapılan önermelerin farklı üçgen çizimleri üzerinden doğrulamalarını yapmaları sağlanır. Daha sonra çeşitli materyaller kullanılarak öğrencilerin ispatları anlamlandırmaları için çalışmalar yapılır. Örneğin kâğıt katlama ya da kesme ile düzlemde üçgenin iç açılarının ölçüleri toplamının  $180^\circ$  olduğu gösterilir.

Farklı uzunluktaki üç çubuk veya kalemle üçgen oluşturma şartları incelenir. Benzer şekilde öğrencinin uygulama yapmasına imkân tanıyan etkileşimli içerikler (sanal manipülatifler gibi) kullanılır.

Öğrencilerin ispatlarını ve doğrulamalarını yaptıkları önermelere ilişkin çok adımlı ve karmaşık problem durumlarının çözümlerine geçmeden önce öğrencilere az adımlı çözümler içeren problem durumları sunulur. Öğrencilerin bu problemleri küçük gruplarda tartışarak çözmelerine, arkadaşlarının çözümlerine ilişkin geri bildirimde bulunmalarına imkân tanıyan öğrenme ortamları oluşturulur.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 5. TEMA: EŞLİK VE BENZERLİK

Bu temada öğrencilerin geometrik dönüşümlere (yansıma, öteleme, dönme), üçgende eşlik ve benzerliğe ilişkin çıkarımlar yapabilmeleri; Tales, Öklid ve Pisagor teoremlerini ispatlayarak bu teoremlerle üçgende eşlik ve benzerliğin kullanılmasını gerektiren problemleri çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 36

### ALAN

**BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma), MAB2. Matematiksel Problem Çözme

### KAVRAMSAL

**BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma, KB2.15. Yansıma

### EĞİLİMLER

E1.3. Azim ve Kararlılık, E1.4. Kendine İnanma (Öz Yeterlilik), E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. Sistematiik Olma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

#### Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri

SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB2.3. Sosyal Farkındalık, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

#### Değerler

D3. Çalışkanlık, D7. Estetik, D12. Sabır, D14. Saygı, D19. Vatanseverlik

#### Okuryazarlık Becerileri

OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı

### DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER

Görsel Sanatlar, Mimari

### BECERİLER ARASI İLİŞKİLER

MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

### MAT.9.5.1. Geometrik dönüşümlerle ilgili çıkarım yapabilme

- Mevcut bilgisi dâhilinde geometrik dönüşümlerin (yansıma, öteleme, dönme) özelliklerine, bir geometrik şeklin dönüşüm sonrasında oluşan görüntüsüne ilişkin varsayımlarda bulunur.
- İncelediği örnekler üzerinden dönüşümlerin özelliklerine ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntüsüne ilişkin varsayımlarına dayalı örüntüleri geneller.
- Dönüşümlerin özellikleri ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntüsüne ilişkin varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.
- Elde ettiği genellemelerden hareketle dönüşümlerin özelliklerine ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntüsüne ilişkin önermeler sunar.
- Geometrik dönüşümlerle ilgili elde ettiği önermeleri konu ile ilgili başka çıkarımlar yapmak için kullanarak değerlendirir.

### MAT.9.5.2. İki üçgenin eş veya benzer olması için gerekli olan asgari koşullarla ilgili çıkarım yapabilme

- İki üçgenin eş veya benzer olma koşullarına ilişkin varsayımlarda bulunur.
- İncelediği örnekler üzerinden iki üçgenin eş veya benzer olma koşullarına ilişkin varsayımlarına dayalı örüntüleri geneller.
- İki üçgenin eş veya benzer olma koşullarına ilişkin varsayımları ile elde ettiği genellemeleri karşılaştırır.
- Ulaştığı genellemelerden iki üçgenin eş veya benzer olma koşullarına ilişkin önermeler sunar.
- İki üçgenin eş veya benzer olma koşullarına dair elde ettiği önermelerin farklı ve yeni durumların anlamlandırılmasına yönelik sunduğu katkısı değerlendirir.

### MAT.9.5.3. Bir üçgenden hareketle ona benzer üçgenler oluşturma ile ilgili yansıtma yapabilme

- Bir üçgene benzer üçgenler oluştururken eşlik ve benzerlik deneyimlerini gözden geçirir.
- Deneyimlerine dayalı çıkarımlar yapar.
- Bir üçgenden hareketle ona benzer üçgenler oluşturma ile ilgili ulaşılan çıkarımları farklı problem durumlarında değerlendirir.

### MAT.9.5.4. Tales, Öklid ve Pisagor teoremlerini ispatlayabilme

- Tales, Öklid ve Pisagor teoremlerine ilişkin farklı ispatları kullanır.
- Kullandığı matematiksel ispat ve teoremleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirir.

### MAT.9.5.5. Eşlik ve benzerlikle ilgili çıkarım ve teoremleri içeren problemleri çözebilme

- Problemin verilen ve istenenlerine ilişkin parçaları belirler.
- Problemde verilenler, istenenler ve gerekli işlemler arasındaki ilişkileri belirler.
- Problemin parçaları arasındaki ilişkileri problem bağlamına uygun olarak dönüştürür.
- Matematiksel temsillere dönüştürdüğü problemi kendi ifadeleri ile açıklar.
- Problemin çözümünü gerçekleştirmek için stratejiler oluşturur.
- Belirlediği stratejiyi çözüm için uygulayarak problemi çözer.
- Problemin çözümünü kontrol eder.

- g) Problemin çözümü için geliştirdiği, kullandığı stratejilerdeki kısa yolları ve çözüme ulaştırmayan stratejileri belirleyerek çözüme ilişkin deneyimini gözden geçirir.
- ğ) Çözüme ulaştıran stratejilerden hangilerinin hangi tür problemlere uygulanabileceğine ilişkin çıkarım yapar.
- h) Ulaştığı çıkarımların geçerliliğini matematiksel örneklerle değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Geometrik Şekillerin Yansıma, Öteleme ve Dönme Dönüşümleri Sonrası Görünüşü ve Bu Görünüşün Özellikleri, Üçgenlerde Eşlik ve Benzerlik Koşulları

- Genellemeler**
- Tüm kenar uzunlukları belli olan sadece bir üçgen vardır. Geometrik dönüşümlerle (öteleme, yansıma, dönme) bu üçgene eş üçgenler üretilebilir.
  - Öteleme, yansıma ve dönme dönüşümleri sonucunda başlangıçtaki şekil ile dönüşüm sonrası oluşan şeklin görüntüsü eşittir.
  - Benzer üçgenlerde karşılıklı açılar ölçüleri eşittir ve bu açılar karşısındaki kenarlar orantılıdır.
  - Eş üçgenlerde benzerlik oranı 1'dir.
  - Birbirine paralel en az üç doğrunun kendilerini kesen doğrular üzerinde oluşturdukları karşılıklı doğru parçalarının uzunlukları orantılıdır.
  - Bir dik üçgende hipotenüse ait yükseklik çizildiğinde oluşan dik üçgenler birbirine ve başlangıçtaki üçgene benzerdir.
  - Öklid ve Tales teoremleri, bir üçgenden hareketle o üçgene benzer üçgenler oluşturma yoluyla elde edilebilir.

**Anahtar Kavramlar** benzerlik, dönme dönüşümü, eşlik, Öklid teoremi, Pisagor teoremi, Tales teoremi

**Sembol ve Gösterimler**  $\cong, \sim$

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, açık uçlu sorular, proje ödevi ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere dönüşümler kullanarak elde edebileceği motif ve süsleme örnekleri oluşturup bu örnekleri sunmalarına yönelik performans görevi verilebilir. Öğrencilerin tasarladığı bu çalışmalar sınıfta sunulabilir. Performans görevleri, öz değerlendirme ve akran değerlendirme formları ile değerlendirilebilir. Ayrıca öğrenci ürünleri, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Öğrencilere farklı benzer üçgenler çizilerek bunların benzerliklerinin hangi özelliklere göre kurgulandığını ortaya koyan bir performans görevi verilebilir. Bu performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Öğrencilere benzer üçgenler oluşturma ile ilgili yansıma yapabileceği çalışma kâğıdı verilebilir.

Öğrencilere Tales, Öklid ile Pisagor teoremlerini, ispatlarını kullanabileceği ve farklı soru türlerinin bulunduğu çalışma kâğıdı verilebilir. Çalışma kâğıtları, dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Öğrencilerin eşlik ve benzerlikle ilgili çıkarım ve teoremlere ilişkin bilgi ve becerilerini konuyla ilgili farklı problem durumlarının oluşturulması ve problemlerin çözümü için kullanmalarını sağlayacak bir proje ödevi verilebilir. Öğrencilerin çalışmaları, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin geometrik bir şeklin yansıma ve öteleme dönüşümü altındaki görüntüsüne ilişkin çıkarım yapabildiği, dönüşümleri içeren problemleri çözebildiği, çalışmalarını sonucu bir üçgeni oluşturan yeterli eleman ile eşlik koşulları arasındaki ilişkileri belirleyebildiği kabul edilmektedir. Benzer nesnelere/şekiller arasındaki ilişkiyi yorumlayabildiği, çokgenlerin benzerliğini değerlendirebildiği, Pisagor teoremini tamkare uzunlukları hesaplamak için kullanabildiği ve ilgili problemleri çözebildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Ön değerlendirme sürecinde soru cevap tekniği kullanılarak öğrencilerin öteleme ve yansıma dönüşümü, üçgende eşlik ve benzerlik kavramları ile Pisagor teoremine ilişkin bilgileri değerlendirilir. Verdikleri cevaplardan hareketle öğrencilerde görülen eksiklikler ve varsa hatalı anlamalar üzerinde durulur, öğrencilerin bilgilerini doğru anlamlandırmaları ve öğrenme eksikliklerini tamamlamaları sağlanır.

**Köprü Kurma** Öğrencilerin bir şekil ve şeklin yansıma, öteleme ve dönme dönüşümü altındaki görüntülerinin bulunduğu örneği incelemesi sağlanarak dönüşümler arasında bir ilişki olup olmadığını sorgulamaları beklenir. Öğrencilerin öteleme ile yansıma ve dönme ile yansıma dönüşümleri arasındaki ilişkileri fark etmeleri amaçlanır. Önceden çıkarımını yaptıkları benzerlik koşullarını gerçek yaşam problemlerinde nasıl kullanabileceklerine dair farklı fikirlerin/yöntemlerin oluşturulması amaçlanır. Ayrıca Tales, Öklid ve Pisagor teoremlerine ilişkin önceki sınıflardaki bilgilerine dayalı olarak öğrencilerin bu teoremlerin ispatlarını benzerlik ile ilişkilendirerek yapabilmeleri sağlanır.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.9.5.1

Ortaokulda yansıma ve öteleme dönüşümüyle ilgili çıkarımlarda bulunan öğrencilerin bu dönüşümlerin özelliklerine dair çeşitli örnekler üzerinden bu çıkarımlarını hatırlamaları ve yeni çıkarımlarda bulunmaları sağlanır. Örneğin bir şeklin ve o şeklin bir doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünün bulunduğu örnekler incelenir. Öğrencilerin şekil ile yansıma dönüşümü altındaki görüntüsünü karşılaştırmaları sağlanır. Öğrencilerden şeklin değişen ve değişmeyen özelliklerinin neler olduğu hakkında tartışmaları istenir. İncelemeler sonucunda öğrencilerin bu özelliklere ilişkin varsayımlarını belirlemeleri beklenir. Benzer şekilde öteleme dönüşümü ile ilgili örnekler de incelenir ve öğrencilere bu dönüşümün özelliklerine ilişkin varsayımlar oluşturmaları için fırsat verilir. Öğrenciler şekiller ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntülerini karşılaştırırken sorularla ("Şekil ile şeklin dönüşümler altındaki görüntüsünün kenar uzunlukları ve çevre uzunlukları eşit midir?" gibi) öğrencilere rehberlik edilmesi önemlidir. Öğrencilerin sundukları varsayımlarla ilgili tartışma yapmaları sağlanarak konuya ilişkin genellemelere ulaşmaları beklenir. Öğrencilerin farklı örnekler üzerinden varsayım ve genellemelerini karşılaştırmaları sağlanır. Sonuçta ulaştıkları genellemeler, önerme ("Bir şeklin bir doğruya göre yansıma dönüşümü altındaki görüntüsü ile o şekil eşittir." gibi) olarak ifade edilir. Elde edilen önermelerin değerlendirilmesi yine tartışma yoluyla yapılır. Bu değerlendirmelerde dönüşümler sonrası oluşan görüntülerin baştaki şekle eş olduğu, her bir dönüşüm için vurgulanır. Ayrıca öğrencilerin ortaokulda öğrendiği yansıma ve öteleme dönüşümleri arasındaki ilişkiyi (bir şeklin öteleme dönüşümü altındaki görüntüsünün o şeklin düzlemde paralel iki doğruya göre sırayla iki kez yansıma dönüşümü uygulanmasıyla elde edilmesi gibi) fark etmesi sağlanır. Bu bağlamda dönme dönüşümünün yansıma dönüşümü ile ilişkisi vurgulanır. Öğrencilerin bir şeklin dönme dönüşümü altındaki görüntüsünün o şeklin düzlemde kesişen iki doğruya göre sırayla yansıma dönüşümü uygulanmasıyla elde edildiğine ilişkin çıkarımda bulunmaları sağlanır. Çıkarımların değerlendirilmesi bağlamında dönme dönüşümünün bileşenleri olan dönme merkezi ve dönme açısı açıklanır.

Öğrencilere dönüşümler kullanılarak oluşturulmuş farklı kültürlere ait motif ve süsleme örnekleri verilerek geometrik dönüşümlerin süsleme sanatı, görsel sanatlar ve mimarideki yeri ile ilgili fikirlerini sunmaları sağlanır (OB5). Öğrencilere geometri kullanılarak oluşturulmuş, millî kültüre ait sanat eserlerini ve mimari eserleri görsel yorumlama yöntemiyle incelemesi için fırsat verilir (OB5). Millî kültüre ilişkin bu incelemeler; öğrencilerin kendi millî ve manevi değerlerine duyarlı olmalarına ve saygı duymalarına, kültürel mirasa değer vermelerine katkı sağlayacaktır (D14.3). Sanat eserleri ve mimari eserlere ilişkin tüm bu çalışmalar, öğrencilerin hayal güçlerini ve ruhsal gelişimlerini destekleyecek; sanatı ve estetiği hayatlarının parçası hâline getirmelerine yardımcı olacaktır (D7.2). Öğrencilerden Türk kültürüne ait kilim ve halı motiflerini görsel yorumlama yöntemiyle incelemeleri, bu motifleri kendi yaptıkları süsleme örnekleri ile karşılaştırmaları istenir. Sınıfta kilim ve halı motifleri, örnek olarak sunulur. İletişim ve paylaşma becerilerini geliştirmek için öğrencilere tasarladıkları bu çalışmalarını sınıf panosuna astıkları posterlerle ya da çevrim içi uygulamalardan yararlanarak sergileme imkânı sunulur (OB2, D19.3).

Dönme dönüşümü uygulanmış şekiller ve bu şekillerin görüntüleriyle ilgili örnekleri incelemeleri sağlanarak öğrencilere dönme dönüşümü ile ilgili özelliklere dair çıkarımlarda bulunmaları için fırsat verilir. Öğrencilerin geometrik dönüşümlerle ilgili çıkarım yapmalarını kolaylaştırmak için matematik yazılımları kullanılarak şekiller ve şekillerin dönüşümler altındaki görüntüleri karşılaştırılır (MAB5). Kullanılan matematik yazılımında öğrencilerin çalışmasının sağlanması, dijital ortamda içerik geliştirme ve paylaşma becerilerinin oluşması ve geliştirilmesinde önemli olacaktır (OB2). Süreç boyunca yapılacak çalışmalarda kullanılan çizimler, bu çizimlere ilişkin öğrenci yorumları ve öğrencilerin yaptığı paylaşımlar; görselleri dijital ortamda tanıma, anlama, oluşturma, yorumlama ve dönüştürme becerilerinin gelişimini sağlar (OB4). Öğrencilerin verilen bir görsel üzerinde çalışması, görselin sorgulanarak farklı problem durumlarının çözümünde kullanılmasını ve öğrencilerin özgün görseller oluşturma becerisini destekler (OB4). Öğrencilerden dönüşümler kullanarak elde edebilecekleri motif ve süsleme örnekleri oluşturmaları ve bu örnekleri sunmalarına yönelik performans görevi istenebilir.

### MAT.9.5.2

Öğrenciler önceki bilgileri ile bir üçgeni oluşturan yeterli eleman ve eşlik koşulları arasındaki ilişkileri belirleyebilmektedir. Öğrencilere çeşitli eş ve benzer üçgen örnekleri inceletilerek öğrencilerin bu bilgilerle geometrik dönüşümlere ilişkin çıkarımlarını birlikte yorumlamaları istenir. Bu yorumlarından yola çıkılarak üçgenlerin eş ve benzer olmasına ilişkin koşullara dair varsayımlarda bulunmaları sağlanır. Öğrencilerin varsayımlarını oluşturmalarına yardımcı olacak sorularla ("Tüm açı ölçüleri karşılıklı eşit olan üçgenler eş midir?", "İki üçgenin eş olmadığı durumda karşılıklı açı ölçüleri eşit olabilir mi?" gibi) süreç yönetilir. Öğrencilerden eşlik ve benzerlik koşullarına dair örnekleri inceleyerek ulaştıkları varsayımlarını genellemelere dönüştürmeleri ve bu genellemeleri ifade etmeleri beklenir. Öğrencilerin örnekler üzerinde yaptıkları ölçüm ve incelemelerden ulaştıkları genellemeler, organize edilerek tahtada özetlenir. Bu tartışmalar ve özetler sayesinde öğrencilerin farklı bakış açılarını diğer öğrencilerin de görmeleri sağlanır ve her bir düşüncenin genellemeye ulaşmada önemli, saygın ve katkı sağlayıcı olduğu vurgulanır. Bu bağlamda öğrenciler, arkadaşlarının fikirlerini anlama ve bu fikirlere saygı duyma konusunda motive olur (SDB2.3). Ulaşılan genellemeler ile varsayımların karşılaştırılması tartışma yoluyla sağlanır. Ulaşılan genellemelere dair önermeler ifade edilerek iki üçgenin eşlik ve benzerlik koşullarının (Kenar-Kenar-Kenar eşliği ve benzerliği, Açı-Açı benzerliği, Açı-Kenar-Açı eşliği gibi) belirlenmesini hedefleyen öğrenme ortamları oluşturulur. Bu süreçte sınıfta grup çalışması yapılarak her bir grubun eşlik ve benzerlik koşullarını belirlemesi; öğrencilerin iş birliği ve ekip çalışması yapma, düşüncelerini başkalarıyla tartışma, başkalarının düşüncelerini ve bakış açılarını anlama, grup iletişimine katılma ve başka düşüncelerde uzlaşma becerilerine katkı sağlar (SDB2.1, SDB2.2, SDB2.3). Önermelerin değerlendirilmesinde öğrencilerin eş ve benzer üçgenlerle nerelerde karşılaşabileceklerine dair düşünmelerine ve fikirlerini paylaşmalarına olanak sağlanır. Eş üçgenlerin süsleme sanatında dönüşümler yardımıyla üretildiği ve sanat eserlerinin oluşturulmasını sağladığı, çeşitli örneklerle vurgulanır. Öğrencilerin başka disiplinlerde ve günlük hayatta karşılaşılan eş ve benzer üçgenlerle ilgili

fikirleri, sınıfça değerlendirilir. Sınıf gruplara ayrılarak her bir grubun geometri tahtası veya başka bir materyal yardımıyla üçgende eşlik ve benzerlik koşullarından birini incelemesi istenir. Öğrencilere iki üçgenin eş ve benzer olması için gerekli koşulları değerlendirebileceği bir performans görevi verilebilir.

### **MAT.9.5.3**

Üçgenlerin benzerliğinin geometrik problemlerin temelinde yer alması nedeniyle öğrencilerin bu problemlere dair farklı bir bakış açısı kazanması için bir üçgene benzer başka üçgenlerin nasıl oluşturulabileceğine dair düşünmeleri sağlanır. Herhangi bir üçgene benzer üçgenler oluşturmak için o üçgen üzerinde hangi çizimlerin nasıl yapılabileceği öğrencilere sorularak fikirlerin paylaşılması sağlanır. Böylelikle öğrencilerin görsel bir duruma ilişkin çözüm geliştirmek için akıl yürütmesi süreci işe koşur (**OB4**). Öğrencilerin benzerlik koşulları ve geometrik çizimlere ilişkin deneyimlerine dayalı fikirlerini açıklamaları, verilen üçgene benzer bir üçgen oluşturmak için gerekli çizimleri yapmaları sağlanır. Öğrencilerden yaptıkları çizimler ile benzerlik koşulları arasında ilişki kurmaları istenir. Elde ettikleri bu ilişkiler yardımıyla farklı çizimlerin yapılıp yapılamayacağı hakkında düşünmeleri beklenir. Seçilen tüm yolların ilk üçgen ile benzer bir üçgen oluşturup oluşturmayacağı, farklı üçgen örnekleriyle çizimler yapılarak denener. Yapılan denemeler sonucunda öğrencilerin bir üçgene benzer üçgenler oluşturan tüm durumlar hakkında çıkarımda bulunmaları desteklenir. Yaptıkları çıkarımları farklı problem durumlarının çözülmesinde, bazı önerme ve teoremlerin doğrulanmasında veya ispatlanmasında kullanarak öğrencilerin değerlendirmesi sağlanır. Öğrencilerden bir üçgene benzer üçgenler oluşturmayı gerektirecek farklı durumlara ilişkin örnek ve problemleri incelemesi beklenir. Bu problemlere çözüm üretirken öğrencilerin verilen görseli kullanarak yeni ve duruma uygun bir görsel oluşturma süreci desteklenir (**OB4**). Bir üçgene benzer üçgen oluşturma fikirleri arasında yer alan, üçgenin herhangi bir kenarına paralel çizilerek üçgenin içinde veya dışında o üçgene benzer bir üçgen oluşturulması fikri vurgulanır. Ayrıca bir dik üçgende dik açıdan yükseklik çizilerek üçgenin içinde oluşturulan üçgenler ile ilk dik üçgenin birbirine benzer olduğuna dikkat çekilir. Öğrencilere benzer üçgenler oluşturma ile ilgili yansıtma yapabileceği bir çalışma kâğıdı verilebilir.

### **MAT.9.5.4**

Benzerlik koşullarına dair çıkarımda bulunan ve verilen bir üçgenin iç bölgesinde bir doğru parçası (paralel veya dikme) çizerek benzer üçgen oluşturabilen öğrencilerin bu çıkarımlarından hareketle ifadelerine ulaştıkları Tales ve Öklid teoremlerini ispatlayabilmeleri beklenir. Tales ve Öklid teoremleri tanıtıldıktan sonra bu teoremlerin ispatının bir üçgenden benzer üçgenler oluşturma koşulları kullanılarak nasıl yapılabileceğine dair tartışma yapılır. Tartışma sonucunda benzerlikle ilişkili ispat yöntemi belirlendikten sonra öğrencilerin bu teoremleri ispatlamaları sağlanır. Öğrencilerden ortaokulda tamkare uzunluklar içeren problemler bağlamında kullandıkları Pisagor teoremini bu sınıf seviyesinde ispatlamaları beklenir. Bir dik üçgenin kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi ifade eden Pisagor teoreminin ispatında Öklid teoremini nasıl kullanabilecekleri üzerinde düşünmeleri sağlanır. Yapılacak tartışma sonucunda öğrencilerin bir üçgenden benzer üçgenler oluşturma koşullarını ve Öklid teoreminde ifade edilen dik kenar bağıntılarını kullanarak Pisagor teoremini ispatlamaları sağlanır. Teoremlerin ispatında seçilen yöntemin ispat adımlarını takip ederek sistematik şekilde ilerlemek; öğrencilerin kararlılık, analitik düşünme ve sistematik olma eğilimlerine katkı sağlar (**E1.3, E3.6, E3.7**). İspatlanan teoremlerin değerlendirilmesinde benzer üçgenlerin kullanılmasının önemi vurgulanır. Öğrencilerin ispat yaparken kullandıkları yöntemi farklı problem durumlarına uyarlamaları beklenir. Öğretmenin teoremler ve bu teoremlerin sonuçlarına ilişkin farklı problem durumlarını sunması, bu değerlendirmede önem taşır. Ayrıca bu noktada öğrencilerden Pisagor teoreminin çeşitli dar ve geniş açılı üçgenlerin kenar uzunluklarıyla ilgili sonuçlarını ("Geniş açılı bir üçgende geniş açının karşısındaki kenar uzunluğunun karesi, diğer kenar uzunluklarının kareleri toplamından büyüktür." gibi) yorumlamaları beklenir. Öğrencilere Tales, Öklid ile Pisagor teoremlerini, ispatlarını kullanabileceği ve farklı soru türlerinin bulunduğu çalışma kâğıdı verilebilir.

### **MAT.9.5.5**

Öğrencilere eşlik ve benzerlikle ilgili çıkarımlarını ve ispatladıkları teoremleri (Tales, Öklid, Pisagor) kullanmayı gerektiren problem durumları sunulur. Öncelikle bu tür problemlerde verilen ve istenenler ile bunlar arasındaki ilişkiler belirlenir (**OB1**). Bu süreç, öğrencilerin bilgiyi çözümleme becerilerini de destekler (**OB1**). Öğrenciler, özellikle gerçek yaşam durumlarını ifade eden problemleri matematiksel dile dönüştürerek o durumu matematiksel olarak incelemeye çalışmalıdır (**MAB3**). Bu incelemeler esnasın-

da problemle ilgili akıl yürütme süreçlerini işleteceklerinden öğrencilerin eleştirel düşünme becerileri desteklenir. Bu bağlamda problemin yapısı ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkiler belirlenir ve bu ilişkilerin öğrenciler tarafından ifade edilmesi sağlanır. Problemi matematiksel olarak ifade ettikten sonra öğrencilerden çözüm için bir strateji geliştirip bunu uygulamaları ve çözümü kontrol etmeleri beklenir. Öğrenciler, arkadaşları ile çözümlerini karşılaştırarak farklı stratejileri ve çözüm yollarını inceler (**SDB2.2**). Öğrenciler, çözüme ulaştıran stratejilerin tüm durumlara genellenip genellenemeyeceğini matematiksel argümanlarla gözden geçirir ve gerekçeli yargılarda bulunur (**SDB3.3**). Öğrencilerin ulaşacakları yargılarda çözüm stratejilerinin hangi tür problemlerde kullanılabileceğini açıklaması beklenir. Bu süreçte öğrencilerden yaptığı çıkarımları başka problem durumlarına yansıtması beklenerek eleştirel düşünme becerilerinin ve öz yeterlilik eğilimlerinin gelişimine katkı sağlanır (**E1.4**). Öğrencilerin çözüm stratejilerini genellemelerinin ardından bu stratejileri farklı problem örnekleri ile değerlendirmesi sağlanır. Öğrencilere farklı problem durumlarını inceleyebilecekleri çalışma kâğıdı verilebilir. Problem çözme süreci; öğrenciler için olumlu bir yaklaşım sergileme, kontrollü ve istikrarlı olma durumlarını gerektirdiğinden öğrencilerin sabırla çalışma becerilerine destek sağlar (**D12.3**). Öğrencilerin problem çözme süreci boyunca sistematik olarak kararlı davranmaları beklenir (**E3.7, E1.3**). Ayrıca problem çözerken planlı ve etkin bir şekilde çalışmaları, bilimsel bir yaklaşımla yürüttükleri çalışmalara ilişkin öz denetim becerilerini geliştirmeleri desteklenir (**D3.3**). Öğrencilere eşlik ve benzerlikle ilgili çıkarım ve teoremleri kullanabilecekleri problem durumlarına ilişkin proje ödevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Öğrencilerden Pisagor teoreminin görsel ispatlarının ve değişik yöntemlerle yapılmış farklı ispatlarının olup olamayacağı üzerine düşünceleri, konu ile ilgili araştırma yaparak araştırmalarını sınıf içinde sunmaları istenir.

(\*) Öğrenilen geometrik dönüşümlerden farklı geometrik dönüşümler olup olamayacağı sorularak özellikle homoteti dönüşümünün incelenmesi istenir. Geometrik dönüşümlerin eşlikle ilişkisinden yararlanılarak homoteti dönüşümünün benzerlikle ilişkisi kurulur.

(\*) Nasirüddin Tusi ile Ebu Cafer Hazin'in Öklid'in 5. postulatına ilişkin çalışmaları incelenir. Öğrencilerden Öklid dışı geometrilerin nasıl oluştuğuna dair araştırma yapmaları istenir. Öğrencilerin Nasirüddin Tusi ve Ebu Cafer Hazin'in Öklid'in 5. postulatına ilişkin çalışmaları arasında karşılaştırma yaparak bir çıkarımda bulunmaları sağlanır. Araştırmaların dijital ortamda yapılması, öğrencilerin dijital okuryazarlık becerilerinin gelişimini destekler.

**Destekleme** Öğrencilerin konuya ilişkin tasarlanmış materyaller veya matematik yazılımları ile çalışmaları sağlanarak öğrenme çıktılarına ilişkin becerilere ve içerik bilgisine ulaşmaları sağlanır.

Öğrencilerin eş ve benzer üçgenlerle dönüşümleri kullanarak desenler oluşturmaları istenir. Çalışmalarını sunmalarına olanak verilir.

İçerikle ilgili sunulacak problemlerin çözümünde akran öğretiminden yararlanılır. İkişer kişilik ekipler hâlinde birbirleriyle etkileşim içinde çalışmaları sağlanır.

Öğrencilerden farklı örnek durumlar üzerinden ölçümler yaparak ispatlanan teoremleri doğrulamaları istenir. Daha sonra teoremlerin ispatları ile ilgili görsel ve materyaller kullanılarak öğrencilerin bu ispatları anlamlandırılmaları sağlanır.

Öğrencilerin eşlik ve benzerlik koşullarına ilişkin çıkarımlarda bulunmaları için materyal olarak özellikle geometri tahtaları kullanılır. Öğrencilere konuyla ilgili videolar ve günlük hayattan örnekler sunulur. Etkileşimli içeriklerle uygulama yapma imkânı sağlanır.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.





## 6. TEMA: İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ

Bu temada öğrencilerin tek nicel değişkenli veriye dayalı istatistiksel araştırma gerektiren gerçek yaşam durumları bağlamında bir istatistiksel araştırma süreci yürütebilmeleri ve başkaları tarafından oluşturulan tek nicel değişken içeren veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 34

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.18. Tartışma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.8. Soru Sorma, E3.10. Eleştirel Bakma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Kendini Tanıma (Öz Farkındalık), SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB1.3. Kendine Uyarılma (Öz Yansıtma), SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D3. Çalışkanlık, D6. Dürüstlük, D8. Mahremiyet, D14. Saygı

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Biyoloji, Coğrafya, Psikoloji, Sosyoloji, Tarih

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma, KB3.3. Eleştirel Düşünme

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.9.6.1. Tek nicel değişkenli veri dağılımları ile çalışabilme ve tek nicel değişken içeren veriye dayalı karar verebilme

- Nicel veriye dayalı istatistiksel araştırma gerektiren gerçek yaşam durumlarını belirler.
- Bağlam içerisinde nicel veri dağılımlarını betimleyen ve karşılaştıran araştırma soruları oluşturur.
- Nicel verileri toplamak/elde etmek için plan yapar.
- Nicel verileri toplayarak/elde ederek analize hazırlar.
- Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen nicel verileri analiz etmek için görselleştirme (nokta grafiği, histogram, kutu grafiği) ve/veya özetleme [aritmetik ortalama, ortanca (medyan), tepe değer (mod), açıklık, çeyrekler açıklığı, standart sapma] araçlarından uygun olanı seçer.
- Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen nicel verileri belirlediği araçlarla analiz eder.
- Nicel veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırma sonucu elde edilen çıktılarından hareketle verilerin arasını ve ötesini yorumlayarak sonuç çıkarır.
- Nicel veriye dayalı araştırmadan elde edilen sonuçları, araştırma sorusu bağlamında değerlendirir.

MAT.9.6.2. Başkaları tarafından oluşturulan tek nicel değişkenli veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel sonuç veya yorumları tartışabilme

- Başkaları tarafından oluşturulan tek nicel değişkenli veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel sonuç veya yorumlara yönelik istatistiksel temellendirme yapar.
- Başkaları tarafından oluşturulan tek nicel değişkenli veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel sonuç veya yorumlara yönelik hataları ya da yanlışlıkları tespit eder.
- Başkaları tarafından oluşturulan tek nicel değişkenli veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel sonuç veya yorumları çürütür ya da kabul eder.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Tek Nicel Değişken İçeren İstatistiksel Problemi Oluşturma, Verileri Toplama ve Analize Hazır Hâle Getirme, Bulgulara Ulaşma ve Bulguları Yorumlama, İstatistiksel Görsel, Özet, Sonuç, Yorum, Çıkarım veya Tahminleri Değerlendirme

- Genellemeler**
- Nicel veri dağılımları, verilerdeki değişebilirliğin nasıl olduğuna ilişkin bilgi verir.
  - Nicel verilerin dağılımlarını tanımlamada kullanılacak sayısal özetler, ilgili dağılımın merkezinin nereye eğilim gösterdiğini ve nasıl yayıldığını belirlemede kullanılır.
  - Örneklemin dağılımı, evrenin dağılımına ilişkin fikir verir.

**Anahtar Kavramlar** çeyrekler açıklığı, değişebilirlik, evren, histogram, kutu grafiği, nicel veri dağılımı, örneklem, standart sapma

**Sembol ve Gösterimler** -

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, kontrol listesi ve performans görevi ile değerlendirilebilir. Öğrencilere tek nicel değişken içeren veriye dayalı istatistiksel araştırma sürecinin bütünü değerlendirmeye yönelik bir performans görevi verilebilir. Performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Bu performans görevinin sonunda elde edilen sonuçların benzerlik veya farklılıklarının nedenleri üzerine sınıf içi tartışma yapılabilir. Öğrenciler, performans ürünlerini akran değerlendirme ve grup değerlendirme formu ile değerlendirebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

- Temel Kabuller** Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bileşenlerine hâkim oldukları, betimsel ve karşılaştırma gerektiren araştırma soruları oluşturabildikleri, kategorik veya nicel veri toplayabildikleri, verileri görselleştirebildikleri (sütun grafiği, daire grafiği, çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaprak gösterimi) ve özetleyebildikleri (sıklık, ortalama, tepe değer, ortanca, açıklık, ortalama mutlak sapma), değişebilirlik ve dağılım kavramlarını değerlendirebildikleri, verileri yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.
- Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecine ilişkin bilgilerini değerlendirmek amacıyla kavram haritaları kullanılır. Bu süreçte öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecine yönelik tutumları ve motivasyonları gözlemlenir. Öğrencilerden istatistiksel araştırma süreçlerine ilişkin deneyimlerini ifade etmeleri istenerek derse dikkatlerini vermeleri sağlanır. Bununla birlikte öğrencilere kategorik ve nicel veriler içeren bir bağlama yönelik açık uçlu sorular sorulabilir. Bağlam doğrultusunda oluşturulabilecek araştırma soruları; verilerin toplanma süreci; verilerin analizinde sıklık, ortalama, tepe değer, ortanca, açıklık, ortalama mutlak sapma değerlerinden hangilerinin araştırma sorularına cevap verebileceği ve sonuçların nasıl yorumlanacağı konularında test maddelerinin öğrencilerin ön bilgilerini yoklayacak yapıda olmasına dikkat edilir. Test sonuçları doğrultusunda öğrencilere geri bildirim verilir.
- Köprü Kurma** Öğrencilere örnek bir nicel veri dağılımı gösterilir. Verilerin histogram ve kutu grafiğiyle görselleştirilmesine yönelik sorular sorulur ve sorulara ortaokul düzeyinde öğrenilen sıklık tablosu, sütun grafiği, daire grafiği, çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaprak gösterimi gibi veri görselleştirme araçlarıyla cevap verilip verilemeyeceği tartışılır. Bu görselleştirme araçlarının her zaman yeterli olamayacağı fark ettirilir.
- Benzer şekilde veri özetlemeyi gerektirecek nicel bir veri dağılımı öğrencilere gösterilir. Öğrencilere kutu grafiği, histogram ve/veya standart sapma kullanmayı gerektirecek sorular sorulur; ortaokul düzeyinde öğrenilen sıklık, ortalama, tepe değer, ortanca, açıklık, ortalama mutlak sapma gibi veri özetleme değerleriyle sorulara cevap verilip verilemeyeceği tartışılır. Bu değerlerin veri özetleme için her zaman yeterli olamayacağı fark ettirilir.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.9.6.1

İstatistiksel araştırma süreci; bağlamı belirleme, bağlama yönelik soru sorma, veri toplama planı yapma, verileri analize hazır hâle getirme, verileri analiz etme ve sonuçları yorumlama bileşenlerini içerecek şekilde ele alınır. Bu sınıf seviyesinde öğrenciler, tek nicel değişken içeren dağılımlarla istatistiksel araştırma sürecini yürütür.

İstatistiksel araştırma problemlerine kaynaklık edecek bağlamlar, gerçek yaşam durumlarına uygun olarak belirlenir. İstatistiksel araştırma sürecine başlarken öğrencilere merak ettiği sağlık, eğitim, çevre, doğa, iklim gibi gerçek yaşam durumlarına ilişkin bilgilere ihtiyaçlarının olduğu fark ettirilir (**E1.1, OB1**). Öğrencilerin gerçek yaşam durumlarına ulaşabilmelerinde fikir alışverişi önemli olduğu için grup çalışmalarına katılmaları, farklı fikirlerin ortaya çıkmasını destekleyebilir. Öğrenciler, ortaya koydukları gerçek yaşam durumlarını arkadaşlarıyla tartışarak süreçte etkin rol alır (**SDB2.2, D3.4**). Bireysel çalışma veya grup çalışması yoluyla belirledikleri gerçek yaşam durumlarını örümcek ağı kavram haritası gibi tekniklerle gösterir veya dijital ortamlarda zihin haritası araçları yardımıyla oluşturarak paylaşır (**OB2**). Belirlenen gerçek yaşam durumları, veri toplamayı gerektirip gerektirmeme ölçütüne göre sınıf içi tartışmayla belirlenir (**SDB2.1, SDB2.2**). Bu süreç, öz ve akran değerlendirme formu ile değerlendirilebilir (**SDB1.2, SDB1.3**).

Belirlenen bağlamlardan yola çıkılarak öğrencilerin merak ettikleri soruları ifade etmeleri beklenir (**E3.8**). Öğrencilerin hazırladığı sorulara ilişkin fikirler üzerinden tartışma yürütmeleri, tartışma sonucunda nicel veri dağılımlarını betimleyebileceği ve karşılaştırabileceği istatistiksel araştırma sorularına ulaşmaları sağlanır (**SDB2.2**). Belirlenen araştırma soruları bireysel veya grup olarak sınıfa sunulur. Araştırma sorularının istatistiksel araştırma soruları olup olmadığı;

- Amacın net olması,
- Araştırmaya değer olması,
- İlgilenilen grubun (evrenin) açık olması,
- Değişkenlerin açık bir biçimde görülmesi,
- Veri toplanarak cevaplanabilmesi,
- Değişebilirliği (doğal ortamdan kaynaklı, müdahaleden kaynaklı, ölçümden kaynaklı, örneklemden kaynaklı) yansıtması,
- Odaklanılan grubun araştırmaya imkân vermesi (veri setindeki verileri tek tek ya da veri dağılımını bütüncül olarak incelemeye yönelik analize imkân vermesi),
- Nicel veri toplamaya uygun olması

ölçütleri dikkate alınarak tartışılır (**SDB1.1**). Öğrencilerden bireysel olarak veya grup çalışmasıyla bağlam doğrultusunda belirledikleri, sınıf içi tartışma sonrası son hâlini verdikleri nicel veriye dayalı istatistiksel araştırma sorularını oluşturmaları beklenir. Öğrencilerin sınıf tartışmalarına katılması; istatistiksel araştırma sorularına ulaşmaları sürecinde argümanlarını ortaya koyabilmesini, bu argümanlarını savunabilmesini ve farklı fikirleri değerlendirebilmesini destekler.

Araştırma sorusu hazırlamaya ilişkin değişebilirlik ölçütünün dört çeşidini de yansıtabilecek örnekler verilmesine dikkat edilir. Doğal ortamdan kaynaklanan değişebilirlik, doğada var olan değişebilirlik olarak ifade edilir. Öğrencilerin boy uzunluklarının farklılık göstermesi, bu duruma örnek olarak verilebilir. Ölçümden kaynaklanan değişebilirlik, ölçüm için kullanılan araçlarda veya bu araçları kullanan kişiler arasında farklılıklar olduğunda ortaya çıkar. Örneğin öğrencilerden bir topun düşme süresini bir kronometre ile ölçmeleri istendiğinde öğrencilerin kronometreyi yanlış okuması, ölçüm ayarını seçerken farklılaşma, kronometre ayarının yanlış yapılması gibi sebeplerden dolayı ölçüm değişebilirliği yaşanabilir. İki farklı kişinin kronometreyi aynı anda başlatması veya aynı anda durdurması mümkün olmadığında ölçümden kaynaklanan değişebilirlik ortaya çıkar. Müdahaleden kaynaklanan değişebilirlik isteyerek ortaya çıkarılır. Güneş ışığının bitkilerin büyümesini nasıl etkilediğini gözlemlemek için bitkilerin farklı güneş ışığı alma süresine sahip ortamlara yerleştirilmesi, bu değişebilirliğe örnek olarak verilebilir. Örneklem değişebilirliği ise aynı evrenden birden fazla örneklem alındığında ortaya çıkar. Evrenden farklı örneklemeler alındığında ortalamalarının farklılık göstermesi, örneklem değişebilirliğine örnek olarak gösterilebilir.

Araştırma sorularının farklı disiplinlerden hareketle yapılandırılması, istatistiksel araştırma sürecinin daha iyi anlamlandırılmasına yardım eder. Örneğin biyoloji dersiyle ilişkilendirmek için memelilerin boy uzunluklarının nasıl bir dağılım gösterdiği incelenebilir. Meteorolojik verilerden hareketle ortalama sıcaklıkların değişimine dair çıkarım yapılarak coğrafya dersiyle, farklı kültürlere ait bilgiler toplanarak tarih dersiyle, bireylerin psikolojik değişkenlerine yönelik veri toplanarak psikoloji dersiyle, toplumsal olaylara yönelik araştırmalar yapılarak sosyoloji dersiyle ilişkilendirme yapılabilir. Bu ilişkilendirmelerle öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecini deneyimlemeleri sağlanır. Ayrıca verilerin betimlenmesine ve karşılaştırılmasına ilişkin araştırma soruları hazırlanırken dikkat edilmesi gereken noktalara değinilmelidir.

Belirlenen araştırma soruları doğrultusunda yürütülecek nicel veri toplama sürecine yönelik öğrenci fikirleri alınarak sınıf içi tartışma süreci yürütülür (**SDB2.1, D14.1**). Öğrencilere taslak bir veri toplama planı yaptırılır. Taslak veri toplama planları;

- Araştırma sorularına cevap bulmayı sağlayacak veri toplama araçlarını belirleme,
- Rastgeleliği sağlama,
- Evren ve örnekleme belirleme,
- Değişkenleri belirleme,
- Verilerin nerede, ne zaman, nasıl toplanacağını belirleme,
- Verilerin nasıl kaydedileceğini belirleme ölçütlerine göre incelenir.

Oluşturulan veri toplama planı doğrultusunda öğrencilerden veri toplama araçlarının (anket, görüşme, gözlem gibi) belirlenip oluşturulması ve verilerin toplanması istenir (**OB1**). Bu süreçte toplanan verilerin analize hazır hâle getirilmesi beklenir. Verileri toplarken kişisel verilerin gizliliğine, nesnel ve dürüst olunmasına dikkat edilir (**D8.2, D6.1**). Toplanan verilerin araştırma sorusuna cevap vermesi ve evrene uygunluğu, eleştirel bir bakış açısıyla tartışılır (**E3.10**). Sınıf içi tartışma sonrası son hâli verilen veri toplama planları sınıfta paylaşılır.

Öğrenciler tarafından oluşturulan istatistiksel araştırma soruları ve veri toplama planları, istatistiksel araştırma sorusu ve veri toplama planı ölçütleri doğrultusunda oluşturulan kontrol listesiyle değerlendirilebilir.

Araştırma soruları bağlamında toplanan verileri analiz etmek için görselleştirme (nokta grafiği, histogram, kutu grafiği) ve/veya özetleme (aritmetik ortalama, ortanca, tepe değer, açıklık, çeyrekler açıklığı, standart sapma) araçlarından uygun olanların seçilmesi sağlanır (**MAB3**). Kutu grafiğinin veri grubuna ilişkin özet bilgilerin (ortanca, açıklık, çeyrekler açıklığı, alt çeyrek, üst çeyrek, alt uç değer, üst uç değer) görselleştirilmesine olanak sağladığına dikkat çekilir. Uygun olan araçların belirlenmesinde araştırma sorularına yeniden dönülür, hangi araçların uygun olduğuna dair sınıf içi tartışma yapılır (**SDB2.1**). Seçilecek araçların araştırma sorularına cevap verecek ve verileri analiz edecek nitelikte olmasına dikkat edilir. Analiz sürecinde verilerin nasıl dağıldığının görülebilmesi ve/veya veri özetleme araçlarının dağılım üzerinden değerlendirilebilmesi amacıyla istatistik yazılımları kullanılır (**MAB5**).

Analiz süreci tamamlandığında elde edilen sonuçlardan yola çıkılarak öğrencilerle veriler arasını ve ötesini yorumlamaya yönelik sınıf içi tartışma yapılır (**SDB2.1**). Öğrenciler veriler arasını okumada analizden elde edilen sonuçlara ilişkin verileri karşılaştırmaya, verilerin ötesini okumada analizden elde edilen sonuçlara ilişkin verilerden hareketle geleceğe yönelik tahmin yapmaya teşvik edilir.

Öğrencilerin araştırma sorularına geri dönmeleri, elde ettikleri sonuçlardan hareketle araştırma sorusuna cevap vermeleri sağlanır. Araştırma sorularına verilecek cevapların istatistiksel ifadeler (verilerin merkezinin nasıl bir eğilim gösterdiğine, verilerin nasıl yayıldığına dair ifadeler) içermesi önemlidir. Bu süreçte seçilen örneklem dağılımından hareketle öğrencilerin evren dağılımı hakkında genellemeler yapmaları ve elde edilen sonuçları belirsizliği dikkate alan cümlelerle ifade etmeleri beklenir. Öğrencilere nicel veriye dayalı istatistiksel araştırma sürecinin bütünü değerlendirmeye yönelik bir performans görevi verilebilir.

**MAT.9.6.2**

Öğrencilerin başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel bilgilere eleştirel bakabilmeleri (E3.10) ve bu bilgileri tartışabilmeleri önemlidir. Bu bağlamda öğrencilere nicel veri dağılımlarına ilişkin hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım veya tahminleri içeren çalışma kâğıdı verilir; öğrencilerden bu çalışma kâğıdını incelemeleri istenir. Öğrencilerin var olan istatistik bilgileri doğrultusunda istatistiksel temellendirme yapmaları sağlanır. Buradan hareketle öğrencilerin verilen durumlara eleştirel bakmaları, istatistik bilgilerini kullanarak hataları/yanlılıkları tespit etmeleri istenir (E3.10). Öğrencilerin belirlediği hatalar ve yanlılıklar tartışmaya açıktır (SDB2.1, SDB2.2). Öğrencilerden bu hata ve yanlılıkları eleştirel gözle değerlendirmeleri beklenir (KB3.3). Belirlenen bu hatalar/yanlılıklar beyin fırtınası, zıt panel, kollegyum gibi tekniklerle tartışılır. Fikir ve değerlendirmelerinden hareketle nicel veri dağılımlarına ilişkin hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminler çürütülür veya kabul edilir (D6.1).

**FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** (\*) Öğrencilerden basit rastgele örneklemin yanı sıra farklı örnekleme yöntemlerinden (sistemik, tabakalı, küme tipi) hareketle istatistiksel araştırma sürecini deneyimlemeleri, elde edilen verilerin analiz ve yorumlanma sürecindeki benzerlik veya farklılıkları ortaya koymaya yönelik sınırlandırılmış performans görevleri hazırlamaları istenir.

Öğrencilere farklı gruplara ait farklı değişkenler içeren veri setleri verilir. Öğrencilerden bu veri setlerine uygun, betimlemeye ve/veya karşılaştırmaya yönelik araştırma soruları oluşturmaları; uygun değişkeni seçerek istatistiksel araştırma sürecini yürütmeleri istenir.

(\*) Öğrencilerden istatistiğin doğasına (sayıların bağlama göre anlam kazanması) ilişkin araştırma yapmaları ve araştırma sonuçlarını farklı araçlarla (poster, bildiri, sunum) paylaşmaları beklenir.

Öğrencilerden nicel veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri içeren durumları araştırmaları istenir. Bu durumları araştırırken hangi kaynakları (gazete haberleri, dijital kaynaklar, resmî kaynaklar gibi) kullanabileceklerini bilmeleri ve bu kaynakları kullanırken nelere dikkat etmeleri gerektiğine dair paylaşımlar yapmaları beklenir. Bu araştırmalarında fark ettikleri noktaları eleştirel olarak değerlendirmeleri istenir. Örneğin trafik kazalarını önlemek amacıyla radar yerleştirilen bir yerleşim yerinden geçen araçların hızlarını içeren bir durumu ve bu duruma ilişkin yorumları öğrencilerin değerlendirmeleri istenebilir. Yapılan yorumlar ile araçların hızlarını içeren veri dağılımları arasında tutarlılık olup olmadığı; yanlı, yanlış veya eksik bilgilerin olup olmadığı öğrenciler tarafından incelenerek değerlendirilir. Öğrencilerin yaptıkları bu değerlendirmeleri sunum, poster, bilgi görseli gibi araçlarla veya dijital ortamlarda içerik oluşturarak diğer arkadaşları ile paylaşımları ve deneyimlerini ifade etmeleri sağlanır.

**Destekleme** Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecine dâhil olmaları için grup çalışması yapılır. Gruplar heterojen şekilde düzenlenir. Akran öğrenmesi sayesinde öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecini anlamlandırmaları desteklenir.

Öğrencilerin hazır veri seti üzerinde çalışmalarını sağlanır. Veri setindeki sayıların tam sayı olmasına dikkat edilir.

Nicel veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminler daha basit düzeyde (öğrencilerin yakın çevresindeki olay veya durumları içermesi gibi) sunularak öğrencilerin bunlara ilişkin değerlendirme yapmaları istenir.

**ÖĞRETMEN  
YANSITMALARI**

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 7. TEMA: VERİDEN OLASILIĞA

Bu temada öğrencilerin olayların olasılığını deney yaparak tahmin edebilmeleri, deneysel ve teorik olarak inceleyip çıkarımlarda bulunabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 18

**ALAN  
BECERİLERİ** -

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.11. Gözleme Dayalı Tahmin Etme, KB2.16.1. Tümevarımsal Akıl Yürütme

**EĞİLİMLER** E3.7. SistematiK Olma, E3.9. ŞüpHe Duyma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği,  
SDB3.1. Uyum, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D3. Çalışkanlık, D16. Sorumluluk

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB7. Veri Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Biyoloji, Coğrafya, Ekonomi

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.9.7.1. Olayların olasılığını gözleme dayalı tahmin edebilme

- Olayların olasılığını deney yoluyla veri toplayarak istenen olayların göreceli sıklıklarıyla ilişkilendirir.
- Deneye ait tekrar sayısı ile deneyin çıktılarının göreceli sıklıklarının ilişkisine yönelik çıkarım yapar.
- Çıkarımlardan hareketle yargıda bulunur.

MAT.9.7.2. Olayların olasılığına ilişkin tümevarımsal akıl yürütebilme

- Olayların olasılığını teorik olarak incelemeye/hesaplamaya yönelik tüm olası durumları farklı gösterimler (sistematik liste, tablo, ağaç şeması gibi) ile gözlemler.
- Olayların olasılığını teorik olarak incelemeye/hesaplamaya yönelik matematiksel ilişkilere ulaşır.
- Olayların deney yoluyla hesaplanan/elde edilen olasılık değerinin teorik olasılık ile hesaplanan değeri arasındaki ilişkiye yönelik genelleme yapar.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

Olayların Olasılığını Deneysel ve Teorik Olarak İnceleme, Olayların Deneysel ve Teorik Olasılığını İlişkilendirme

### Genellemeler

- Deneye ait tekrar sayısı arttıkça elde edilen göreceli sıklıkların değişebilirliği azalır.
- Deneye ait tekrar sayısı arttıkça deneysel olasılık değeri, teorik olasılık değerine yaklaşır.

### Anahtar Kavramlar

ayrık olay, ayrık olmayan olay, çıktı, deney, deneysel olasılık, olay, örnek uzay, teorik olasılık

### Sembol ve Gösterimler

$P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A \cap B)$ ,  $P(A \cup B)$

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, kısa cevaplı sorular, açık uçlu sorular, araştırma ödevi, eşleştirme testi ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Olayların olasılığını deneysel olarak incelemeye yönelik bir araştırma ödevi verilebilir. Araştırma ödevi, dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Olayların olasılığını gözleme dayalı tahmin etme ve tümevarımsal akıl yürütme becerilerinin aşamalarını bütünsel olarak değerlendirebilme amacı ile öğrencilerden performans görevi istenebilir. Hazırlanan performans görevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin olayları ayrık olma ve ayrık olmama durumuna göre ayırt edebildiği, bir olayın olasılığı ile tümleyeninin olasılığının toplamının "1" olduğunu bildiği, olayların olasılığını deneysel ve teorik olasılık ile inceleyebildiği, deneysel ve teorik olasılık arasındaki ilişkiyi açıklayabildiği, "olay, deney, çıktı ve örnek uzay" gibi temel kavramları bildiği kabul edilmektedir.



**Ön Değerlendirme Süreci** Olasılık ile ilgili temel kavramları (olay, deney, çıktı, örnek uzay) ve olasılık yaklaşımlarını (deneysel ve teorik) günlük hayatta yer alan olay örnekleri üzerinden hatırlatma amacıyla soru cevap etkinliği yapılır. Verilen olayların ayırık olup olmama durumlarını ayırt etmek için kısa cevaplı sorular sorulur; öğrencilerin önceki sınıf seviyelerinde ele alınan olasılık kavramlarına ve olay çeşitlerine dair ön bilgiye sahip olup olmadığına, bu bilgileri kullanmaya istekli olup olmadığına dair gözlem yapılır.

**Köprü Kurma** Olayların olasılığı, öğrencilerin olasılığa dair ön bilgileri üzerine kurulur. Öğrencilere bir olaylı deneyler ve iki olaylı deneyler içeren gerçek yaşam durumlarından örnekler sunulur. Öğrencilerin bu örnekler üzerinden verilen olayların olasılığına ilişkin tahminde bulunmaları sağlanır. Sınıf içi tartışma yoluyla hangi durumlarda bir olay, hangi durumlarda birden çok olay olduğunu öğrencilerin ayırt etmeleri beklenir.

Örnek durumlar, öğrenciler için anlamlı ve ilgilerini çekebilecek nitelikte belirlenir. Birden çok olay içeren durumların olasılığının deneysel ve teorik olarak incelenmesi amacıyla öğrencilere bilgi toplamaya ihtiyaçları olduğu fark ettirilir. Ayrıca öğrencilerin, toplayacağı bilginin veriye dayalı olması gerektiğinin farkında olması sağlanır. Bu farkındalığın öğrencilerde olayların olasılığını araştırmaya yönelik merak uyandırması beklenir.

### Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

#### MAT.9.7.1

Bu sınıf seviyesinde en çok üç olaylı deneylere yer verilmelidir. Verilen örnek durumlardan hareketle öğrencilerden fikirler alınarak olayların olasılığına ilişkin sınıf içi tartışma süreci yürütülür (**SDB2.1**). Öğrencilerin deneylerin bir olay veya birden çok olaydan oluşup oluşmadığını keşfetmeleri, sınıf içi tartışmalar yoluyla sağlanır. Öğrencilerin gözlem yapabileceği, çıktıların eş olasılıklı olduğu bir olay seçilir. Seçilen olayın -sınıf ortamında deney yapılmasını kolaylaştırması açısından- hilesiz iki sayı küpü atılması ve küplerin üst yüzeylerine gelen sayıların toplamının alınması, farklı renkte eş parçalara ayrılmış çarkların çevrilmesi ve renklerin kaydedilmesi gibi deneyler olmasına dikkat edilir. Sınıf ortamına ve imkânlarla uygun başka deneyler de tasarlanabilir (**OB7**).

Seçilen olaya ait, sınıf ortamında yapılan deneyde gözlenen olayın çıktı sayısı ve toplam deneme sayısı not edilerek veri toplanır (**OB7**). Toplanan verilerin kaydedilmesi ve düzenlenmesi için çetele ve sıklık tabloları kullanılır (**OB7**). Toplanan veriler sütun grafikleri ile görselleştirilebilir veya toplam sıklıklar özetlenebilir (**OB7**). Öğrencilerin topladıkları verilere dayanarak ele alınan olayın olasılık değerini tahmin etmeleri sağlanır.

Bu çalışmalarda öğrenciler, gruplara ayrılır. Grup çalışmasında grup üyelerinin her birine farklı görevler (deneyin yapılması, çıktı sayılarının kaydedilmesi, kaydedilen verilerin görselleştirilmesi gibi) verilerek ekip çalışması yoluyla iş birliği sağlanır (**SDB2.2, D16.3**). Elde edilen veriler (olayın çıktı sayısı ve toplam deneme sayısı) oranlanarak olayların görelî sıklıkları elde edilir. Öğrencilerden görelî sıklık değerleri ile daha önce yaptıkları tahminleri karşılaştırmaları istenir. Görelî sıklıklar sütun grafikleri gibi araçlarla görselleştirilerek olasılık dağılımı oluşturulur. Sıklık dağılımı ile görelî sıklık dağılımı karşılaştırılır. Deneme sayısının artması sonucunda dağılımların şeklinin, merkezinin ve değişebilirliğinin nasıl değiştiği incelenir. Olayların deney sonucunda elde edilen olasılık değeri ile toplam deneme sayısını öğrencilerin ilişkilendirmeleri sağlanır.

Yapılan grup çalışmaları, grup ve akran değerlendirme formları ile değerlendirilebilir.

Yapılan deneyde tekrar sayısının artırılması ile elde edilen çıktılara ilişkin dağılımda nelerin değişeceğine dair kısa cevaplı sorular sorularak öğrencilerin deneydeki tekrar sayısının yeterli olup olmadığı ile ilgili şüphe duymaları amaçlanır (**E3.9**). Öğrencilere çalışma kâğıdı verilerek sınıf ortamında yapılan deneylerde deneme sayısının artırılması, deneylerin çok tekrarlı olması sağlanmalıdır. Belli sayıda denemeden sonra görselleştirme yapılarak göreliliklerin karşılaştırılmasına ilişkin sorular sorulur.

Yapılan deneyin tekrar sayısı, sınıftaki her bir grubun katkısı ve iş birliği ile artırılır (**SDB2.2**). Grupların yapacağı katkılar ile 25, 50, 100, 150 ve 200 kez yapılan tekrarlar sonucu elde edilen dağılımlarda deneme sayısı arttıkça görelilik sıklığının nasıl değiştiği tartışılır; belli bir değere yaklaştığını öğrencilerin gözlemlemeleri sağlanır. İstatistik ve olasılık konuları arasında bağ kurmak için görelilik sıklığının değişimi, değişebilirlik kavramı ile ilişkilendirilmelidir.

Sınıf ortamında yapılan deneye ait tekrar sayısı yetersiz kalabilir. Tekrarların sayısını artırmak için teknolojik araçlar kullanılır (**MAB5**). Seçilen deneye ait tekrar sayısı; istatistik yazılımları veya genel ağda bulunan, kullanıma hazır simülatörler yardımıyla 500, 1000 ve 1500'e çıkarılır. Simülasyon birkaç defa tekrar edilir. Tekrar sayısı arttıkça sıklık tabloları ve dağılımlar güncellenerek önceki dağılımlarla karşılaştırılır. Böylelikle öğrencilerin ele alınan olaylara ait görelilik sıklıklarının değişebilirliğinin azaldığına yönelik çıkarımlar yapmaları beklenir. Deney esnasında elde edilen verilerin açıklanması ve görselleştirilmesinde poster, deney raporu gibi ürünler istenir.

Yaptıkları çıkarımlarla ilişkili olarak deneyin tekrar sayısının artması durumunda gözlemledikleri olayın olasılık değerinin daha kararlı olacağına dair öğrencilerin bir kanıya ulaşmaları beklenir. Ulaşılan kanıyı destekleyen ve olasılık alanında yaygın olarak bilinen büyük sayılar yasasına değinilir. Bu yasaya göre olayların yapılan tekrarlar ile gözlenen olasılığının tekrar sayısı arttıkça belli bir sayıya yaklaşma eğiliminde olduğu ifade edilir. Büyük sayılar yasasının formülünde limitin yer alması ve öğrencilerin limit konusunu 12. sınıfta göreceği olması nedeniyle bu formülden söz edilmez. Öğrencilere olayların olasılığını deneysel olarak incelemeye yönelik bir araştırma ödevi verilebilir.

### **MAT.9.7.2**

İki veya üç olaylı deneylerde (hilesiz iki sayı küpü atıp küplerin üst yüzlerine gelen sayıların toplamını bulma, hilesiz madenî parayı üç kez havaya atıp üste gelen durumu gözleme gibi) teorik olasılık incelenirken olaylara ait çıktılar ve olası tüm çıktılar listelenir. En çok üç olaydan meydana gelen deneylerin örnek uzayını belirlerken olası tüm çıktıların kaydını tutabilmek için sistematik liste, tablo, ağaç şeması gibi farklı temsiller kullanılması; ele alınan deneyin olası tüm çıktılarının görselleştirilmesi önerilmektedir (**MAB3**). Böylece öğrencilerin tüm olası çıktıları gözlemlemeleri sağlanır (**SDB1.2**). Ağaç şeması gösterimini kullanan bilim insanlarından Kindi'ye ait çalışmalardan ve bu çalışmaların istatistik ve olasılık alanına katkılarında bahsedilir.

Görselleştirilen tüm olası çıktılar arasından seçilebilecek "ve/veya" içeren durumlar (hilesiz iki sayı küpü atıldığında üst yüzlerine gelen sayıların toplamının 7 gelmesi; hilesiz iki madenî para atıldığında üst yüzlerinde birinin yazı, diğerinin tura gelmesi; 6 eş parçaya bölünen ve 1'den 6'ya kadar numaralandırılmış iki çark çevrildiğinde gelen sayıların çift veya asal sayı olması gibi) sözel olarak ifade edilir. Ardından öğrencilere bir çalışma kâğıdı verilerek etkileşim oluşturabilecek bir grup çalışması kurgulanır (**SDB2.2**). Öğrencilerden tüm olası çıktılar arasından olaya ait çıktıların sayısını planlı ve bilimsel bir şekilde belirlemeleri, olaya ait çıktı sayısının olası tüm çıktıların sayısına oranıyla ele alınan her bir olayın olma olasılığını hesaplamaları beklenir (**E3.7, D3.2**). Bu hesaplamalarda örnek uzaydaki her bir çıktının eş olasılıklı olduğuna dikkat çekilir.

Seçilen olaylar “ve/veya” içeren durumlar olabilir ancak koşullu olasılık yorumlaması gerektiren olaylara (hilesiz iki sayı küpü atıldığında üst yüzlerine gelen sayıların toplamının 6 geldiğinin bilinmesi ve sayıların aynı gelmesi gibi) değinilmez. Ele alınan olayların ayrık olma ve ayrık olmama durumlarının incelenmesine de yer verilir. Aynı örnek uzaya ait iki olayın ortak çıktısı yoksa bunların ayrık olaylar, ortak çıktıları varsa ayrık olmayan olaylar olduğu öğrencilere hatırlatılır. Seçilen olayların incelenmesiyle süreç sonunda öğrencilerin ayrık olaylar için  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$  kuralına, ayrık olmayan olaylar için  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$  kuralına ulaşmaları beklenir.

Öğrencilerin olayların olasılığına ilişkin tümevarımsal akıl yürütebilmeyi tamamlaması için hesaplanan teorik olasılıkların deneysel olasılıkla ilişkisi ele alınmalıdır. Daha önce belirlenen ve teorik olasılığı hesaplanan olaylar arasından simülasyon kullanımına elverişli bir deney ile derse devam edilir veya hem deneysel hem de teorik olarak incelenebilecek yeni bir deney belirlenir. Ele alınan deneyde gözlenen olaya ait çıktı sayısı ile toplam tekrar sayısı, çetele ve sıklık tabloları kullanılarak kaydedilir. İstenen durum için göreceli sıklıklar elde edilerek olasılık tahmini yapılır ve hesaplanan teorik olasılık değerleri ile karşılaştırılır.

Sınıf içinde yapılan deneme sayısı yeterli olmayabileceğinden simülasyon kullanılarak deneme sayısı artırılır (**MAB5**). Öğrenciler uzun vadede elde edilen sonuçlar ile teorik olasılık değerinin karşılaştırılması için teşvik edilir. Öğrencilerden yapılacak tartışma veya soru cevap etkinliklerinden edindikleri bilgileri sentezleyerek olayların deneysel olasılık değerinin deneme sayısı arttıkça teorik olasılık değerine yaklaşmasına yönelik genelleme yapması beklenir (**OB1**). Olayların teorik olasılıkları incelenirken tüm olası durumların görselleştirilmesinde kullanılan sistematik liste, tablo, ağaç şeması gibi farklı temsillerin verilen olay bağlamında hangisinin daha uygun olduğuna dair eşleştirme testi kullanılabilir.

Öğrencilere günlük hayatta karşılaşılabilecek veya biyoloji (genetik, kalıtım gibi), coğrafya (meteoroloji tahminleri, yıllık beklenen yağış miktarlarının göreceli sıklıkları gibi), ekonomi (ekonomik tahminler, finansal risk hesaplamaları gibi) gibi diğer disiplinlerden seçilecek olasılık problemlerini içeren açık uçlu sorular verilir. Böylelikle öğrenciler, veriye dayalı veya teorik olarak elde edilen olasılık değerlerinin günlük hayattaki karşılığını görür; alacakları kararlarda daha esnek davranmayı ve belirsiz ya da yeni durumlara uyum sağlamayı içselleştirir (**SDB3.1, SDB3.2**).

Öğrencilere olayların olasılığını gözleme dayalı tahmin etme ve tümevarımsal akıl yürütme becerilerinin bileşenlerini bütünsel olarak değerlendirebilme amacı ile performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Öğrencilerden dört olaydan meydana gelen olayların olasılığını içeren gerçek yaşam durumlarına ilişkin değerlendirmeler yapmaları istenir. Örneğin spor müsabakalarında oyuncu performanslarının yıllara göre istatistikleri incelenerek öğrencilerden olayların olasılıklarını hesaplamaları ve elde ettikleri sonuçlardan hareketle bir karara ulaşmaları beklenir.

(\*) Büyük sayılar yasasına ilişkin araştırma yapılması, yapılan araştırmaların özgün ürünlerle (poster, bilgi görseli gibi) sunulması veya bilimsel bir raporla paylaşılması istenir. Olayların olasılığı, düzgün çok yüzlü materyaller (düzgün sekiz yüzlü, düzgün on iki yüzlü gibi) kullanılarak ele alınır.

Öğrencilerden olayların örnek uzayını belirlerken olaylara ait çıktılarının kaydını tutabilmek için kullanılan sistematik liste, tablo, ağaç şeması gibi farklı temsiller arasında hangisinin verilen bağlama uygun olduğunu eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirmesi istenir. Yapılan seçimin gerekçelendirilmesine yönelik çalışma kâğıdı hazırlanır.

**Destekleme** Ele alınan deneyler iki olay ile sınırlı tutulur.

Olasılık deneyleri, farklı duylara hitap edebilecek (dokunma ve görme duylarına hitap etmek amacıyla farklı renklerdeki eşit bölmeli çarkları öğrencilerin elle çevirmesi ve elde ettikleri renklerin kaydedilmesi gibi) şekilde tasarlanır.

Olayların olasılığını teorik olarak incelemek için gerekli çıkarımların ve matematiksel ilişkilerin daha erişilebilir kılınması amacıyla destek, ipuçları ve görseller sağlanır. Ulaşılan sonuç ve genellemeleri içeren hatırlatma notları, afiş veya poster ile sınıfta sunulur ve tartışılır.

### ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 10. SINIF

## 1. TEMA: SAYILAR

Bu temada öğrencilerin doğal sayıların asal çarpanları ve bölenlerine ilişkin çıkarım yapabilmeleri; en büyük ortak bölene (EBOB), en küçük ortak kata (EKOK) ve bir doğal sayının belirli doğal sayılara bölümünden kalanlara dair muhakeme sürecini işe koşabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 20

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma, MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma)

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. SistematiK Olma

**PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D5. Duyarlılık, D14. Saygı, D16. Sorumluluk

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER**

Bilişim Teknolojileri, Kriptoloji

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER**

MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.10.1.1. Bir doğal sayı ile asal çarpanları ve bölenleri arasındaki ilişkilere dair çıkarım yapabilme

- Bir doğal sayının asal çarpanları ve bölenleri hakkında varsayımlarda bulunur.
- Farklı örneklerden elde ettiği örüntüleri listeleyerek bir doğal sayının asal çarpanları ve bölenleri hakkındaki varsayımlarına yönelik örüntüleri geneller.
- Oluşturduğu genellemelerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını örneklerle sınar.
- Bir doğal sayının asal çarpanları ve bölenleri ile ilgili ulaştığı sonuçlara yönelik matematiksel önermeler sunar.
- Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam durumları içeren problemlerdeki kullanılışlılığını değerlendirir.

MAT.10.1.2. Birden çok doğal sayının ortak bölenleriyle bunların en büyüğü ve ortak katlarıyla bunların en küçüğü arasındaki ilişkilere dair muhakeme yapabilme

- Birden çok doğal sayının ortak bölenleriyle bunların en büyüğü ve ortak katlarıyla bunların en küçüğü arasındaki ilişkilere dair varsayımlarda bulunur.
- Farklı örneklerden elde ettiği örüntüleri listeleyerek varsayımlarına yönelik örüntüleri geneller.
- Oluşturduğu genellemelerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını örneklerle sınar.
- Birden çok doğal sayının ortak bölenleriyle bunların en büyüğü ve ortak katlarıyla bunların en küçüğü arasındaki ilişkilere dair elde ettiği genellemelere yönelik önermeler sunar.
- Sunduğu önermelerin gerçek yaşam durumları içeren problemlerdeki katkısını değerlendirir.
- Elde ettiği önermeler ile ilgili matematiksel doğrulama yöntemlerini seçer ve kullanır.
- Elde ettiği önermelere ilişkin işe koştuğu matematiksel doğrulamayı kullanılışlılığı açısından değerlendirir.

MAT.10.1.3. Bir doğal sayının belirli doğal sayılara bölümünden kalanlarına dair muhakeme yapabilme

- 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 ile bölünebilme özelliklerinden hareketle bir doğal sayının 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ve 10 ile bölümünden elde edilecek kalanlara ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Aynı sayı ile bölme işleminden elde edilecek kalanlara ilişkin farklı örneklerle ilgili örüntüleri listeleyerek varsayımlarına yönelik örüntüleri geneller.
- Oluşturduğu genellemenin kendi varsayımını karşılayıp karşılamadığını örneklerle sınar.
- Ulaştığı sonuçlara yönelik matematiksel önermeleri doğrulayabileceği şekilde sunar.
- Ulaştığı önermelerin katkısını bu sayıların en küçük ortak katlarından oluşan sayılara bölümünden kalanı bulma bağlamında değerlendirir.
- Önermelere ilişkin matematiksel doğrulama yöntemlerini seçer ve kullanır.
- Önermelere ilişkin işe koştuğu matematiksel doğrulama yöntemini kullanılışlılığı açısından değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Bir Doğal Sayının Asal Çarpanları, Bölenleri, En Büyük Ortak Bölen, En Küçük Ortak Kat ve Bölünebilme

- Genellemeler**
- 1'den büyük her doğal sayı, asal sayıların çarpımı şeklinde tek türlü yazılır.
  - Bölünebilme kuralları, bölünen çözümlenerek elde edilir.

**Anahtar Kavramlar** aralarında asal, asal sayı, bölen, bölme, bölüm, bölünebilme, çarpan, en büyük ortak bölen, en küçük ortak kat, kalan, kat, ortak bölen, ortak kat

**Sembol ve Gösterimler** EBOB, EKOK

**ÖĞRENME  
KANITLARI  
(Ölçme ve  
Değerlendirme)**

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, açık uçlu sorular ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere bir doğal sayının asal çarpanları ile bölenleri arasındaki ilişkilere dair çalışma kâğıdı verilebilir.

Öğrencilerin bir doğal sayının 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ile 10'a ve bu doğal sayıların en küçük ortak katlarından oluşan sayılara bölümünden elde edilen kalanlara ait muhakeme becerilerinin değerlendirilmesine yönelik performans görevi verilebilir. Öğrencilere verilen performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Öğrencilere birden çok doğal sayının ortak bölenleriyle bunların en büyüğü ve ortak katlarıyla bunların en küçüğü arasındaki ilişkilere dair gerçek yaşam problemleri içeren çalışma kâğıdı verilebilir. Öz değerlendirme formuyla öğrencilerin kendilerini değerlendirmeleri istenebilir.

Açık uçlu sorularla öğrencilerin belirlediği algoritmaları farklı sayılar üzerinde kullanıp kullanamadığı, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

**ÖĞRENME-ÖĞRETME  
YAŞANTILARI**

**Temel Kabuller**

Öğrencilerin tek, çift ve ardışık tam sayıları tanıdığı; en fazla iki basamaklı bir doğal sayının asal olup olmadığını ve asal çarpanlarını belirleyebildiği; bir doğal sayıyı basamak değerlerine göre çözümlenebildiği; bir doğal sayıyı asal çarpanlarına ayırabildiği kabul edilmektedir. Ayrıca bir doğal sayının çarpanlarını, katlarını ve iki doğal sayının ortak bölenlerini, ortak katlarını belirleyebildikleri; doğal sayılarla bölme işlemi yapabildikleri; bölünen, bölen, bölüm, kalan kavramlarına ve doğal sayıların 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 ile bölünebilme özelliklerine yönelik çıkarım yapabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci**

Öğrencilere asal sayı, çarpan, kat, bölme, bölen, bölüm, kalan, bölünebilme, ortak bölen, ortak kat kavramları ile ilgili ön bilgilerini belirlemeye yönelik sorular sorulur. Bir doğal sayının basamak çözümlenmesine yönelik örnekler vermeleri istenir. Öğrencilerin doğal sayıların 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 ile bölünebilmesine; iki doğal sayının ortak bölenlerine ve ortak katlarına dair sahip oldukları bilgileri ve genellemeleri belirlemek için çıkarım yapmalarını gerektiren sorular sorulur.

**Köprü Kurma**

Bir doğal sayının çarpanlarını ve farklı doğal sayıların ortak bölen veya ortak katlarını incelemeyi gerektiren gerçek yaşam durumu problemleri ele alınır. Bu problemlerde öğrencilerin önceki sınıf düzeylerinden bildikleri asal çarpan yöntemini veya asal bölen algoritmasını kullanmaları istenir. Öğrencilerin tekrarlı çıkarmanın kolay bir yolu olarak bölme algoritmasının pratikliğini fark etmelerini sağlayacak gerçek yaşam durumlarına yer verilir.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.10.1.1

Öğrencilerden inceledikleri farklı doğal sayıları asal çarpanlarına ayırmaları, bu doğal sayının bölenlerini belirlemeleri ve bunlar arasındaki ilişkilere dair varsayımlarda bulunmaları beklenir. Ayrıca öğrencilerin verilen bir doğal sayının asal çarpanlarının sayısı ile o sayının pozitif tam sayı bölenlerinin sayısı arasındaki ilişkiye dair varsayımlar geliştirebilmelerini sağlayacak örnek durumlar incelenir. Öğrencilerin bu varsayımlarını sınıfta ifade ederek ve birbirlerinin varsayımları üzerinde düşünerek genellemelerde bulunmaları sağlanır. Öğrencilerden genellemelerini varsayımlarıyla karşılaştırarak elde ettikleri önermeleri uygun bir matematiksel dille sunmaları beklenir. Bu önermelerin gerçek yaşam durumu problemlerinde (kriptoloji, kodlama gibi) değerlendirildiği uygulamalara yer verilir. Ayrıca bu önermelerin değerlendirilmesinde doğal sayıların negatif bölenleri hakkında sonuçlar elde etmeye yönelik çalışmalar yapılır. Bir doğal sayının asal çarpanları ile bölenleri arasındaki ilişkilere dair çalışma kâğıdı verilebilir.

### MAT.10.1.2

Öğrencilere önce iki, sonra da üç farklı doğal sayı içeren; verilen sayıların bölenlerinin ve katlarının yazılacağı tablolardan oluşan uygulama kâğıtları verilebilir. Bu çalışma, sınıf gruplarına ayrılarak iletişim ve iş birliği becerilerinin kullanılmasına olanak sağlayacak şekilde tasarlanır (SDB2.1, SDB2.2). Grup çalışması sayesinde öğrencilerin kendi düşüncelerini etkin bir şekilde ifade edebilmeleri, arkadaşlarıyla düşüncelerini paylaşabilmeleri ve diğerlerinin düşüncelerini saygı çerçevesinde dinleyerek sözlü/sözsüz iletişimde bulunabilmeleri desteklenir (SDB2.1, SDB2.2, D14.1). Verilen sayılardan 1'den başka pozitif ortak böleni olmayanlara dikkat çekilir. Öğrencilerden aralarında asal olan doğal sayıların en büyük pozitif ortak böleninin 1 olduğu varsayımında bulunmaları beklenir. Öğrencilerin sıfırdan ve birbirinden farklı doğal sayıların pozitif ortak katlarının en büyüğünün bulunamayacağı, en küçüğünün bulunabileceği varsayımlarına ulaşmaları sağlanır. Birbirinden farklı doğal sayıların pozitif ortak bölenlerinin en küçüğünün her zaman 1 olduğu ve en büyüğünün bulunabileceği varsayımlarına ulaşmaları beklenir. Verilen dört farklı doğal sayının ortak bölenleri ve katları için de benzer varsayımların yapılması sağlanır. Varsayımlardan genellemeler elde edilir ve bu genellemeler varsayımlarla karşılaştırılır. Öğrencilerden elde ettiği genellemelerden yola çıkarak herhangi iki doğal sayının en büyük pozitif ortak böleni ve en küçük pozitif ortak katı arasındaki ilişkilere dair önermeler sunmaları beklenir. Ayrıca öğrencilerin "bu sayıların çarpımının, sayıların en küçük pozitif ortak katıyla en büyük pozitif ortak böleninin çarpımına eşit olduğu" gibi EKOK ile EBOB arasındaki ilişkilere dair önermeler sunmaları sağlanır. Elde edilen önermeler, gerçek yaşam durumlarında işe koşularak değerlendirilir. Listeleme, asal çarpan ağacı, cebirsel gösterimler gibi farklı matematiksel doğrulama yöntemlerinin olumlu ve olumsuz yönleri tartışılır (MAB3). Örneğin belirli bir örüntüye göre bir yolun iki tarafında bulunan bazı kaldırım taşlarının boyanması problemi üzerinden farklı örüntü durumlarında toplam kaç kaldırım taşının boyanabileceğine dair önermeler, listeleme ve cebirsel gösterim yöntemleri kullanılarak değerlendirilir (E3.6, E3.7). Öğrencilerden eşitlik ve eşitsizlik sembolleri kullanarak yansıtabilecekleri ("Herhangi iki doğal sayının EBOB'u sayılardan küçük veya birine eşit, EKOK'u sayılardan büyük veya birine eşit olabilir.", "İki sayı aralarında asal ise EBOB'u 1'dir." gibi) EBOB ve EKOK özelliklerini gösteren posterler hazırlamaları istenebilir. Öğrenciler, bu çalışmalarını bilişim araçlarından yararlanarak sergileyebilir (OB2, MAB5). Öğrencilere en çok dört doğal sayının ortak bölenleriyle bunların en büyüğü ve ortak katlarıyla bunların en küçüğü arasındaki ilişkilere dair gerçek yaşam problemleri (en az maliyetle zemine fayans döşeme, bir bahçenin etrafını çitlerle çevreleme gibi) içeren çalışma kâğıdı verilebilir (OB3).

### MAT.10.1.3

Öğrencilerden önceden öğrendikleri 2, 3, 4, 5, 6, 9 ve 10 ile bölünebilme özellikleri hakkında bu sınıf seviyesinde matematiksel doğrulamalar yapmaları beklenir. Ayrıca 8'e bölünebilme ile ilgili genellemenin ve bunun doğrulamasının da yapılması istenir. Bu



doğrulamalarda bölünen sayıların basamak çözümlenmeleri yapılarak cebirsel yöntemler kullanılır. Öğrencilerin verilen bir doğal sayının 2, 3, 4, 5, 8, 9 ve 10 ile bölümünden elde edilebilecek kalanları bu doğrulama yöntemlerinden hareketle bölme yapmadan bulmaya dair varsayımlar geliştirmeleri beklenir. Burada yöntemsel yakınlık dikkate alınarak önce 2, 5, 10, 4 ve 8 için, daha sonra 3 ve 9 için olacak şekilde iki grupta inceleme yapılır. Öğrencilerden farklı örnekler üzerinden elde ettikleri örüntüleri listeleterek varsayımlarına yönelik genellemelerde bulunmaları ve bu genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol etmeleri istenir. Listeleme sırasında farklı bölünenleri ve farklı bölenleri içeren işlemlerin yer aldığı çalışma kâğıtları kullanılabilir. Bu çalışma kâğıtları, öğrencilerin genellemelerini listeleyebilecekleri tablolar içerir (**MAB3**). Bu genellemelerde öğrencilerin verilen bir doğal sayının bölünebilme kuralı elde edilen sayılardan aralarında asal olan ikisinin çarpımına (12, 30, 45 gibi) bölünebilmesine dair değerlendirmeler yapmaları sağlanır. Öğrencilerden oluşturdukları genellemelerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını örnekler ile sınamaları beklenir. Öğrenciler, genellemelerinden yola çıkarak her bir bölen için bölme yapmadan kalan bulmaya dair önermeler sunar. Sunulan önermelerin katkısını bu doğal sayıların en küçük ortak katlarından oluşan 12, 30, 45 gibi sayılara bölümünden kalanı bulma bağlamında değerlendirmeleri istenir. Örneğin sıfırdan farklı bir doğal sayının 3, 4 ve 12 sayıları ile bölümünden elde edilen kalanlar sırasıyla  $a$ ,  $b$  ve  $c$  olmak üzere  $c$  sayısının 3 ve 4 sayıları ile bölümünden elde edilecek kalanların sırasıyla  $a$  ve  $b$  olacağına yönelik değerlendirme yapılması beklenir.

Öğrencilere farklı bölünebilme kurallarını ve bu konuda yazılmış eserleri (Mehmed Nadir'in *Hesab-ı Nazari* adlı kitabı gibi) inceleyecekleri araştırma ödevleri verilebilir. Böylece öğrencilerin kültürel mirasa yönelik duyarlı olmaları desteklenerek kültürel mirasın tanıtımına katkı sağlanmış olur (**OB1**). Öğrencilerden ödevleri zamanında ve eksiksiz teslim etmeleri beklenir. Böylece sorumluluk değerini kazanmaları desteklenir (**D16.3**). Bu görevlerde öğrencilerden yapmış oldukları araştırmaların sonuçlarını sınıfta sunmaları istenir (**SDB2.1**). Doğrulama yöntemleri; farklı sayıları listeleterek, bölünen sayıyı basamaklarına göre çözümlenerek, kat ilişkilerine odaklanarak işe koşulur. Bu yöntemlerin uygunluğu, kullanılabilirlik açısından değerlendirilir. Değerlendirilen doğrulama yöntemi, farklı sayılar üzerinde denener (**SDB3.2**). Açık uçlu sorularla öğrencilerin belirlediği algoritmaları farklı sayılar üzerinde kullanıp kullanmadığı değerlendirilebilir. Öğrencilere bir doğal sayının 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 ile 10'a ve bu doğal sayıların en küçük ortak katlarından oluşan sayılara bölümünden elde edilen kalanlara yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Öğrencilerden genel ağ üzerindeki kişisel verilerin gizlenmesi için kullanılan şifreleme algoritmalarında asal sayıların nasıl kullanılabileceği hakkında fikirler öne sürmeleri ve bu fikirlerini tartışmaları istenir. Araştırmalar yaparak fikirlerinin uygun olup olmadığını değerlendirmeleri sağlanır. (\*) Bir sayının asal olabilmesi için gerekli şartların neler olabileceği konusunda araştırma yapmaları istenir ve bu şartları, büyük sayıların (1577, 20 193 gibi asal olmayan; 1579, 20 201 gibi asal sayılar) asallığı üzerinde denemeleri beklenir. Öğrencilerin "Bir doğal sayı asal çarpanlarının çarpımı şeklinde genel formda yazıldığında her bir çarpanın kuvvetlerinin birer fazlasının çarpımı, o sayının pozitif bölenlerinin sayısını verir." önermesine ulaşmaları sağlanır.

(\*) Öğrencilerden asal sayıların kullanıldığı ilgi çekici asal sayı problemleri [Goldbach (Goltbah) sanısı gibi] veya asal sayıların özellikleri hakkında [ikiz asallar, Fermat (Feğma) asalları, Mersenne (Mersen) asalları gibi] araştırmalar yapmaları istenir. Bu araştırma sonuçlarından yola çıkılarak asal sayı kavramının matematikteki yeri ve önemi üzerine tartışılır. (\*) Öğrencilerden asal sayıların sonsuzluğu hakkında araştırma yapmaları istenir. Öklid'in asal sayıların sonsuzluğunun ispatı ile bu ispat yönteminin matematik tarihindeki yeri ve önemi üzerinde durulur.

(\*) Mükemmel sayılar, dost sayılar gibi bölen ilişkileri ile asallık üzerinden yapılmış farklı sayı adlandırmalarına ve bunların asallıkla ilişkilerine yer verilir. Türk-İslam bilginlerinden mükemmel sayılar ve dost sayılar üzerine çalışan İsmail bin İbrahim Mardini'nin (İbni Fel-lus) çalışmaları incelenir.

**Destekleme** Öğrencilerden asal çarpanları ile bölenlerini, EBOB-EKOK'larını incelemeleri istenen doğal sayıların basamak sayısının ikiden fazla olmamasına dikkat edilir. Bu inceleme sürecinde hesap makinelerinden veya çevrim içi araçlardan yararlanılır.

EBOB ve EKOK ile ilgili özelliklere dair önermelere ulaşamadığı durumlarda sayısal örnekler kullanılarak öğrencilerin sınırlı genellemeler yapmaları sağlanır.

Bölünebilme ve EBOB-EKOK'a yönelik olarak açık, anlaşılır ispat ve doğrulamalar içeren posterler, diyagramlar hazırlanıp belli süreliğine sınıfta görünür bir yere asılabilir.

### ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 2. TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER

Bu temada öğrencilerin gerçekte sayılarda fonksiyon olma şartlarını ve fonksiyonların nitel özelliklerini matematiksel temsillerle değerlendirebilmeleri; karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlara ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine yönelik muhakeme yapabilmeleri; doğrusal, karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlar ile bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarına dair çıkarım yapabilmeleri; bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren gerçekte yaşam problemlerini çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATI** 54

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB3. Matematiksel Temsil (MAB3.2. Matematiksel Temsilleri Değerlendirme)

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. Sistematiğe Olma, E3.11. Özgün Düşünme

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Kendini Tanıma (Öz Farkındalık), SDB2.2. İş Birliği, SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D5. Duyarlılık, D16. Sorumluluk

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

### DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER

Biyoloji, Ekonomi, Fizik, Kimya, Mimari, Mühendislik

### BECERİLER ARASI İLİŞKİLER

MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.10.2.1. Gerçek sayılarda fonksiyon olma şartları ile gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların nitel özelliklerini matematiksel temsillerle değerlendirebilme

- Gerçek sayılarda fonksiyon olma şartları ile gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların nitel özelliklerini (tanım kümesi, görüntü kümesi, işareti, artanlığı-azalanlığı, maksimum-minimum noktaları, sıfırları, bire birliği, tekliği-çiftliği, örtenliği) grafik ve cebirsel temsilleri üzerinden analiz eder.
- Gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların grafik ve cebirsel temsillerini fonksiyon olma şartları ve fonksiyonların nitel özellikleri bakımından karşılaştırır.
- Karşılaştırmalarından hareketle gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların grafik ve cebirsel temsilleri ile nitel özellikleri hakkında yargıda bulunur.

MAT.10.2.2. Gerçek sayılarda  $f(x) = x^2$  şeklinde tanımlı karesel referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen ( $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$  ( $a, r, k \in \mathbb{R}, a \neq 0$ )) karesel fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme

- Karesel referans fonksiyonun nitel özelliklerini (tanım kümesi, görüntü kümesi, işareti, artanlığı-azalanlığı, maksimum-minimum noktaları, sıfırları, bire birliği, tekliği-çiftliği, örtenliği) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- Karesel referans fonksiyonun nitel özellikleri ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
- Karesel referans fonksiyonu grafik ve cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle diğer karesel fonksiyonlara dönüştürür.
- Karesel referans fonksiyon ile elde ettiği karesel fonksiyonların grafik ve cebirsel temsilleri arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- Karesel referans fonksiyonun nitel özelliklerinden hareketle diğer karesel fonksiyonların nitel özellikleri hakkında varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarına dayalı olarak karesel fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin örüntüleri (cebirsel, sayısal veya grafiksel) geneller.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerinden elde ettiği önermeleri uygun sözel veya cebirsel dil ile sunar.
- Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanışlılığını değerlendirir.
- Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
- İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanışlılığını değerlendirir.

MAT.10.2.3. Gerçek sayılarda  $f(x) = \sqrt{x}$  ( $x \geq 0$ ) şeklinde tanımlı karekök referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen ( $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$  ( $a, r, k \in \mathbb{R}, a \neq 0$ )) karekök fonksiyonlarının nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme

- Karekök referans fonksiyonun nitel özelliklerini (tanım kümesi, görüntü kümesi, işareti, artanlığı-azalanlığı, maksimum-minimum noktaları, sıfırları, bire birliği, tekliği-çiftliği, örtenliği) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- Karekök referans fonksiyonun nitel özellikleri ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
- Karekök referans fonksiyonu grafik ve cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle diğer karekök fonksiyonlarına dönüştürür.
- Karekök referans fonksiyon ile elde ettiği karekök fonksiyonlarının grafik ve cebirsel temsilleri arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- Karekök referans fonksiyonun nitel özelliklerinden hareketle diğer karekök fonksiyonlarının nitel özellikleri hakkında varsayımlarda bulunur.

- e) Varsayımlarına dayalı olarak karekök fonksiyonlarının nitel özelliklerine ilişkin örüntüleri (cebirsal, sayısal veya grafiksel) geneller.
- f) Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- g) Genellemelerinden elde ettiği önermeleri uygun sözel veya cebirsal dil ile sunar.
- ğ) Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanılışılığını değerlendirir.
- h) Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsal olarak ispatlar.
- ı) İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanılışılığını değerlendirir.

MAT.10.2.4. Gerçek sayılarda  $f(x) = \frac{1}{x}$  ( $x \neq 0$ ) şeklinde tanımlı rasyonel referans fonksiyonunun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen ( $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$  ( $a, r, k \in \mathbb{R}, a \neq 0$ )) rasyonel fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme

- a) Rasyonel referans fonksiyonun nitel özelliklerini (tanım kümesi, görüntü kümesi, işareti, artanlığı-azalanlığı, maksimum-minimum noktaları, sıfırları, bire birliği, tekliliği-çiftliliği, örtenliği) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- b) Rasyonel referans fonksiyonun nitel özellikleri ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
- c) Rasyonel referans fonksiyonu grafik ve cebirsal temsili üzerinde yapılan işlemlerle diğer rasyonel fonksiyonlara dönüştürür.
- ç) Rasyonel referans fonksiyon ile elde ettiği rasyonel fonksiyonların grafik ve cebirsal temsilleri arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- d) Rasyonel referans fonksiyonun nitel özelliklerinden hareketle diğer rasyonel fonksiyonların nitel özellikleri hakkında varsayımlarda bulunur.
- e) Varsayımlarına dayalı olarak rasyonel fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin örüntüleri (cebirsal, sayısal veya grafiksel) geneller.
- f) Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- g) Genellemelerinden elde ettiği önermeleri uygun sözel veya cebirsal dil ile sunar.
- ğ) Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanılışılığını değerlendirir.
- h) Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsal olarak ispatlar.
- ı) İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanılışılığını değerlendirir.

MAT.10.2.5. Doğrusal, karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlar ile bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarına dair çıkarım yapabilme

- a) Referans fonksiyonlar ve bunlardan türetilen fonksiyonlar üzerinden bir fonksiyonun ters fonksiyonuna ilişkin varsayımlarda bulunur.
- b) Varsayımlarından yararlanıp farklı durumlarla ilgili örüntüleri listeleyerek referans fonksiyonlar ve bunlardan türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarına ilişkin genellemeler yapar.
- c) Referans fonksiyonlar ve bunlardan türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarıyla ilişkisine dair varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.
- ç) Referans fonksiyonlar ve bunlardan türetilen fonksiyonların ters fonksiyon ilişkisine ait önermeleri matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunar.
- d) Referans fonksiyonlar ve bunlardan türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarına ait elde edilen önermeleri fonksiyonların genel özellikleri bağlamında değerlendirir.

MAT.10.2.6. Doğrusal, karesel, karekök, rasyonel referans fonksiyonlar ve bunlardan türetilen fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren problemleri çözebilme

- Bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklere ilişkin matematiksel bileşenleri (nitel özellikleri ile cebirsel ve grafik temsilleri) belirler.
- Bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklere ilişkin matematiksel bileşenlerin aralarındaki ilişkileri belirler.
- Bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklerin problem bağlamındaki temsillerini farklı temsillere dönüştürür.
- Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.
- Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillerden yararlanarak problemin çözümü için strateji oluşturur.
- Belirlediği stratejiyi kullanır.
- Elde ettiği çözümü farklı yöntemleri kullanarak doğrular.
- Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
- Problemin olası çözüm stratejilerinin farklı problem durumlarında kullanımı ile ilgili çıkarımlar yapar.
- Çıkarımlarının geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Gerçek Sayılarda Tanımlı Karesel Fonksiyon, Karekök Fonksiyonu ve Rasyonel Fonksiyonlar, Bu Fonksiyonların Nitel Özellikleri, Tersleri ve Bu Fonksiyonlarla İfade Edilebilen Denklem ve Eşitsizlikler

- Genellemeler**
- Fonksiyonlar, niceliklerin birbirine bağlı değişimlerini temsil eder.
  - Gerçek yaşam durumları, fonksiyonlarla modellenebilir.
  - Fonksiyonlar, nitel özelliklerine göre sınıflandırılabilir.
  - Referans fonksiyonlar, bir fonksiyon grubunun üreticidir.
  - Fonksiyon grafikleri, cebirsel denklem ile eşitsizliklerin incelemesinin ve yorumlanmasının temel araçlarından biridir.

**Anahtar Kavramlar** artanlık-azalanlık, bire birlik, fonksiyon, fonksiyonun işareti, fonksiyonun sıfırı, karekök fonksiyonu, karesel fonksiyon, kök, maksimum-minimum değer, maksimum-minimum nokta, örtelik, parabol, rasyonel fonksiyon, simetri doğrusu, teklik-çiftlik, ters fonksiyon

**Sembol ve Gösterimler**  $f: A \rightarrow B, f(x) = x^2, f(x) = \sqrt{x}, f(x) = \frac{1}{x}, g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k, f^{-1}(x)$

**ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)** Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, kavram haritası, zihin haritası, performans görevi, proje ve araştırma ödevi ile değerlendirilebilir. Öğrencilere gerçek sayılarda fonksiyon olma şartları ile gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların nitel özelliklerini matematiksel temsillerle değerlendirebileceği çalışma kâğıdı verilebilir.

Karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonların nitel özellikleri ve bu referans fonksiyonların grafiklerine uygulanan dönüşümlerin fonksiyonun cebirsel temsiline oluşturduğu değişime yönelik inceleme içeren performans görevinin değerlendirilebilmesi için analitik dereceli puanlama anahtarı hazırlanabilir.

Ekonomi, fizik ya da kimya alanlarına ilişkin gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan problemler üzerinden karesel fonksiyonların nitel özelliklerini kullanmayı gerektiren proje ödevi; analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Rasyonel referans fonksiyondan türetilen fonksiyonların gerçek yaşam durumlarında ters orantıyla olan ilişkisini incelemek için verilen araştırma ödevi; hazırlık, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği kullanılarak değerlendirilebilir.

Rasyonel referans fonksiyondan türetilen fonksiyonlar ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin önermeler için matematiksel doğrulama ve ispat yapmayı gerektiren çalışma kâğıdı verilebilir. Ortaya konan veriler, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Çalışma sonunda öğrenciler, öz değerlendirme formuyla kendi performanslarını değerlendirebilir.

Karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların grafik ya da cebirsel temsili ile bu fonksiyonların ters fonksiyonunun grafik ya da cebirsel temsili arasındaki ilişkilere dair verilen çalışma kâğıdı, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Bu konuda verilen matematiksel araç ve teknoloji kullanımına ilişkin performans görevi, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeğiyle değerlendirilebilir.

Doğrusal, karesel, karekök, rasyonel referans fonksiyonlardan ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlardan elde edilen denklem ve eşitsizliklerin kullanıldığı, gerçek yaşam problemleri içeren, öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlayacak proje ödevi verilebilir. Ödevin değerlendirilmesinde hazırlık, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği kullanılabilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin üslü ve köklü ifadelerle işlemler yapabildikleri, cebirsel ifadelerde iki kare farkı ve tamkare özdeşliklerini kullanabildikleri, cebirsel ve grafik temsilleri üzerinden doğrusal referans fonksiyonu ve bu fonksiyondan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerini inceleyebildikleri, cebirsel veya grafik temsili verilen doğrusal fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarımlar yapabildikleri, doğrusal referans fonksiyona dönüşümler uygulayarak farklı doğrusal fonksiyonlar türetebildikleri, doğrusal referans fonksiyondan türetilen fonksiyonların cebirsel ve grafik temsili arasında geçiş yapabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilere üslü ve köklü ifadelerle, özdeşliklerle ilgili işlem becerilerini ölçmeye yönelik hazır bulunuşluk testi yapılabilir. Gerçek yaşam durumu örnekleri üzerinden doğrusal referans fonksiyon ve bu fonksiyondan türetilen fonksiyonların nitel özellikleri incelenir. Öğrencilerin doğrusal referans fonksiyondan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin öğrenme eksiklikleri, açık uçlu sorular sorularak belirlenebilir. Öğrencilerin doğrusal referans fonksiyona dönüşümler uygulayarak farklı doğrusal fonksiyonlar türetebilmesine ve doğrusal referans fonksiyondan türetilen fonksiyonların cebirsel ve grafik temsili arasında geçiş yapabilmesine dair becerilerinin, kavram yanılgılarının, ilgi ve ihtiyaçlarının belirlenmesi amacıyla hazır bulunuşluk testi yapılabilir.

**Köprü Kurma** Gerçek yaşamda karşılaşılan durumlar içerisinde fizikteki serbest düşme, köprü halatlarının parabolik yapısı ve birtakım mimari yapılardaki eğriler incelenerek doğrusal fonksiyonlar dışında bu durumları modelleyen fonksiyonların olup olmayacağı tartışılır. Doğrusal fonksiyonların grafik temsili dışında farklı fonksiyonların cebirsel ve grafik temsilleri hakkında öğrencilerin fikir yürütmeleri istenir. Gerçek yaşamda karşılaşılan iki nicelik arasındaki doğrusal olmayan ilişkiler grafik ve tablo üzerinden incelenerek farklı fonksiyon temsillerine olan ihtiyacı öğrencilerin fark etmeleri sağlanır. Örneğin bir şirketin kampanya yaparken elde edileceği gelire ilişkin olarak en yüksek gelirin nasıl hesaplanabileceği tartışılır. Bu noktada en yüksek gelir değeri matematiksel araç ve teknolojilerden (elektronik tablolar gibi) yararlanılarak grafik ve tablo yöntemiyle incelenebilir. Bunun gibi doğrusal olmayan fonksiyonların nasıl tanımlanabileceği ve nitel özelliklerinin neler olabileceği tartışılır.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.10.2.1

Fonksiyonlar ile modellenebilen gerçek yaşam durumları üzerinden fonksiyonların tanım ve değer kümelerinin, fonksiyon olma koşullarının neler olabileceğine dair tartışma yapılır. Örneğin bir hareketlinin konum-zaman fonksiyonu üzerinden zaman ve konum değerlerinin pozitif gerçek sayılar olacağı, belirli bir anda birden fazla noktada bulunamayacağı fikri üzerinden fonksiyonun tanım ve görüntü kümesinin, fonksiyon olma şartlarının neler olabileceği tartışılır. Ardından doğrusal fonksiyonların cebirsel ve grafik temsilleri incelenerek verilen bir doğrusal ilişkinin fonksiyon olma şartlarını taşıdığı belirlenir. Bu sayede öğrencilerin önceki öğrenmelerinden tanım, görüntü, değer kümeleri ve değişkenler arası ilişkiler bağlamında fonksiyon olma şartlarını ve farklı fonksiyonların nitel özelliklerini nasıl belirleyebileceklerine dair stratejiler üretmeleri beklenir (**SDB1.1**). Elde edilen varsayımlar kullanılarak verilen grafik temsillerinin fonksiyon olma şartları ve nitel özellikleri (tanım kümesi, görüntü kümesi, işaret, artanlığı-azalanlığı, maksimum-minimum noktaları, sıfırları, bire birliği, tekliliği-çiftliliği, örtenliği) analiz edilir. Bu analiz yapılırken “Tanım kümesindeki her bir gerçek sayının değer kümesinde yalnızca bir karşılığı vardır.”, “Tanım kümesindeki farklı elemanların değer kümesindeki karşılıkları da farklıdır.”, “Tanım kümesindeki farklı  $x, y$  elemanları için  $x > y$  ise  $f(x) > f(y)$  veya  $f(x) < f(y)$  dir.” gibi önermeler fonksiyonların cebirsel veya grafik temsilleri kullanılarak değerlendirilir. Gerçek sayılarda tanımlı bir  $f$  fonksiyonunun işaret incelemesi, grafik temsili üzerinden yapılır. Yapılan incelemelerden hareketle öğrencilerin bir grafik veya cebirsel temsilin hangi durumlarda bir fonksiyon belirttiği ve bir fonksiyonun nitel özelliklerinin grafik veya cebirsel olarak nasıl temsil edildiği ile ilgili yargıda bulunmaları beklenir. Grafik temsili verilen farklı fonksiyonların nitel özellikleriyle grafik temsilleri arasında ilişkilerin kurulması için sınıf içi tartışmalar yapılır. Ayrıca öğrencilerden fonksiyonların nitel özelliklerini kavram haritası ve zihin haritası gibi araçlarla göstermesi istenebilir.

Fonksiyon kavramının ortaya çıkışının temelinde iki niceliğin birbirine bağlı değişiminin ifade edilmesinin gerekliliği belirtilir. Eski uygarlıkların kimi hesaplamalarında örtük olarak fonksiyon kavramını işe koştukları örneklere (gökyüzü gözlemlerinde bir gök cisminin zaman-konum ilişkisine yönelik yapılan çıkarımlar gibi) yer verilir. 1700'lü yıllara gelindiğinde matematiğin sembolik dilinin gelişimi ve dik koordinat sisteminin ortaya çıkmasıyla fonksiyonların cebirsel ve grafik temsillerinin gelişmeye başladığı vurgulanır. Euler'in fiziksel nicelikler arasındaki bağımsız-bağımlı değişken ilişkisi üzerinden fonksiyon tanımını ve sembollerini geliştirdiği, Dirichlet'in (Dirikli) bu tanımı daha formal hâle getirdiği belirtilir. Fonksiyon kavramının keyfî kümeler bağlamındaki tanımına değinilmeden bugünkü fonksiyon kavramının tanımının iki nicelik arasındaki ilişkiden daha soyut ve daha genel bir yapıda olduğu belirtilir. Bununla birlikte gerçek sayılarda tanımlı ve iki nicelik arasındaki ilişkiyi ifade eden fonksiyonlarla hemen her alanda karşılaşılacağı belirtilerek öğrencilerin fonksiyon kavramının işlevsel boyutuna odaklanmaları sağlanır (**E1.1, E3.6, E3.7**). Öğrencilere gerçek sayılarda fonksiyon olma şartları ile gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların nitel özelliklerini matematiksel temsillerle değerlendirebileceği çalışma kâğıdı verilebilir.

### MAT.10.2.2

Karesel referans fonksiyonun grafiğini belirlemek için tablo temsili kullanılır. Karesel ilişkiye örnek teşkil eden gerçek yaşam durumları, grafik ve tablo yöntemiyle ele alınır. Grafik temsiliyle ilişkilendirilerek karesel referans fonksiyonun nitel özellikleri (tanım kümesi, görüntü kümesi, işaret, artanlığı-azalanlığı, sıfırları, bire birliği, tekliliği-çiftliliği, örtenliği, maksimum-minimum noktaları) belirlenir. Ayrıca referans fonksiyonun cebirsel ve grafik temsili incelenerek maksimum-minimum noktası, maksimum-minimum değeri ve simetri doğrusu açıklanır (**E3.6, E3.7**). Öğrencilerin simetri doğrusu ile fonksiyonun tekliliği-çiftliliği arasında ilişki kurmaları sağlanır.  $f$  karesel referans fonksiyonu olmak üzere  $f$  nin grafiğine yapılan dönüşümlerle ( $g(x) = a \cdot f(x \pm r) \pm k$  ( $a, r, k \in \mathbb{R}, a \neq 0$ )) diğer karesel fonksiyonların cebirsel ve grafik temsilleri elde edilir. Dönüşümler yapılırken  $r$  ve  $k$  değerlerinin her ikisinin veya birinin  $0$  olduğu durumlar aşamalı olarak ele alınır. Grafik temsilleri ile cebirsel temsillerdeki katsayıların ilişkileri yorumlanır. Dijital araçlarla iş görme becerilerini ge-



liştirmek için dönüşümler elde edilip yorumlanırken matematik yazılımlarından yararlanılır (OB2, MAB5). Bu fonksiyonların cebirsel temsili karesel fonksiyon, grafik temsili ise parabol olarak adlandırılır. Cebirsel temsili verilen fonksiyonun grafik temsilinde işaretini, eksenleri kestiği noktaları, artan-azalan olduğu aralıkları, maksimum-minimum noktalarını ve değerlerini bulmaları için öğrencilerden hem kâğıt ve kalemle hem de matematik yazılımlarıyla çalışarak elde ettikleri sonuçları karşılaştırmaları istenir (OB2, MAB5). Bu incelemeler, aynı zamanda fonksiyonun cebirsel incelemeleri ile de eşleştirilir (OB4). Öğrencilere karesel referans fonksiyonun grafik temsiline yapılan dönüşümlerin fonksiyonun cebirsel temsilinde oluşturduğu değişime yönelik inceleme içeren performans görevi verilebilir. Öğrencilerden bu performans görevini titiz bir şekilde hazırlayarak zamanında ve eksiksiz teslim etmeleri beklenir. Böylece öğrencilerin sorumluluk değerini kazanmaları desteklenir (D16.3).

Öğrenciler, karesel referans fonksiyonun grafik temsiline dönüşümler uygulanarak elde edilen fonksiyonların nitel özellikleri hakkında varsayımlar geliştirmeleri için teşvik edilir. Varsayımlar geliştirilirken cebirsel ve grafiksel incelemelerin birlikte yürütülmesine önem verilir. Özel olarak fonksiyonun cebirsel temsiliyle fonksiyonun sıfırları, artan-azalan olduğu aralıklar, maksimum-minimum noktalarının koordinatları arasında ilişkiler kurulur. Örneğin gerçek sayılarda  $f(x) = x^2 + 4x$  şeklinde tanımlı fonksiyonun artan-azalan olduğu aralıklara yönelik varsayım geliştirilirken fonksiyonun sıfırları (0 ve -4) ve grafiğinin simetrik olması dikkate alınarak artan-azalan olduğu aralıkların belirlenmesini sağlayan noktanın koordinatlarının (-2, -4) olduğu ifade edilir. Aynı zamanda fonksiyonun cebirsel ifadesi,  $f(x) = (x + 2)^2 - 4$  şeklinde tamkareye tamamlanarak grafik temsili dönüşümlerle elde edilir. Bu şekilde fonksiyonun artan-azalan olduğu aralıklar hakkında varsayımlara ulaşılır. Bu varsayımlar, verilen bir tanım aralığının fonksiyondaki karşılığı olan aralığı belirlerken (" $x < 0$  iken  $f(x) = x^2$  hangi aralıkta değer alır?" veya " $-1 < x < 3$  iken  $f(x) = x^2$  hangi aralıkta değer alır?" gibi) fonksiyonun maksimum-minimum noktasının dikkate alınmasını da içermelidir.

Cebirsel temsili  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) genel formunda olan karesel fonksiyonların  $f(x) = a(x \pm r)^2 \pm k$  ( $r, k \in \mathbb{R}$ ) tamkare formuna dönüştürülmesine ilişkin yorumlar, varsayımlar geliştirmede etkin şekilde kullanılır. Bu bağlamda Harizmi'nin tamkareye tamamlama yöntemini geometrik modellerden yararlanarak nasıl işe koştugu incelenir ve bu yöntemin uygulaması yapılır. Böylece öğrencilerin kültürel mirasa yönelik duyarlı olmaları sağlanır. Bu varsayımlardan hareketle öğrencilerden fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin genellemeleri elde etmeleri ve genellemelerle varsayımları karşılaştırarak elde ettikleri önermeleri sözel veya sembolik dille sunmaları beklenir. Genellemelerden elde edilen önermeler ekonomi, fizik, kimya ve biyoloji alanlarına ilişkin gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan problemlerde değerlendirilir. Örneğin bir ürünün fiyatındaki artış miktarı ile o ürünü satın almak isteyen müşteri sayısındaki ilişki incelenerek gelir fonksiyonu modellenilebilir. Gelir fonksiyonunda en yüksek gelirin elde edilmesini sağlayan zam miktarı, önermeler kullanılarak belirlenir (OB3). Bu problemler üzerinden karesel fonksiyonların nitel özelliklerini kullanmayı gerektiren proje ödevi verilebilir. Öğrencilerden bu proje ödevini titiz bir şekilde hazırlayarak zamanında ve eksiksiz teslim etmeleri beklenir. Böylece öğrencilerin sorumluluk değerini kazanmaları desteklenir (D16.3).

Karesel fonksiyonların matematiksel temsilleri, dönüşüm süreçleri ve nitel özellikleri hakkında elde edilen önermelere ilişkin olarak nasıl matematiksel doğrulama veya ispat yapılabileceği gösterilir. Örneğin  $a \in \mathbb{R}$  ve  $a \geq 0$  için cebirsel temsili  $f(x) = x^2 + a$  olan fonksiyonların artan-azalan olduğu aralıklar ile maksimum-minimum değerleri hakkındaki varsayımların doğruluğu incelenirken " $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $x^2 \geq 0$  olduğundan  $x^2 + a \geq a$  olur. Bu durumda  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $f(x) \geq a$  olur." cebirsel genellemesi yapılabilir. Buradan hareketle öğrencilerin fonksiyonun minimum değerinin  $a$  olduğu ve bu değeri  $x = 0$  noktasında aldığı sonucuna ulaşmaları sağlanır. Böylelikle öğrencilerin fonksiyonun nitel özelliklerini cebirsel ve grafiksel olarak eş zamanlı ve ilişkili bir biçimde inceleyebilmelerinin yanı sıra cebirsel dil ve sembolizmle mantık bağlaçlarını ve niceleyicileri uygun şekilde kullanabilmeleri desteklenir. Burada önermeler öğrenciler tarafından çözümlenir ve kendi başına matematiksel doğrulama yapabilmeleri için öğrencilere önermelerden oluşan çalışma kâğıdı verilebilir (E3.11). Öğrencilerden tamkareye tamamlama, grafik temsilinden yararlanma, genel formu  $f(x) = ax^2 + bx + c$  kullanma ve çarpanlara ayırma gibi matematiksel doğrulama yöntemlerini kullanışlılık açısından değerlendirmeleri beklenir.

**MAT.10.2.3 ve MAT.10.2.4**

Karekök ve rasyonel referans fonksiyonlar ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme süreçleri, karesel referans fonksiyonun muhakeme süreçlerine benzer şekilde gerçekleştirilir.

Özel olarak bir fonksiyonun tekliğin-çiftliğinin cebirsel incelemesinden hareketle karekök referans fonksiyonun tekliği veya çiftliğinden neden bahsedilemeyeceği tartışılır; bu durum, fonksiyonun grafik temsili ile ilişkilendirilir.

Rasyonel referans fonksiyonun tablo temsilinden elde edilen değerlerden yararlanılarak öğrencilerin grafik temsili üzerinden  $(0, \infty)$  nda bağımsız değişkenin aldığı değerlerin küçülmesine bağlı olarak fonksiyonun aldığı değerlerin sınırsız bir biçimde büyüyeceği,  $(-\infty, 0)$  nda ise bağımsız değişkenin aldığı değerlerin büyümesine bağlı olarak fonksiyonun aldığı değerlerin sınırsız bir biçimde küçüleceği çıkarımlarına ulaşmaları beklenir. Bu durum, fonksiyonun grafik temsilinin  $Oy$  eksenine yaklaşması durumuyla ilişkilendirilir. Benzer şekilde öğrencilerin  $(0, \infty)$  nda bağımsız değişkenin aldığı değerlerin büyümesine,  $(-\infty, 0)$  nda ise bağımsız değişkenin aldığı değerlerin küçülmesine bağlı olarak fonksiyonun aldığı değerlerin giderek sıfıra yaklaştığı çıkarımına ulaşmaları beklenir. Bu durum, fonksiyonun grafik temsilinin  $Ox$  eksenine yaklaşması durumuyla ilişkilendirilir. Rasyonel referans fonksiyonun sıfırdan farklı her gerçek sayıyı çarpmaya göre tersine çevirdiği vurgulanır. " $\forall a, b \in \mathbb{R} - \{0\}$  ve  $a$  ile  $b$  aynı işaretli olmak üzere  $a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  olur." önermesinden de yararlanılarak fonksiyonun  $(-\infty, 0)$  ve  $(0, +\infty)$  nin her birinde azalan olduğu sonucuna ulaşılr.

Verilen bir tanım aralığının fonksiyondaki karşılığı olan aralığı belirlerken verilen aralıkla rasyonel referans fonksiyonun azalan olduğu aralıklar arasındaki ilişkinin dikkate alınması sağlanır (" $-5 < x < 0$  iken  $f(x) = \frac{1}{x}$  hangi aralıkta değer alır?" veya " $x > 4$  iken  $f(x) = \frac{1}{x}$  hangi aralıkta değer alır?" gibi).

Öğrencilerin rasyonel referans fonksiyonun azalan olduğu belirli bir tanım aralığı için görüntü değerlerinin hangi aralıkta yer alacağını cebirsel temsil veya grafik temsilinden yararlanarak belirlemeleri ve uygun bir şekilde ifade etmeleri sağlanır. Benzer şekilde öğrencilerin fonksiyonun iki nicelik arasında ters orantısal bir ilişkiyi temsil ettiğini fark etmeleri sağlanarak bu fonksiyonun gerçek yaşam problemlerinde hangi nicelikler arasındaki ilişkiyi modellemek için kullanılabileceği tartışılır. Öğrencilere karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlar ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel doğrulama ve ispat yapmayı gerektiren çalışma kâğıdı verilebilir.

Öğrencilere karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonların nitel özellikleri ve bu referans fonksiyonların grafiklerine uygulanan dönüşümlerin fonksiyonun cebirsel temsilde oluşturduğu değişime yönelik inceleme içeren performans görevi verilebilir.

**MAT.10.2.5**

Cebirsel temsili verilen doğrusal fonksiyonlardan hareketle bağımlı ve bağımsız değişkenin yer değiştirdiği durumlar, tablo temsili kullanılarak incelenir. Oluşan yeni fonksiyonun da yine bir doğrusal fonksiyon olduğu, grafik temsili üzerinde incelenir ve cebirsel temsil elde edilir. Öğrencilerden bu iki doğrusal fonksiyonun birbirinin tersi olduğuna dair varsayımlar geliştirmesi beklenir. Rasyonel referans fonksiyondan hareketle bağımlı ve bağımsız değişkenin yer değiştirdiği durum, tablo temsili kullanılarak incelenir. Benzer şekilde karesel referans fonksiyonda bağımlı ve bağımsız değişken yer değiştirdiğinde elde edilen ilişkinin fonksiyon olup olmadığı tartışılır. Bu ilişkinin fonksiyon olmadığı fark edildikten sonra öğrencilerden karesel referans fonksiyonun bire bir ve örten olmaması nedeniyle oluşan yeni ilişkinin bir fonksiyon göstermediği varsayımında bulunmaları beklenir. Bu bağlamda tanım kümesinin düzenlenmesiyle bire bir ve örtenliğin sağlanacağı belirlenir. Böylece öğrencilerin karesel referans fonksiyonun tersinin de fonksiyon olma şartına yönelik bir varsayımda bulunmaları beklenir. Öğrencilerden doğrusal, karesel ve karekök referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların hangi durumlarda terslerinin de fonksiyon olabileceği hakkında genellemeler yapmaları ve bu genellemeleri fonksiyonların grafik temsilleri arasında ilişkiler kurarak karşılaştırmaları beklenir. Öğrenciler karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların terslerinin cebirsel temsillerinin birer fonksiyon olmasına ilişkin şartları önerme olarak sunabilmeleri için desteklenir. Karesel ve karekök referans fonksiyonlar ile bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların tanım kümeleri fonksiyonlar bire bir ve örten

olacak şekilde düzenlenerek fonksiyonların terslerinin cebirsel temsilleri elde edilir. Elde edilen önermeler, doğrusal ve karesel fonksiyonların grafik temsilleri üzerinde yapılacak çalışmalarda değerlendirilir. Bu kapsamda bir fonksiyonun grafiğinin  $y = x$  doğrusuna göre simetriği ile fonksiyonun tersinin grafiği arasındaki ilişkinin incelendiği çalışmalarda matematik yazılımları kullanılır (MAB5). Karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların grafik ya da cebirsel temsili ile bu fonksiyonların ters fonksiyonunun grafik ya da cebirsel temsili arasındaki ilişkilere dair çalışma kâğıdı verilebilir.

### MAT.10.2.6

Referans fonksiyonlar ve bu fonksiyonlar kullanılarak çözülebilecek veya modellenebilecek problemler, mümkün olduğunca geniş bir çerçevede ele alınır. İkinci dereceden bir bilinmeyenli denklemlerin tarihî gelişim sürecine; bu süreçte rol alan Brahmagupta (Brahmagupt), Harizmi ve Abdülhamid bin Türkün çalışmalarına yer verilerek bu çalışmaların önemi vurgulanır. Böylece öğrencilerin kültürel mirasa yönelik duyarlı olmaları sağlanır. Karesel fonksiyonların kullanımını gerektiren temel optimizasyon (en iyileme) problemleri, üretim-tüketim gibi bağlamlarda incelenir. Rasyonel referans fonksiyonun temsil ettiği ters orantılı nicelikler arasından uygun olanlar, problem bağlamlarında ele alınır. Örneğin kâr ve maliyet arasında olabilecek ters orantılı ilişki, rasyonel referans fonksiyon veya bu fonksiyondan türetilen fonksiyonlar aracılığıyla modellenebilir (OB3). Rasyonel referans fonksiyondan türetilen fonksiyonların gerçek yaşam durumlarında ters orantıyla olan ilişkisini incelemek için öğrencilere araştırma ödevi verilebilir.

Doğrusal, karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlarla “=, <, >, ≤, ≥” sembolleri kullanılarak oluşturulan denklem ve eşitsizliklere ilişkin bileşenler belirlenir. Bu bileşenlerin aralarındaki ilişkiler belirlenerek  $f(x) = 0$ ,  $f(x) = g(x)$ ,  $f(x) < g(x)$ ,  $f(x) ≤ g(x)$  gibi denklem ve eşitsizliklerin tanımlanması sağlanır (E3.6, E3.7). Burada kullanılan denklem ve eşitsizliklerin cebirsel formları en fazla ikinci dereceden olmalıdır. Problemler sonucunda ulaşılabilecek ifadelerin tamkareye kolayca tamamlanacak türden olmalarına dikkat edilir. Yukarıdaki referans fonksiyonları içeren problem durumlarından elde edilen denklem ve eşitsizliklerin matematiksel temsilleri arasında (sözel, tablo, grafik, cebirsel) dönüşüm yapılır (E3.6, E3.7). Bu temsiller arası geçişlerin gösterilebilmesi amacıyla elektronik tablolardan ve matematik yazılımlarından yararlanır (OB2, MAB5). Öğrencilerin dönüştürülen temsillerin problem bağlamındaki anlamlarını sözel bir dille ifade etmeleri istenir.

Verilen problem durumlarına ilişkin denklem ve eşitsizliklerin çözümlerine ulaşabilmek için deneme yanılma, tamkareye tamamlama, fonksiyonun nitel özelliklerinden ve grafik temsilinden yararlanma gibi yöntemler ilişkili biçimde kullanılır.  $f$  karesel bir fonksiyon olmak üzere  $f(x) < 0$  gibi eşitsizliklerin çözüm aralığını bulmak için  $f$  fonksiyonunun grafik incelemesinden yararlanılabileceği gibi fonksiyonun cebirsel ifadesinin tamkare formundan hareketle elde edilen birinci dereceden çarpanlarından da yararlanır. Bu bağlamda fonksiyonun cebirsel ifadesinin birinci dereceden çarpanlarının işaret değişimini temsil eden işaret tablosu kullanılır. Verilen farklı problem durumlarında uygun bir strateji belirlenirken grafiksel veya cebirsel yaklaşımlardan birisinin seçilmesi durumunda diğer yaklaşımın çözüme veya çözümün kontrolüne getireceği farklı yorumlar da dikkate alınır (SDB3.2).

$ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ ) gibi bir cebirsel ifadenin  $(mx \pm k)(nx \pm p)$  ( $m, k, p, n \in \mathbb{R}$ ,  $m \neq 0$ ,  $n \neq 0$ ) şeklindeki çarpanlara ayrılmış formunu elde etmek için  $a$  ve  $c$  katsayılarının çarpanlarından yararlanmaya dayalı yöntemlere yer verilmez. Benzer şekilde işlemsel yönü fonksiyonların değişim ve dönüşümünün önüne geçen diskriminant yöntemi, kök-katsayı ilişkileri, kökler toplamı veya çarpımı gibi özel formüllere veya kurallara yer verilmez; öğrencilerin fonksiyonun maksimum-minimum noktasının  $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$  ve maksimum-minimum değerinin  $f(-\frac{b}{2a})$  olduğu genellemesine ulaşmaları sağlanır. Gerçek yaşam durumlarının incelenmesi sonucu elde edilen ve tamkareye tamamlanması zaman alacak veya hesaplama hatası oluşturabilecek ifadeler için elektronik tablo ve matematik yazılımları etkin şekilde kullanılır (MAB5). Öğrencilerden gerçek yaşam problemlerine karşılık gelen fonksiyonların grafiklerini dik koordinat sisteminde çizerek problemi temsil eden denklem veya eşitsizlikleri bu grafik-

lerle ilişkilendirmeleri beklenir. İlişkilendirmeden elde ettikleri bilgileri yorumlayıp problemin çözümünü gözden geçirmeleri sağlanır. Örneğin bir işletmenin satışını yaptığı bir ürünün miktarına (kg) bağlı olarak gelirinin (Türk lirası) ve maliyetinin (Türk lirası)  $[0, \infty)$ nda tanımlı sırasıyla  $f(x) = 4x^2$  ve  $g(x) = 18x$  fonksiyonları ile modellendiği durumda bu fonksiyonların grafik temsillerinden yararlanılarak üründen elde edilen gelirin maliyetini karşılayabilme durumu değerlendirilebilir. Buna göre  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarının dik koordinat sisteminde çizilen grafikleri yardımıyla  $f(x) \geq g(x)$  eşitsizliğinin çözüm kümesi,  $[9/2, \infty)$  olarak belirlenir. Bu durumda işletmenin 4,5 kg'dan daha fazla ürün satması durumunda üründen elde edilecek gelirin ürünün maliyetinden fazla olacağı sonucuna ulaşılır.

Referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlardan elde edilen denklem ve eşitsizliklere ilişkin problemlerin farklı yollardan çözülebilmesi için grup çalışması yapılır. Böylece öğrencilerin birbirleriyle fikir alışverişinde bulunmaları ve farklı düşüncelerde uzlaşmaları sağlanır (SDB2.2). Bu problemlerde kullanılan gerçek yaşam durumlarının ekonomi, fizik, kimya, biyoloji, mühendislik ve mimari gibi alanlarla ilgili olması beklenir. Örneğin ekonomide gelir; fizikte hareket, atışlar, enerji; kimyada gaz basıncı; biyolojide popülasyon gibi bağlamlar kullanılır. Öğrencilerden çözüme ulaştıran stratejilerin başka problem durumlarına uyarlanıp uyarlanamayacağına yönelik çıkarımlar yapmaları ve bu çıkarımları matematiksel bir modele dönüştürmeleri istenir. Elde edilen matematiksel modeller, sınırlılık ve verimlilik açısından değerlendirilir. Gerçek yaşam durumu problemlerinde kullanılan, referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonları içeren denklem ve eşitsizlik çözümleri ile ilgili stratejiler; verimlilik ve kullanışlılık açısından değerlendirilir. Öğrencilere doğrusal, karesel, karekök, rasyonel referans fonksiyonlardan ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlardan elde edilen denklem ve eşitsizliklerin kullanıldığı, gerçek yaşam problemleri içeren proje ödevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Bilgisayar bilimleri, ekonomi, fizik, kimya gibi farklı disiplinlerde geçen karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyon durumlarının keşfedilmesine ve bu durumların matematiksel temsillerle ilişkilendirilmesine yönelik araştırma ödevi verilir.

(\*) Öğrencilere karesel bir ifadenin tamkareye tamamlanmasının genellenmesi ve her karesel ifadenin iki tane birinci dereceden ifadenin çarpımı şeklinde yazılıp yazılamaması hakkında araştırmalar yaptırılır. Bu tartışmalarla öğrencilerin sanal köklerin varlığı ve denklemin derecesi ile kök sayısı arasındaki ilişkinin genellenmesi gibi konularda temel düzeyde bilgi sahibi olmaları sağlanır.

(\*) Burada karesel bir fonksiyonun cebirsel temsili tamkare formunda yazıldıktan sonra, belirlenen gerçek sayı olmayan kökler üzerinden hareketle sanal sayı kavramı ve karmaşık sayılar kümesine ilişkin genel bilgilere yer verilir.

**Destekleme** Öğrencilerin önceki öğrenme eksikliklerinin giderilmesi amacıyla basit gerçek yaşam örnekleriyle desteklenerek fonksiyonların anlamlandırılmasında önemli bir yeri olan bağımlı-bağımsız değişken kavramlarına yer verilir. Sayı tahmin etme gibi eğitici oyunlar oynanarak öğrencilerin fonksiyon kavramını anlamlandırma süreçleri desteklenir. Karesel örüntü içeren daha fazla gerçek yaşam problemi incelenir. Karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlar ile bu fonksiyonların nitel özellikleri incelenirken elektronik tablolar aracılığıyla elde edilen sayısal değerlerden mümkün olduğunca yararlanılır.

Bu fonksiyonların kullanıldığı gerçek yaşam durumu örnekleri öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılır. Bu fonksiyonların temsil edilebileceği somut materyaller kullanılır.

Öğrencilere bu fonksiyonları cebirsel olarak ifade edebilmeye, grafik temsilde yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır. Bu fonksiyonlarla ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılır.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



### 3. TEMA: SAYMA, ALGORİTMA VE BİLİŞİM

Bu temada öğrencilerin saymayı gerektiren durumlarda problem çözme becerisinin süreçlerini işe koşabilmeleri, algoritmik bir dille cebirsel ve fonksiyonel işlemleri yapılandırabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 28

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.13. Yapılandırma

**EĞİLİMLER** E3.11. Özgün Düşünme

#### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB3.2. Esneklik

**Değerler** D19. Vatanseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Bilgisayar Bilimleri

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

### MAT.10.3.1. Sayma stratejileri kullanarak problem çözebilme

- Verilen sayma problemindeki sayılacak nesnelere belirler.
- Sayma problemlerinde yer alan nesnelere arasındaki ilişkileri belirler.
- Problem durumlarındaki sözel ifadeleri görsel temsillere dönüştürür.
- Problem durumlarını onlara eş olan başka problem durumlarıyla ya da uygun görsel, tablo veya cebirsel temsillerle yeniden ifade eder.
- Sayma problemlerindeki farklı durumlara uygun çözüm stratejisi oluşturur.
- Seçtiği çözüm stratejisini kullanır.
- Seçtiği çözüm stratejisini kontrol eder.
- Sayma problemlerindeki olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
- Sayma problemlerinde çözüme ulaştıran stratejilere yönelik çıkarımlar yapar.
- Sayma problemlerinde çözüme ulaştıran stratejilere yönelik çıkarımları değerlendirir.

### MAT.10.3.2. Cebirsel ve fonksiyonel işlemleri algoritmik bir dille yapılandırabilme

- Karşılaşılan problem durumlarındaki cebirsel ve fonksiyonel işlemlerin algoritmik yapısını ortaya koyar.
- Ön bilgilerini kullanarak cebirsel ve fonksiyonel yapılar ile bu yapıların algoritmaları arasında uyumlu bir bütün oluşturur.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

Sayma Stratejileri, Cebirsel ve Fonksiyonel İşlemlerin Algoritmik Yapısı

- Genellemeler**
- Sonlu sayıda nesnenin belirli bir durumdaki sayısı ile ilgili problemler, sayma stratejileri kullanılarak çözülebilir.
  - Cebirsel ve fonksiyonel işlemler, algoritmik bir dille temsil edilebilir.

**Anahtar Kavramlar** algoritma, faktöriyel, sayma, seçme sayısı, sıralama sayısı

**Sembol ve Gösterimler**  $n!$ ,  $\binom{n}{r}$

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, açık uçlu sorular, araştırma ödevi, performans görevi ve proje ödevi ile değerlendirilebilir.

Toplama ve çarpma yoluyla saymaya yönelik açık uçlu soruların yer aldığı çalışma kâğıtları, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir. Öz değerlendirme formuyla öğrencilerin kendilerini değerlendirmeleri istenebilir.

Öğrencilere cebirsel ve fonksiyonel işlemleri algoritmik dille yapılandırarak akış şeması oluşturdukları bir performans görevi verilebilir. Verilen performans görevleri, derecelendirme ölçeği kullanılarak değerlendirilebilir.

Matematik tarihinde önemli yeri olan sayma veya seçme problemlerinin ("Bir doğal sayı, doğal sayıların toplamı olarak kaç farklı biçimde yazılabilir?" gibi) ve bu problemlerin çözümüne yönelik fikirlerin araştırılması hakkında öğrencilere proje ödevi verilebilir. Ortaya konan ürünün değerlendirilebilmesi için hazırlama, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği kullanılabilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin doğal sayılarla aritmetik işlemler yapabildikleri, mantık bağlaçları ve niceleyicilerin sözel temsillerdeki anlamını yorumlayabildikleri, cebirsel ifadeler ve özdeşliklerle ilgili işlemleri yapabildikleri, sayma gerektiren problem durumlarında toplama ya da çarpma yaparak çözüm geliştirebildikleri, problem durumlarına uygun algoritma (doğal dil, akış şeması ya da sözde kod) oluşturabildikleri veya verilen algoritmayı çözümlayebildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin sayma gerektiren basit durumlarda (ardışık doğal sayılarla ilgili problemlerde sayma istendiğinde, olasılıkta çıktı sayılarının hesaplanması gibi durumlarda) yaptıkları işlemlere dair bilgi ve becerilerinin belirlenebilmesi için soru cevap tekniği uygulanır. Cebirsel ifadeler ve özdeşliklerle işlem yapma becerilerini değerlendiren kısa cevaplı sorular sorulabilir. Algoritma temelli örnek problem durumları verilerek öğrencilerin probleme uygun bir şekilde algoritma oluşturmaları istenir. Ayrıca bu problemlerde geçen mantık bağlaçları ve niceleyiciler ile bunlar arasındaki ilişkileri belirlemeye yönelik sorular sorulabilir. Doğrusal ve ikinci dereceden fonksiyonların nitel özellikleri ve cebirsel gösterimlerin anlamlarıyla ilgili olarak öğrencilerin becerilerini, kavram yanılgılarını ve öğrenme eksikliklerini tespit etmek için açık uçlu sorulardan oluşan hazır bulunuşluk testi yapılır.

**Köprü Kurma** Öğrencilerin eski çağlarda insanların sayılar olmadan sayma gerektiren durumlarda nasıl çözümler geliştirmiş olabileceğine (nesne topluluklarında oluşan azalma veya artma durumlarını belirleme, nesne topluluklarını karşılaştırma gibi) yönelik görüşleri alınır. Bu süreç, öğrencilerin merak duygusunu harekete geçirir. Aynı örnek durum için toplama ve çarpma yoluyla sayma yollarından hangisinin tercih edilmesinin uygun olabileceğine yönelik sorulara yer verilir. Gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan sayma örnekleri üzerinden bunların hangilerinin sıralama, hangilerinin seçme sayısı ile ilişkili olduğu incelenir.

### Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

#### **MAT.10.3.1**

Günlük hayatta karşılaşılabilen ve doğal sayılarla eşleştirmenin ya da toplayarak saymanın mümkün olduğu durumlar öncelikli olarak ele alınır. Sayma yöntemleri adlandırılacağı için en eski sayma yönteminin eşleştirme yöntemi olduğu belirtilir. Sayma yöntemine karar vermeden önce nesnelere arasındaki ilişkiler çözümlenir ve sözel ifadelerin uygun şekilde tablo ya da çizimlerle görselleştirilmesi teşvik edilir. Sayma stratejisi içeren zekâ oyunları ve çizgelerle ifade edilebilen saymaya dayalı problemler (el sıkışma problemi, çokgenlerde köşegen sayısı gibi) ele alınır. Daha karmaşık bir problem durumu, içerdiği sayma yöntemi bakımından daha sade olan başka bir problem durumu ile eşleştirilir. Bu sayede problemler, içerdikleri bağlamlara göre değil sayma yöntemlerine göre sınıflandırılır. Örneğin B şehrine uğramak koşuluyla A şehirden C şehrine kaç farklı yoldan gidilebileceğini içeren bir problem ile belirli sayıda farklı gömlek ve ceket kullanılarak kaç farklı kombin yapılabileceğini içeren bir problem, çözüm yöntemleri bakımından birbiri ile eş olabilir. Çözüm stratejileri veya cevapları aynı olan problem durumlarının eşleştirilmesinin istendiği çalışma kâğıtları kullanılabilir.

Bir problem durumuna ilişkin çözüm stratejisinin daha verimli ve farklı yollar aranarak geliştirilmesi beklenir. Böylece öğrencilerin farklı ve zorlayıcı durumlarda alternatif çözümler üretme becerileri aracılığıyla esneklik becerilerinin gelişimi desteklenir (**SDB3.2**). Örneğin toplayarak saymadan sonra çarparak saymaya geçiş yapılmasının gerekli olduğu hissettirilir. Böylelikle çarpma yöntemiyle sayılabilecek durumlarda elde edilen strateji anlamlandırılır. Stratejileri formüllere dönüştürmek yerine genel sayma yaklaşımlarını anlamlandırma ön planda tutulur. Sıralama sayısı içeren problem durumları da çarparak sayma bağlamında

ele alınır. Sonrasında işlemleri kısaltacak bir gösterim olarak faktöriyel gösterimi kullanılır. Doğal sayılarda tanımlı olan faktöriyel gösterimi, sadece sayma bağlamında ele alınır (**MAB3**). Bilgisayar bilimi ile ilişkili olarak ikili sistem ve bit/byte (bit/bayt) hesapları, sıralama gerektiren problemler bağlamında ele alınır.  $r \leq n$  ( $r \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{Z}^+$ ) olmak üzere  $n$  nesnenin  $r$  tanesinin sıralama sayısı, çarparak sayma stratejisinin kullanıldığı bir uygulama olarak ve formel tanımlamaya girilmeden ele alınır.

İçinde özdeş nesnelerin de olduğu topluluğun sıralama sayısını içeren problemlerde yeni bir çözüm stratejisi geliştirmek için çarparak sayma stratejisi kullanılır. Bu tür problemlerde faktöriyel gösterimi kullanılır. Buradan elde edilecek yeni strateji, farklı örnekler üzerinde incelenir. Bu incelemeler, çözüm stratejisi aynı olan farklı sorular (3 özdeş sarı, 2 özdeş beyaz topun sıralama sayısının 10 olabileceği ile birim karelerden oluşan yeterince büyük bir dikdörtgende bir birim karenin köşesinden yola çıkılıp 3 birim sağa, 2 birim yukarı gidilerek belirli bir köşe noktasına 10 farklı şekilde gidilebileceği gibi) içermelidir. İçinde özdeş nesnelerin de olduğu topluluğun sıralanmasına ilişkin kullanılan strateji hakkında çıkarım yapılır. Bu çıkarım, sözel ve cebirsel ifadelerle önerme olarak sunulur.

Farklı nesnelere oluşan bir nesne topluluğundan nesne seçim sayılarını bulmayı gerektiren problemler incelenir. Bu problemlerin çözümünde daha önceki stratejilerin (içinde özdeş nesnelerin de olduğu topluluğun sıralanması) kullanılabilmesi hedeflenir. Problemlerin çözüm stratejilerindeki benzerlikler üzerinde durulur ve buradan yola çıkılarak seçim sayısı bulmayı gerektiren problem durumları için çıkarımda bulunma süreci işletilir. Bu sayede ulaşılan sonuçlar, sözel ve cebirsel olarak ifade edilir.  $n$  tane farklı nesne içerisinden  $r$  tane farklı nesnenin seçim sayısı şeklinde sözel temsille ifade edilir veya  $\binom{n}{r}$  gösterimine yer verilir (**MAB3**). Öğrencilerin ulaştığı çıkarımları işe yararlık, verimlilik ve kapsayıcılık açısından değerlendirmesini sağlayacak farklı problem durumlarına yer verilir. Örneğin  $n$  eleman arasından 0, 1, 2, ... $n$  tane elemanın kaç farklı şekilde seçilebileceği ayrı ayrı hesaplanır; elde edilen sonuçlar listelenir ve üçgen şeklinde yerleştirilir. Bu modellemenin genellikle "Pascal üçgeni" olarak adlandırıldığı ancak Pascal'dan önce başka matematikçiler tarafından da kullanıldığı, bu konuya ilişkin araştırma ödevi verilerek sınıf ortamında tartışılır. Bu araştırmalar dijital ortamda yapıldığında öğrencilerin karşılaştırmalar yaparak bir çıkarımda bulunabilme becerisinin gelişimi de desteklenir (**MAB5, OB2**). Araştırmanın sonuçları sınıfta tartışılırken Ömer Hayyam'ın çalışmalarından da bahsedilir. Türk-İslam kültüründe yetişen matematikçilere ve bu matematikçilerin çalışmalarına ilişkin yapılacak araştırmalarla öğrencilerin kültürel mirasa yönelik duyarlı olmaları sağlanır. Bir sayma stratejisi olarak güvercin yuvası ilkesinin kullanılabilmesi sayma problemlerine yer verilir. Öğrencilere sayma stratejileri kullanmayı gerektiren farklı problemler içeren çalışma kâğıtları verilebilir.

### MAT.10.3.2

Öğrencilerin mantık bağlaçlarını (ve, veya, ya da, ise, ancak ve ancak) ve niceleyicileri (her, bazı) kullanarak bunların problem durumlarına ait algoritmalarındaki anlamlarına ve işlevlerine odaklanmaları sağlanır. Özellikle birden çok farklı durum veya döngü içeren algoritmik yapılarda "ise" bağlacının önemine vurgu yapılır. Cebirsel ve fonksiyonel işlemlere ilişkin algoritmaların nasıl oluşturulabileceği ve nelere dikkat edilmesi gerektiği konusunda eski bilgilerden yararlanılarak sınıf içi tartışmalar yapılır. Burada özellikle mantık bağlaçları ve niceleyicilerin anlamı ve önemi üzerinde durulur. Yapılacak tartışmaların öğrencilerin konu kapsamına yönelik hedef belirlemesine katkı sağlaması beklenir (**SDB1.2**). Ayrıca bu süreç, öğrencilerin bilgiyi çözümlenebilmesini destekler (**OB1**).



Cebirsel ve fonksiyonel işlemlere ilişkin algoritma oluşturma çalışmalarında bir fonksiyonun sıfırlarını bulmada kullanılan algoritmik yöntemi (ortalama alarak yineleme yöntemi) inceleme ve karekökle ifade edilmiş bir irrasyonel sayının yaklaşık değerini bulmada kullanılan farklı yöntemlerin algoritmalarını oluşturma gibi örnekler yer verilir. Oluşturulan algoritmalarda kullanılan mantık bağlaçlarının işlevini yorumlamaya dayalı olarak algoritma çözümü yapılır. Bu algoritmaların teknolojik gelişmelerin odak noktasında bulunan programlama dillerinin temel yapısını oluşturduğu ve bu teknolojilere sahip olmanın ülkemizin gelişmesindeki önemi; yapay zekâ, enerji sistemleri ve savunma sanayisi gibi örneklerle açıklanır (D19.4).

Öğrencilere algoritma oluşturmadaki ön bilgilerini kullanarak cebirsel ve fonksiyonel işlemlerin algoritmik yapısını incelemeleri için fırsatlar tanınır. Bu noktada cebirsel ve fonksiyonel işlemleri kullanmayı gerektiren problem örnekleri verilerek öğrencilerin bu problemlere algoritma temelli (doğal dil, akış şeması ve sözde kod) bir çözüm üretmesi beklenir. Bu süreç, öğrencilerin özgün düşünme eğilimlerinin gelişiminde etkili olacaktır (E3.11). Örneğin verilen bir doğal sayının kaç basamaklı olduğunu belirlemeyi,  $a$  ve  $b$  ( $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) katsayılarına göre  $f(x) = ax + b$  doğrusal fonksiyonunun sıfırını bulmayı veya belirlenen kişi sayısına göre oluşturulan bir gruptaki insanların yan yana kaç farklı şekilde sıralanabileceğini hesaplamayı sağlayan algoritmalar (doğal dil, akış şeması ve sözde kod) oluşturmaları istenir. Bu ve bunun gibi örnekler üzerinden öğrencilerin olası tüm koşulları değerlendirmeleri beklenir. Problem çözümlerinde mantık bağlaçları ve nicelleyicileri kullanmalarına yönelik uygulamalar yapmaları istenir. Bu sayede öğrenciler, cebirsel ve fonksiyonel yapılarla algoritmik dil arasında bir bütünlük sağlamaya yönelik genellemelere ulaşır. Öğrencilere cebirsel ve fonksiyonel işlemler içeren problem durumlarına dair algoritmik çözümler geliştirme üzerine proje ödevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Bilgisayar bilimleri ile ilişkili matematik alanlarında [Boole (Bul) cebri, çizge kuramı, enformasyon kuramı gibi] karşılaşılan ve sayma gerektiren durumların araştırılması sağlanır. (\*) İş birlikli öğrenme temelinde sayma gerektiren farklı durumlar veya oyunlar (dört renk problemi, mayın tarlası oyunu, tic tac toe oyunu gibi) üzerinden grup çalışmaları veya projeler yaptırılır.

(\*) Bilişim alanında kullanılan ve cebirsel, fonksiyonel işlemler içeren program veya uygulamaların sözde kod örnekleri incelenerek bunların akış şemasıyla ifade edilmesi istenir. (\*) Öğrencilerin bir problemin çözümüne yönelik elde ettikleri algoritmaları bildikleri bir programlama dilinde yansıtarak bilgisayarda çalıştırmaları sağlanır.

**Destekleme** Sıralama ve seçme içeren gerçek yaşam durumu örnekleri, öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Cebirsel ve fonksiyonel işlemler algoritmik bir dille yapılandırılırken sadece doğal dil veya akış şemasının kullanıldığı basit örnekler yer verilir. Akış şemalarının belirli aşamaları hazır bir şekilde verilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılır.

Seçme veya sıralama sayısının temsil edilebileceği somut materyaller kullanılır. Öğrenciler seçme veya sıralama sayısını yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır. Seçme veya sıralama sayısı ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılır.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 4. TEMA: GEOMETRİK ŞEKİLLER

Bu temada öğrencilerin dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant), üçgenin yardımcı elemanlarına ve üçgenin alanına dair çıkarımlar yapabilmeleri; sinüs ve kosinüs teoremlerini doğrulayabilmeleri veya ispatlayabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 36

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme (MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma)

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. Sistematiik Olma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB2.3. Sosyal Farkındalık

**Değerler** D3. Çalışkanlık

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık

### DISİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER** MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.10.4.1. Dik üçgende trigonometrik oranlara (sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant) ve trigonometrik özdeşliklere ilişkin çıkarım yapabilme

- Dik üçgende trigonometrik oranlar ve trigonometrik özdeşliklerle ilgili varsayımlarda bulunur.
- Trigonometrik oranlar ve trigonometrik özdeşliklerle ilgili örüntüleri geneller.
- Trigonometrik oranlar ve trigonometrik özdeşliklerle ilgili elde ettiği genellemelerini varsayımlarıyla karşılaştırır.
- Yaptığı karşılaştırmalardan dik üçgende trigonometrik oranlara ilişkin önermeler sunar.
- Ulaştığı trigonometrik oranları ve trigonometrik özdeşlikleri problemler bağlamında değerlendirir.

MAT.10.4.2. Üçgenin yardımcı elemanlarının özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme

- Üçgende iç ve dış açıortayların, kenarortayların, kenar orta dikmelerin ve yüksekliklerin özelliklerine ilişkin varsayımda bulunur.
- Farklı üçgen örneklerini inceleyerek varsayımlarına ilişkin örüntüleri geneller.
- Üçgenin yardımcı elemanlarıyla ilgili genellemelerini varsayımlarıyla karşılaştırır.
- Elde ettiği genellemelerden hareketle yardımcı elemanların özelliklerine ilişkin önermeler sunar.
- Üçgenin yardımcı elemanlarıyla ilgili önermeleri problemler bağlamında değerlendirir.

MAT.10.4.3. Üçgenin bir kenarı ve o kenara ait yüksekliğinin değişimine bağlı olarak alanının değişimine ilişkin çıkarım yapabilme

- Üçgenin bir kenarı ve o kenara ait yüksekliğindeki değişimin üçgenin alanındaki değişime etkisine dair varsayımlarda bulunur.
- Farklı üçgenlerdeki gözlemlerinden yararlanarak varsayımlarına yönelik örüntüleri geneller.
- Genellemelerini varsayımlarıyla karşılaştırır.
- Elde ettiği genellemelerden üçgenin alanının hangi elemanlara göre değiştiğine ilişkin önermeler sunar.
- Önermeleri gerçek yaşam problemleri bağlamında değerlendirir.

MAT.10.4.4. Sinüs ve kosinüs teoremlerini doğrulayabilme veya ispatlayabilme

- Üçgende sinüs ve kosinüs teoremlerine ilişkin farklı doğrulama veya ispatları kullanılır.
- Yapılan doğrulama veya ispatları yeni durumlara uyarlayarak değerlendirir.

### İÇERİK ÇERÇEVESİ

Dik Üçgende Trigonometrik Oranlar ve Trigonometrik Özdeşlikler, Üçgende Yardımcı Elemanlar ve Bunlar Arasındaki İlişkiler, Üçgende Alan, Sinüs ve Kosinüs Teoremleri

#### Genellemeler

- Trigonometrik oranlar, bir açıya ilişkin sabitlerdir.
- Benzer üçgenlerin alanları da orantılıdır.

#### Anahtar Kavramlar

ağırlık merkezi, alan, birim çember, çevrel çember, iç açıortay, iç teğet çember, dış açıortay, dış teğet çember, kenar orta dikme, kosinüs teoremi, sinüs teoremi, trigonometrik oranlar, yönlü açı, yükseklik

#### Sembol ve Gösterimler

$\perp$ , AB, [AB],  $A(\widehat{ABC})$ ,  $\widehat{C}(\widehat{ABC})$ ,  $r$ ,  $n_A$ ,  $n'_A$ ,  $h_a$ ,  $V_a$ , G,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$ ,  $\cot x$

### ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları, çalışma kâğıdı ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere trigonometrik oranlar, trigonometrik özdeşlikler, sinüs ve kosinüs teoremleri kullanılarak yapılan hesaplamalar içeren gerçek yaşam problemlerine yönelik performans görevi verilir. Verilen bu performans görevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Üçgenin yardımcı elemanları ve özellikleri ile ilgili verilen performans görevleri akran ve grup değerlendirme formlarıyla, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere gerçek yaşam problemleri üzerinden üçgenin alanının herhangi bir taban ve o tabana ait yüksekliğine göre nasıl değiştiğine ilişkin önermeleri ve buna yönelik hesaplamaları içeren çalışma kâğıdı verilebilir. Çalışma kâğıdı, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

### ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

#### Temel Kabuller

Öğrencilerin üçgenlerde temel elemanlar ve özellikleri hakkında çıkarım yapabildikleri, daha sonraki geometri konularına temel teşkil edecek üçgenlerde eşlik ve benzerlik kavramını bildikleri, bunların uygulamalarını yapabildikleri, Pisagor teoremini uygulayabildikleri, üçgenin yardımcı elemanlarını ve bir üçgenin ağırlık merkezini bildikleri kabul edilmektedir.

#### Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilere üçgenin temel elemanları ve bunlar arasındaki ilişkiler hakkında sorular sorularak öğrencilerin bu kavramlarla ilgili bilgileri değerlendirilir. Üçgenlerde eşlik, üçgenlerde benzerlik, üçgenlerin yardımcı elemanları ve Pisagor teoremi ile ilgili soru cevap, tartışma gibi teknikler kullanılarak hatırlatmalar yapılır. Yapılacak etkinlikler, öğrencilerin iletişim becerilerini geliştirmelerine de olanak sağlar **(SDB2.1)**.

Öğrencilerin bu süreçte paylaştıkları bilgiler ve öğretmenin sorduğu sorulara verdikleri cevaplar üzerinden öğrencilerde görülen yanlış öğrenmeler fark edilir. Bunların giderilmesini destekleyici açıklamalar yapılır.

#### Köprü Kurma

Dik üçgende trigonometrik oranların incelenebilmesi için öğrencilerin 9. sınıfta öğrendikleri üçgenlerde benzerliğe ilişkin ön bilgileri soru cevap tekniği ile işe koşulur. Öğrenciler, benzerliğe ilişkin bilgilerinin yanı sıra eşlikle ilgili bilgilerini de kullanarak üçgenin yardımcı elemanları ve özelliklerine ilişkin çıkarımlar yapabilecek; bu elemanlar arasındaki ilişkilere ulaşabilecektir. Bunun yanı sıra öğrenciler; önceden öğrendikleri alan, oran-orantı bilgilerini kullanarak üçgenlerin alanlarına ve farklı üçgenlerde alanların oranlarına dair çıkarımlar yapabilecektir. Öğrencilere sinüs teoremini doğrulamaları için hangi bilgilerini işe koşabilecekleri sorulur. Bu doğrulamanın hangi bilgilere dayandırılacağı hakkında öğrencilerin görüşleri alınır. Kosinüs teoremini ispatlamada hangi bilgilerinden yararlanılabileceği tartışılır. Bu doğrulama ve ispatlama için doğruluğundan emin olunan ön bilgilerin önemine vurgu yapılır.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.10.4.1

Öğrencilerden kenar uzunlukları rasyonel sayı olan (örneğin 3-4-5 üçgeni) benzer dik üçgenleri çalışma kâğıdına çizmesi istenir. Çalışma kâğıdında bir dar açıya göre kenar uzunluklarının oranlarının (karşı dik kenar uzunluğu/hipotenüs uzunluğu, komşu dik kenar uzunluğu/hipotenüs uzunluğu, karşı dik kenar uzunluğu/komşu dik kenar uzunluğu, komşu dik kenar uzunluğu/karşı dik kenar uzunluğu) düzenlendiği bir tabloya yer verilir. Öğrencilerden tabloyla ilgili düşüncelerini ifade ederek ve birbirlerinin düşüncelerini dinleyerek tabloyu doldurmaları beklenir (**SDB2.1, SDB2.2**). Öğrenciler, elde ettikleri bu oranları varsayımlar şeklinde sınıf içinde sunar. Öğrencilerden tabloda yer alan oranları inceleyerek yorumlamaları ve oranların hep eşit çıktığı hakkında genellemelerde bulunmaları beklenir (**OB1**). Öğrencilerin genellemeleri ile varsayımları karşılaştırılarak bu oranlar trigonometrik oranlar olarak isimlendirilir. Öğrencilerin sinüs, kosinüs, tanjant, kotanjant kavramlarına ilişkin önermeler sunmaları sağlanır. Öğrencilerden trigonometrik oranlar kullanılarak oluşturulabilecek özdeşliklerle ilgili varsayımlarda bulunmaları istenir. Pisagor teoremi kullanılarak ve cebirsel işlemler yapılarak trigonometrik oranlarla ilgili özdeşliklere yönelik genellemelerde bulunulur. Genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırarak öğrencilerin " $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ,  $\tan x \cdot \cot x = 1$ " gibi temel trigonometrik özdeşliklere ulaşmaları beklenir. Farklı benzer dik üçgenlerde de bu oranların aynı çıktığı konusunda öğrencilerin önermeler sunmaları ve bu önermeleri değerlendirmeleri sağlanır. Öğrenciler iki gruba ayrılır. Bir grubun eşkenar üçgenlerden, diğer grubun ise ikizkenar dik üçgenlerden yararlanarak ölçüleri  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  ve  $60^\circ$  olan açılarının trigonometrik oranlarını incelemeleri; elde ettikleri değerleri birbirlerine sunmaları sağlanır. Ulaştıkları trigonometrik oranları ve trigonometrik özdeşlikleri gerçek yaşam problemlerinde kullanmaları beklenir. Hipotenüs uzunluğunun 1 birim olduğu bir dik üçgende dik kenar uzunluklarının trigonometrik oranlarla ilişkisinin öğrenciler tarafından keşfedilmesi sağlanır. Geniş açılarının trigonometrik oranlarının nasıl bulunabileceği sorusundan hareketle birim çember modeli tanıtılır. Dik üçgende belirlenebilen trigonometrik oranların birim çember yardımıyla gösterilebileceğini öğrencilerin keşfetmeleri sağlanır. Yönlü açı kavramı, birim çember üzerindeki noktalarla ilişkilendirilerek açıklanır. Öğrencilere trigonometrik oranlar kullanmayı gerektiren problemlere yönelik performans görevi verilebilir. Ayrıca öğrencilerden Uluğ Bey gibi trigonometriye katkı sağlayan Türk-İslam bilim insanlarının çalışmalarını içeren bir araştırma ödevi yapmaları istenebilir.

### MAT.10.4.2

Bir üçgenin bir iç açısına ait açıortayı belirlemek için farklı matematiksel araç ve teknolojilerle (pergel, ölçüsüz cetvel, matematik yazılımları gibi) ve farklı yöntemlerle (kâğıt katlama yöntemi gibi) açıortayla ilgili hatırlatmalar yapılır (**MAB5, OB2**). Daha sonra bu açıyı oluşturan kenarların uzunlukları oranı ile açıortayın kestiği kenar üzerinde ayırdığı parçaların uzunlukları oranı arasında nasıl bir ilişki olduğu sınıf ortamında tartışılarak öğrencilerin varsayımlarda bulunmaları beklenir. Öğrencilerin açıortayın özellikleri ile ilgili varsayımlarını arkadaşlarıyla tartışarak genellemelere ulaşması beklenir (**SDB2.2**). Bu süreç öğrencilerin başkalarının düşüncelerini ve bakış açılarını anlama, grup iletişimine katılma ve başka düşüncelerde uzlaşma becerilerine katkı sağlar (**SDB2.1, SDB2.2, SDB2.3**). Öğrencilerin çizilen farklı üçgenler üzerinden oluşturdukları örüntüler aracılığıyla ulaştıkları genellemeler ile varsayımları karşılaştırmaları sağlanır. Genellemeleri üzerinden benzerlik yardımıyla bir üçgenin bir iç açısına ait açıortayın kestiği kenar üzerinde ayırdığı parçaların uzunluklarının oranı ile açıyı oluşturan kenarların uzunluklarının oranı arasındaki ilişkiyi ifade etmeleri beklenir. Öğrencilerin ulaştıkları önermeleri farklı problem durumlarında kullanmaları sağlanır (**MAB2**). Öğrencilerin benzer varsayım, genelleme ve önerme sunma süreçlerinden geçerek konuyla ilgili başka çıkarım ve sonuçlara varmaları beklenir. Örneğin öğrenciler, eş üçgenler yardımıyla bir açının açıortay doğrusu üzerindeki bir noktadan açının kollarına indirilen dikmelerin

uzunluklarının eşit olduğu hakkında çıkarımda bulunur. Bu çıkarımdan hareketle iç açıortayların tek noktada kesiştiği ve bu noktanın üçgenin iç teğet çemberinin merkezi olduğu sonucuna ulaşılır. Matematik yazılımları aracılığıyla farklı açılar sunularak öğrencilerden bu çıkarımlarının her durumda sağlandığını görmeleri beklenir (**MAB5**). Benzer bir süreç işletilerek dış açıortay teoremine ilişkin çıkarım yapmaları sağlanır. Ayrıca iki dış açıortay ve diğer açığa ait iç açıortayın aynı noktada kesiştiği bilgisine ve bu noktanın dış teğet çemberlerden birinin merkezi olduğu fikrine ulaşmaları beklenir.

Üçgenin iki kenarortayını inşa ederek kenarortayların kesim noktasının kenarortayları belli oranda böldüğüne dair varsayımlarda bulunmaları, öğrencilerin farklı matematiksel araç ve teknolojiler (pergel, ölçüsüz cetvel, matematik yazılımları gibi) ile farklı yöntemler (kâğıt katlama yöntemi gibi) kullanmaları sağlanarak hatırlatmalar yapılır (**MAB5, D3.4**). Benzer süreçler işletilerek öğrencilerin elde ettiği önermelerden üçüncü kenarortayın da aynı noktadan geçtiği bilgisine ulaşmaları beklenir. Üçgende kenarortayların kesim noktasının ağırlık merkezi olduğu, ağırlık merkezinin kenarortay uzunluğunu ikiye bir oranında böldüğü gibi sonuçlara dikkat çekilir. Öğrencilere dik üçgende hipotenüse ait kenarortayın uzunluğunun ayırdığı parçaların uzunluğuna eşit olduğuna dair çıkarımlar yapmaları için fırsat verilir.

Öğrencilerin matematik yazılımları, pergel, ölçüsüz cetvel ya da kâğıt katlama yöntemini kullanarak farklı üçgenlerin herhangi iki kenar orta dikmesini inşa etmesi sağlanarak hatırlatmalar yapılır. Öğrencilerin üçüncü kenar orta dikmenin bu kesim noktasından geçip geçmediğine dair arkadaşlarıyla tartışarak (**SDB2.2**) varsayımlarda bulunmaları sağlanır. Diğer kenar orta dikmenin de aynı kesim noktasından geçtiği şeklindeki sonuçlara dikkat çekilir. Öğrencilere kenar orta dikmelerin kesim noktasının çevrel çemberin merkezi olduğuna dair çıkarımlar yapmaları için fırsat verilir.

Üçgenin yükseklikleri ile ilgili inceleme yapmak üzere öğrencilerin farklı matematiksel araç ve teknolojiler (pergel, ölçüsüz cetvel, matematik yazılımları gibi) ile farklı yöntemler (kâğıt katlama yöntemi gibi) kullanarak bir üçgenin herhangi iki kenarına ait yüksekliklerini inşa etmeleri sağlanır (**OB2**). Öğrencilerin “Diğer kenara ait yükseklik, önceden çizilen iki yüksekliğin kesim noktasından geçer.”, “Dar ve dik açılı üçgenlerde yükseklikler, üçgenin içinde bir noktada; geniş açılı üçgenlerde yükseklikler, üçgenin dışında bir noktada kesişir.” gibi sonuçlara ulaşmaları beklenir. Elde edilen bu önermeler, farklı problem durumlarında kullanılarak değerlendirilir. Sınıf içerisinde gruplar oluşturularak her bir gruptan farklı bir yardımcı eleman ve bunların özellikleri ile ilgili performans görevi hazırlamaları ve bunu arkadaşlarına sunmaları istenebilir. Gruplardan ele aldıkları üçgenin yardımcı elemanları doğrultusunda edindikleri bilgilerden hikâye, sunum ya da afiş gibi dijital bir ürün oluşturmaları istenebilir. Sonrasında bu dijital ürünler, belirlenen dijital platform aracılığı ile sınıfta paylaşılabilir.

### **MAT.10.4.3**

Matematik yazılımları yardımıyla öğrencilerin herhangi bir üçgenin bir kenarı değiştirilip o kenara ait yüksekliği sabit tutularak ya da yüksekliği değiştirilip o yüksekliğin bağlı olduğu kenar sabit tutularak oluşturulacak üçgenlerin alanlarındaki değişime ilişkin varsayımda bulunmaları sağlanır (**MAB5**). Farklı üçgenler üzerinden üçgende alanın hangi elemanlara göre değiştiğine dair genellemeler elde edilir. Sonrasında bu genellemeler ile varsayımlarını bilimsel bir bakış açısıyla karşılaştırmaları beklenir. Karşılaştırma sonucunda elde edilen genellemeler, önerme olarak ifade edilir. Yükseklikleri eşit olan üçgenlerin alanlarının bu yüksekliklere ait taban uzunlukları ile orantılı olduğuna, taban uzunlukları eşit olan üçgenlerin alanlarının o tabana ait yükseklikleri ile orantılı olduğuna, paralel doğrular arasında ortak tabana sahip olan iki farklı üçgenin alanlarının ve bu iki üçgenin ortak olmayan bölgelerinin alanlarının eşit olduğuna, benzer üçgenlerin alanları oranının benzerlik oranının karesine eşit olduğuna ve üçgenin herhangi bir yüksekliğinin sinüs yardımıyla ifade edildiğinde farklı bir alan bağıntısı olduğuna ulaşmaları beklenir. Elde edilen bu önermeler farklı problem durumlarında kulla-

nılarak değerlendirilir. Öğrencilere gerçek yaşam problemleri üzerinden üçgenin alanının taban ve o tabana ait yüksekliğine göre nasıl değiştiğine ilişkin önermeleri ve buna yönelik hesaplamaları içeren çalışma kâğıdı verilebilir.

#### MAT.10.4.4

Verilen sinüs teoreminin her üçgen için geçerli olup olmadığı sorgulanır ve teoremin doğruluğunu göstermeye dair neler yapılabileceği hakkında öğrencilerin fikirleri alınır. Öğrencilerden sinüs trigonometrik oranını içeren üçgende alan formülünü kullanarak yapılan doğrulamaları değerlendirmeleri beklenir. Doğrulan bu teoremin problem durumlarında kullanımı sağlanır (MAB2).

Kosinüs teoreminin nasıl ispatlanacağına dair öğrenci fikirleri alınır. Bu ispatlama sürecinde öğrencilerin bu teoremin üçgenlerde geçerli olduğunu ve üçgenler üzerinde Pisagor teoremini kullanmaları gerektiğini fark etmeleri beklenir. Bunu sağlamak için üçgen üzerinde ne tür ek çizimler yapılması gerektiğine dair tartışmalar yapılır. İspat adım adım ilerletilerek teoremlerin ispatları üzerindeki çalışmalar yoluyla öğrencilerin analitik düşünme ve sistematik olma eğilimleri desteklenir (E3.6, E3.7). Ek çizimler yardımıyla Pisagor teoreminden yararlanılarak teoremin ispatı yapılır. Bu teorem, gerçek yaşam problemlerinin çözümünde kullanılır (MAB2). Problemlerin çözümünde teoreme ilişkin ispat adımları kullanılır.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Öğrencilerin üçgende yardımcı elemanların uzunluklarının nasıl hesaplanabileceğine dair çıkarım yapmaları istenir. (\*) Bir üçgende çevrel çemberin merkezi ile diklik ve ağırlık merkezlerinin doğrusal olup olmadığı ile ilgili araştırma yapıp bu araştırmalarını planlı bir şekilde sunmaları sağlanır.

(\*) Üçgende öğrendikleri alan bağıntılarından daha farklı alan bağıntılarının olup olmadığı hakkında araştırma yapmaları ve varsa bu bağıntıların üçgenin hangi özelliklerinden yararlanılarak elde edilebileceğini ifade etmeleri istenir.

Sinüs ve kosinüs teoremlerinin farklı ispatlarını araştırmaları istenerek öğrencilerin bu araştırmalarını sunmaları sağlanır. Ayrıca kosinüs teoremi ile Pisagor teoremi arasındaki ilişkiyi ortaya çıkarmaları istenir.

(\*)  $15^\circ$  ve  $75^\circ$ lik açılarının trigonometrik oranlarının bulunması ile ilgili araştırmalar yapılır. (\*) Morley (Morliy) üçgeni hakkında araştırma yapmaları istenir. Herhangi bir açının pergel ve ölçüsüz cetvel kullanılarak iki eş parçaya bölünebileceği ancak üç eş parçaya bölmenin çözülememiş problemlerden birisi olduğu araştırma ödevi olarak verilir.

**Destekleme** Ders içeriği; matematik yazılımlarıyla, pergel ve ölçüsüz cetvel gibi araç gereçle sunulur. Öğrencilerin kendi hızlarında ilerlemelerine olanak tanıyan etkileşimli çevrim içi uygulamalar kullanılır. Bu sayede genelleme, doğrulama ve ispatlama sürecindeki içeriğin daha kolay anlaşılabilmesi ve dijital okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi sağlanır. Öğrencilerin kendi aralarında çalışmalar yapmaları sağlanarak iş birlikli öğrenme ortamları oluşturulur ve ekran geri bildirim sayesinde öğrencilerin birbirlerinden öğrenmelerine yönelik çalışmalar yaptırılır.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 5. TEMA: ANALİTİK İNCELEME

Bu temada öğrencilerin dik koordinat sisteminde iki nokta arasındaki uzaklıkla ve bir doğru parçasını belli oranda bölen bir noktanın koordinatlarıyla ilgili çıkarım yapabilmeleri, dik koordinat sistemini doğrunun özelliklerini incelemek ve doğru ile ilgili problemleri çözebilmek için uygun bir temsil aracı olarak kullanabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 22

**ALAN BECERİLERİ** MAB3. Matematiksel Temsil (MAB3.1. Matematiksel Temsillerden Yararlanma)

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D12. Sabır, D14. Saygı

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık

### DISİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER

Coğrafya, Ekonomi, Fizik

### BECERİLER ARASI İLİŞKİLER

MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma



## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

**MAT.10.5.1. Dik koordinat sisteminde iki nokta arasındaki uzaklık ve bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarıyla ilgili çıkarım yapabilme**

- Dik koordinat sisteminde iki nokta arasındaki uzaklık bağıntısı ve bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarıyla ilgili varsayımda bulunur.*
- Farklı örnekler üzerinden varsayımlarına yönelik örüntüleri geneller.*
- İki nokta arasındaki uzaklık bağıntısına ve bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarına ilişkin genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırır.*
- İki nokta arasındaki uzaklık bağıntısına ve bir doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarına yönelik önermeler sunar.*
- Önermeleri gerçek yaşam problemleri bağlamında değerlendirir.*

**MAT.10.5.2. Dik koordinat sistemini doğrunun özelliklerini incelemek ve doğru ile ilgili problemleri çözebilmek için uygun bir temsil aracı olarak kullanabilme**

- Dik koordinat sistemini doğrunun eğim açısını, eğimini ve doğruların birbirlerine göre konumlarını belirlemede araç olarak tanır.*
- Karşılaştığı problem durumlarında dik koordinat sistemini doğrunun eğim açısını, eğimini ve doğruların birbirlerine göre konumlarını belirlemede uygun bir temsil aracı olarak seçer.*
- Dik koordinat sistemini doğrunun eğim açısını, eğimini ve doğruların birbirlerine göre konumlarını temsil etme aracı olarak kullanır.*

### İÇERİK ÇERÇEVESİ

Dik Koordinat Sisteminde Nokta ve Doğrunun Analitik İncelenmesi, İki Nokta Arasındaki Uzaklık, Bir Doğru Parçasını Belli Bir Oranda Bölme

#### Genellemeler

- Dik koordinat sistemi, geometrik özelliklerin cebirsel ve grafiksel bir yaklaşımla incelenmesini sağlar.
- İki doğrunun dik koordinat sisteminde birbirine göre konumlarını belirlemede bu doğruların eğimlerinden yararlanılır.

#### Anahtar Kavramlar

çakışma, dik koordinat sistemi, doğru, eğim, eğim açısı, iki nokta arasındaki uzaklık, kesişme, paralellik

#### Sembol ve Gösterimler

$|AB|$ ,  $A(x, y)$ ,  $m$ ,  $d_1 // d_2$ ,  $d_1 \perp d_2$

### ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; performans görevi, çalışma kâğıdı ve proje ödevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilerden performans görevi olarak buldukları ilin ya da ilçenin ölçekli bir haritasını dik koordinat sistemi ile ilişkilendirerek okulu orijin kabul edip ilin önemli merkezlerinin ve kendi evlerinin koordinatlarını gösteren görsel bir materyal hazırlamaları istenir. Bu materyal üzerindeki uzunlukları kullanarak herhangi iki nokta arasındaki uzaklığı koordinatlar üzerinden hesaplamaları beklenir. Bu performans görevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Ayrıca öğrencilerden öz değerlendirme formları ile kendilerini, akran değerlendirme formları ile birbirlerini değerlendirmeleri istenebilir.

Öğrencilere doğru parçasını belli oranda bölen noktanın koordinatlarını bulmayı gerektiren gerçek yaşam problemleri içeren bir çalışma kâğıdı verilebilir. Bu çalışma kâğıdı, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan problemler üzerinden doğrunun eğimini, doğruların birbirlerine göre konumlarını kullanmayı gerektiren proje ödevi; analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin dik koordinat sistemini tanıdığı; dik koordinat sisteminde doğruların eğimlerini belirleyebildiği; dik koordinat sisteminde doğruların birbirlerine göre durumlarını yorumlayabildiği; benzerliği, Tales ve Pisagor teoremlerini bildiği ve bunları uygulayabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilere dik koordinat sisteminin bileşenleri ve dik koordinat sisteminde doğruların birbirine göre durumları hakkında sorular sorularak ön bilgileri değerlendirilir. Bunun yanı sıra öğrencilerin benzerlik, Tales ve Pisagor teoremi ile ilgili bilgileri sorularla belirlenir. Sorulara verdikleri cevaplardan hareketle varsa hatalarının düzeltilmesi amacıyla görevler verilir.

**Köprü Kurma** İki nokta arasındaki uzaklığı hesaplayabilmek için öğrencilerin 9. sınıfta üçgen üzerinde öğrendikleri uzunluk hesaplama yöntemlerini nasıl kullanacakları sorgulanır.

Dik koordinat sisteminde bir doğru parçasını içten veya dıştan bölen noktanın koordinatlarını belirlemek için orantılı doğru parçalarıyla ilgili üçgen üzerinde yapılan uygulamaların nasıl kullanılabileceği tartışılır.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.10.5.1

Ömer Hayyam, Descartes (Dekart) ve Fermat'ın analitik geometriyle ilgili çalışmaları tanıtılarak öğrencilerin konuya merak duymaları sağlanır (**E1.1**). Sayı doğrusu üzerinde iki nokta aracılığıyla belirlenen bir doğru parçasının uzunluğunu hesaplayabilen öğrencilerin bu düzeyde gruplar hâlinde çalışmaları ve dik koordinat sisteminde herhangi bir şekilde konumlandırılan doğru parçasının uzunluğunun eksenlere paralel doğru parçalarından yararlanılarak nasıl hesaplanacağına dair varsayımlarda bulunmaları beklenir. Farklı grupların varsayımlarındaki örneklerin genellemelere dönüştürülmesi için varsayımların doğruluğu veya yanlışlığı üzerine tartışılır (**SDB2.2**). Bu tartışma; öğrencilerin etkili iletişim kurmasını, arkadaşlarının düşüncelerine empati ile yaklaşmasını ve olumlu bir bakış açısına sahip olmasını sağlar (**D12.2, D14.1**). Öğrencilerin seçilen farklı doğru parçalarının uzunlukları üzerinden elde ettikleri varsayımlarını ve genellemelerini gruplarda karşılaştırmaları istenir (**SDB2.1**). Dik koordinat sisteminde iki nokta arasındaki uzaklık bağıntısına dair ulaşılan genellemelerden yola çıkarak bir önerme sunmaları sağlanır. Her grup kendi ulaştığı önermeleri sınıfta sunarak bu önermelerin doğruluğunu akran değerlendirme formu yardımıyla değerlendirebilir (**SDB2.2**).

Öğrencilerden üçgende benzerlik bilgilerini kullanarak dik koordinat sisteminde herhangi bir şekilde konumlandırılan doğru parçasını belli bir oranda içten veya dıştan bölen noktanın koordinatlarının nasıl belirleneceğine ilişkin varsayımlarda bulunmaları beklenir. Sınıf içi tartışmalarla varsayımlardaki örüntülerin genellemelere dönüştürülmesi sağlanır. Öğrencilerden seçilen farklı doğru parçalarını içten veya dıştan belli bir oranda bölen noktaların koordinatlarına ilişkin elde ettikleri varsayım ve genellemelerini karşılaştırmaları beklenir. Dik koordinat sisteminde doğru parçasını içten veya dıştan belli bir oranda bölen noktaların koordinatlarına ilişkin ulaşılan genellemelere yönelik olarak öğrencilerin önermeler sunması ve bu önermeleri değerlendirmesi sağlanır. Dik koordinat sisteminde alınan belirli bir doğru parçasının orta noktasının koordinatlarını ve köşelerinin koordinatları verilen bir üçgenin ağırlık merkezinin koordinatlarını veren bağıntılara da bu değerlendirme kapsamında ulaşılabileceği sağlanır. Değerlendirmeleri yapabilmek için matematik yazılımlarından yararlanılır (**MAB5**). Çevrim içi haritalarda enlem ve boylamın ne için kullanıldığı üzerinde durularak coğrafya dersi ile ilişki kurulur. Ayrıca harita üzerinde iki nokta arasındaki uzaklık (kuş bakışı ve yol olarak) analitik olarak hesaplanıp gerçek uzaklıkla karşılaştırılarak dijital okuryazarlık becerisi işe koşulur (**OB2**).

Öğrencilere bir doğru parçasını içten veya dıştan belli bir oranda bölen noktanın koordinatlarını bulmayı gerektiren, gerçek yaşam problemleri içeren bir çalışma kâğıdı verilebilir.

### MAT.10.5.2

Öğrencilerin önceden öğrendikleri eğim ve doğru ile ilgili bilgileri cebirsel olarak ve dik koordinat sistemi üzerinde temsil edebileceği ifade edilir. Bununla birlikte doğrunun eğimini dik koordinat sisteminde anlamlandırabilmek için eğim açısı kavramı tanıtılır. Doğruların eğiminin pozitif ya da negatif sayılar olmasının nedenleri üzerinde tartışılır. Dik koordinat sistemi, bu bağlamda bahsedilen ifadelerin temsil edileceği bir araç olarak tanıtılır. Öğrencilerden bir doğru denklemi ile o doğrunun üzerindeki noktaların apsisi ve ordinatları arasında bir ilişki olduğunu fark etmeleri beklenir. Doğru üzerindeki noktaların koordinatları ya da bir doğrunun eğiminden hareketle oluşacak doğru denklemi ile ilgili özellikleri anlamlandırmak için dik koordinat sistemini kullanmaları beklenir. Eğim açısının ölçüsünün  $0^\circ$  ve  $90^\circ$  olduğu durumlardaki doğruların denklemlerini yorumlamada dik koordinat sisteminin nasıl kullanıldığı ve bu doğruların denklemlerinin nasıl ifade edildiği üzerinde durulur.

Denklemleri verilen doğruların birbirine göre durumlarını (paralellik, kesişme, çakışma) belirlemede de dik koordinat sisteminin kullanılabilmesi üzerinde durulur. Dik koordinat sisteminde doğruların eğim açıları ve doğruların üzerindeki noktalar incelenerek bu doğruların paralellik, kesişme ve çakışma durumları belirlenir. Bu süreçte öğrencilerin dik kesik doğruları incelemeleri sağlanarak eksellere paralel olmayan ve dik kesik doğruların eğimleri çarpımının  $-1$  olduğu sonucuna ulaşmaları beklenir. Öğrencilerin dik kesik doğruların dik koordinat sisteminde grafikleri incelemeleri sağlanır. Öğrencilerin iletişim becerilerinin geliştirilmesi için bu süreç, sınıf içi tartışmalarla yürütülür (SDB2.1). Bu tartışma sürecinde matematiksel araç ve teknolojilerden yararlanır (MAB5).

Doğru ve eğim açılarının dik koordinat sisteminde görünüşleri incelenerek öğrencilerden iki noktası bilinen ya da bir noktası ve eğim açısı bilinen doğruların denklemlerinin nasıl oluşturulabileceğini ifade etmeleri beklenir.

Öğrencilerin sunulan farklı problem durumlarında dik koordinat sistemini bir temsil aracı olarak kullanmaları ve problemleri çözmeleri beklenir. Bir doğrunun eğimi ile o doğrunun denklemi arasındaki ilişkileri incelemeleri; incelemelerden yola çıkarak bu ilişkileri hız-zaman, gelir-gider, telefonların kullanım süresi ile kalan pil süresi gibi gerçek yaşam durumlarında kullanmaları sağlanır (MAB2). Öğretmenin bir doğru denkleminde uyan sayılarla oluşturacağı gelir-gider tabloları, öğrencilerin finansal okuryazarlık becerilerine de katkı sunar (OB3). Öğrencilerden bu verileri grafikte temsil etmeleri istenir (MAB3). Öğrencilere veriye ait doğru çizdirilir. Öğrencilere bu çıktıya yönelik proje ödevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

### Zenginleştirme

İki doğru arasındaki açının hangi koşullarda belirlenebileceğine dair sorgulama yapılır. Tangenti bilinen özel eğim açılarına ( $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $135^\circ$  gibi) sahip iki doğru arasındaki açının nasıl belirlenebileceğinin araştırılması istenir.

(\*) Dik koordinat sisteminde bir noktanın, doğru parçasının, doğrunun ya da çokgenin öteleme, yansıma ve dönme dönüşümü altındaki görüntüsünün bulunması ile ilgili çalışmalar yapılır.

İki doğru arasında kalan açılardan açıortay doğrularının birbirlerine göre durumları incelenir.

### Destekleme

İki nokta arasındaki uzaklık hesaplanırken dik koordinat sistemi kareli ya da noktalı kâğıt üzerinde gösterilerek dik üçgenlerden yararlanır. Derste video, animasyon gibi görsel ve işitsel materyallere yer verilir. Öğrencilerin dik koordinat sisteminde nokta ve doğrularla ilgili ön bilgileri yoklanarak bireyselleştirilmiş öğretim çalışmaları yapılır.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 6. TEMA: İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ

Bu temada öğrencilerin iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan gerçek yaşam durumları bağlamında bir istatistiksel araştırma süreci yürütebilmeleri; başkaları tarafından oluşturulan iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 28

**ALAN BECERİLERİ** MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.18. Tartışma

**EĞİMLER** E1.1. Merak, E3.7. SistematiK Olma, E3.8. Soru Sorma, E3.9. ŞüpHe Duyma, E3.10. Eleştirel Bakma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Kendini Tanıma (Öz Farkındalık), SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D5. Duyarlılık, D6. Dürüstlük, D8. Mahremiyet, D14. Saygı, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık

**DISİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER** Biyoloji, Kimya

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma, KB3.3. Eleştirel Düşünme

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

**MAT.10.6.1.** İki kategorik değişkenli veri ile çalışabilme ve iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe dayalı karar verebilme

- İki kategorik değişkenli veriye dayalı, istatistiksel araştırma gerektiren gerçek yaşam durumlarını belirler.
- Bağlam içerisinde iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan araştırma soruları oluşturur.
- İki kategorik değişkenli veri toplamak/elde etmek için plan yapar.
- İki kategorik değişkenli verileri toplayarak/elde ederek analize hazırlar.
- Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen iki kategorik değişkenli verileri analiz etmek için görselleştirme ve/veya özetleme (toplam satır veya sütunlardaki göreceli sıklıkları gösteren iki yönlü tablo, koşullu göreceli sıklıkları gösteren sütun grafikleri, koşullu göreceli sıklıklar gibi) araçlarından uygun olanı seçer.
- Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen verileri belirlediği araçlarla analiz eder.
- İki kategorik değişkenli veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırmadan hareketle elde edilen bulguları yorumlayarak sonuç çıkarır.
- İki kategorik değişkenli veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırmadan hareketle elde edilen sonuçları araştırma sorusu bağlamında değerlendirir.

**MAT.10.6.2.** Başkaları tarafından oluşturulan iki kategorik değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumları tartışabilme

- Başkaları tarafından oluşturulan iki kategorik değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumlara yönelik istatistiksel temellendirme yapar.
- Başkaları tarafından oluşturulan iki kategorik değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumlara yönelik hataları ya da yanlışlıkları tespit eder.
- Başkaları tarafından oluşturulan iki kategorik değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumları çürütür ya da kabul eder.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

İki Kategorik Değişkenin İlişkililiğini İçeren İstatistiksel Problemi Oluşturma, Verileri Toplama ve Analize Hazır Hâle Getirme, Bulgulara Ulaşma ve Bulguları Yorumlama, İstatistiksel Görsel, Özet, Sonuç, Yorum, Çıkarım veya Tahminleri Değerlendirme

### Genellemeler

- Aynı gözlem birimlerinden elde edilen/toplanan verilerden hareketle oluşturulan iki kategorik değişkenli dağılımlar, verilerin birlikte değişebilirliğindeki eğilimine ilişkin bilgi verir.
- İki kategorik değişkenin ilişkili olması, bu iki değişken arasında bir neden-sonuç ilişkisi olduğu anlamına gelmez.

### Anahtar Kavramlar

iki kategorik değişken, iki yönlü tablo, ilişkililik, koşullu göreceli sıklıklar, kümeli sütun grafikleri, veri dağılımları

### Sembol ve Gösterimler

-

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, kontrol listesi, performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan istatistiksel araştırma sürecinin bütününe değerlendirmeye yönelik bir performans görevi verilebilir. Performans görevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Performans görevinin sonunda öğrencilerle elde ettikleri sonuçların benzerlik ve farklılıklarının nedenleri üzerine sınıf içi tartışma yapılabilir. Öğrencilerin gruplarla yaptıkları sınıf içi tartışma etkinlikleri, akran ve grup değerlendirme formları ile değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin tüm bileşenleriyle ilgili bilgi sahibi oldukları, betimsel ve karşılaştırma gerektiren araştırma soruları oluşturabilmelerinin yanı sıra kategorik ve nicel veri toplayabildikleri/elde edebildikleri kabul edilmektedir. Elde ettikleri/topladıkları verilerden hareketle verileri görselleştirebildikleri (sıklık tablosu, sütun grafiği, daire grafiği, çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaprak gösterimi, histogram, kutu grafiği), veriyi özetleyebildikleri (ortalama, tepe değer, ortanca, açıklık, ortalama mutlak sapma, standart sapma), değişebilirlik ve dağılım kavramlarını değerlendirebildikleri ve verileri yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bütününe ilişkin bilgilerini değerlendirmek amacıyla soru cevap tekniği kullanılır. Öğrencilerin önceki sınıflarda edindikleri istatistiksel araştırma sürecine ilişkin deneyimlerini paylaşmaları istenerek istatistiksel araştırma sürecine yönelik ilgi ve merakları gözlemlenir. Bununla birlikte kategorik verileri içeren bir bağlama yönelik açık uçlu sorular öğrencilere sorulabilir. Bu sorular; öğrencilerin kategorik verileri sıklık tablosu, daire grafiği, sütun grafiği, nokta grafiği gibi görselleştirme araçlarına ilişkin bilgilerini yoklayacak şekilde tasarlanmalıdır. Sonuçlar doğrultusunda öğrencilere geri bildirim verilir.

**Köprü Kurma** Öğrencilerden iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan araştırma sorularını incelemeleri ve bu soruya nasıl cevap verebilecekleri üzerine düşünceleri istenir. Araştırma sorularına cevap vermek için ortaokul ve 9. sınıfta öğrenilen çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaprak gösterimi, histogram, kutu grafiği gibi araçların kullanılıp kullanılmayacağı tartışılır. Bu görselleştirme araçlarının her zaman yeterli olamayacağını öğrencilerin fark etmeleri sağlanır.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.10.6.1

İstatistiksel araştırma süreci; bağlamı belirleme, bağlama yönelik soru sorma, veri toplama planı yapma, verileri analize hazır hâle getirme, verileri analiz etme ve sonuçları yorumlama aşamalarının tamamını içerecek şekilde ele alınır. Bu sınıf seviyesinde öğrenciler, iki kategorik değişken içeren dağılımlarla istatistiksel araştırma sürecini yürütür.

İki kategorik değişkenli verilerdeki ilişkililiğe yönelik araştırma sorularına kaynaklık eden bağlamlar, öğrencilerin merak ettiği gerçek yaşam durumları bireysel veya iş birliğiyle grup çalışması yapılarak belirlenir **(E1.1, SDB2.2)**. Bu süreçte öğrencilerin istatistiksel araştırma yapmayı gerektiren gerçek yaşam durumlarını belirleyebilmeleri için sağlık, eğitim, çevre, doğa veya iklim gibi alanlara yönelik bilgilere ihtiyaç duyduklarını fark etmeleri sağlanır **(SDB1.1, OB1)**. Toplumsal konulara yer verilmesi, öğrencilerin etrafında olup bitenleri merak etmesini ve bu meraktan hareketle sorular sormasını destekleyecektir **(E3.8, D5.1)**. Öğrenciler, bireysel veya grup çalışması şeklinde belirledikleri gerçek yaşam durumlarını örümcek ağı kavram haritası gibi tekniklerle gösterir veya dijital ortamlarda kullanılan araçlar yardımıyla bu gerçek yaşam durumlarını oluşturarak paylaşır **(OB2)**. Belirlenen gerçek yaşam durumları, veri toplamayı gerektirip gerektirmeme ölçütüne göre sınıf içi tartışmayla incelenir. Sınıf içi tartışmalar, gerçek yaşam durumları incelenirken ortaya çıkan fikirlerin tartışılmasını sağlar ve ölçüte uygun şekilde değerlendirilmesini destekler. Sınıf içi tartışma esnasında öğrencilerin arkadaşlarının sözünü kesmeden etkin dinlemesi ve nazik olması beklenir **(SDB2.1, D14.1)**. Bu süreç, öz ve akran değerlendirme formu ile değerlendirilebilir.

Belirlenen bağlamlardan yola çıkılarak öğrencilerin merak ettikleri soruları ifade etmeleri sağlanır **(E3.8)**. Bu aşamada örnek bir bağlamdan hareketle bir araştırma sorusu oluşturulur. Örneğin öğrencilerin bağcıklı veya bağciksiz ayakkabı tercihlerinin inceleneceği bir problemten hareketle hangi değişkenlerin bağcıklı veya bağciksiz ayakkabı tercihiyle ilişkili olabileceğine yönelik sınıf içi tartışma başlatılabilir **(SDB2.1, D14.1)**. Bu tartışmanın sonunda öğrencilerle birlikte bağcıklı veya bağciksiz ayakkabı tercihinin sınıf düzeyi ile ilişkili olabileceği ihtimalinden hareketle "A okulundaki 9 ve 12. sınıf öğrencilerinin sınıf düzeyleri ile bağcıklı veya bağciksiz ayakkabı tercihleri arasında bir ilişki var mıdır?" şeklinde bir soruya ulaşılabılır. Tasarruf etmeye dikkat çekmek amacıyla öğrencilerden gelen fikirler çerçevesinde "B ilindeki güneş enerjisi sisteminin evlerde kullanılıp kullanılmama durumu ile elektrik faturasının A Türk lirasından az ya da fazla olma durumu arasında bir ilişki var mıdır?" gibi sorular tartışılır **(SDB2.1, D17.2)**. Öğrencilerin farklı bağlamlardan hareketle hazırladıkları araştırma sorularına ilişkin fikirlerini tartışmaları sağlanır. Bu tartışmalar sonucunda iki kategorik değişkenli veri dağılımlarının ilişkililiğine odaklanan problemlerden hareketle istatistiksel araştırma sorularına ulaşmaları beklenir **(SDB2.1, SDB3.3)**. Ayrıca öğrencilerden farklı disiplinlerle ilişkilendirme yapmalarına yönelik araştırma soruları hazırlamaları istenir. Örneğin öğrencilerin kimya dersi konularından yola çıkarak bir elementin metal olup olmaması ile kristal yapısının kübik olup olmaması arasında bir ilişki olup olmadığını, biyoloji dersi konularından yola çıkarak bir canlının omurgalı olup olmama ile etçil beslenip beslenmeme arasındaki ilişkililiği incelemeleri sağlanır.

Belirlenen araştırma sorularına cevap bulabilmek amacıyla veri toplama sürecine geçilir. Bu süreçte verileri öğrencilerin kendilerinin toplayabileceği ya da hazır veri kaynaklarından elde edebileceği ifade edilir. Öğrencilerin hazır veriye ulaşırken dijital kaynakları nasıl doğru kullanacaklarına dair bilgi sahibi olmalarına dikkat edilir **(OB2)**. Öğrencilerden iki kategorik değişkenli veri setlerinin nasıl toplanacağına yönelik veri toplama planı oluşturmaları istenir. Oluşturulan veri toplama planı doğrultusunda veri toplama araçlarının (anket, görüşme, gözlem gibi) belirlenip oluşturulması, verilerin toplanması ve analize hazır hâle getirilmesi beklenir **(OB1)**. Verileri toplarken kişisel verilerin gizliliğine, nesnel ve dürüst olunmasına özen göstermenin önemine ve aksi durumda doğacak olumsuz sonuçlara dikkat çekilir **(D6.2, D8.2)**. Ayrıca bu süreçte öğrencilerin belirlenen örneklemden toplanan verilerin araştırma sorusuna cevap vermesi ve bu örneklemde elde edilen sonuçların evrene uygunluğu üzerine eleştirel bakarak tartışmaları sağlanır **(E3.10)**. Örneğin örnekleme A okulundaki 10. sınıf öğrencileri olan gruptan elde edilen sonuçların B okulundaki 10. sınıf öğrencilerinden elde edilen sonuçlarla benzerlik veya farklılık gösterip göstermeyeceği incelenebilir. Ayrıca bu sonuçların tüm

10. sınıf öğrencilerine genellenip genellenemeyeceği üzerine tartışılır.

Öğrenciler tarafından oluşturulan istatistiksel araştırma soruları ve veri toplama planları, istatistiksel araştırma sorusu ve veri toplama planı ölçütleri doğrultusunda oluşturulan kontrol listesiyle değerlendirilebilir.

Araştırma soruları bağlamında iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiği analiz edebilmek için görselleştirme araçlarından (iki yönlü tablo ile koşullu görel sıklıkları gösteren kümeli sütun grafikleri) uygun olanlar seçilir (**MAB3**). Uygun olan araçların belirlenmesinde araştırma sorularına yeniden dönülür ve hangi araçların uygun olduğuna dair sınıf içi tartışma yapılır (**SDB2.1**). Bu süreçte öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini nezaketle dinlemeleri ve arkadaşlarının düşüncelerine ilişkin empati yapabilmeleri sağlanır (**D14.1**). Araştırma sorularına cevap verecek ve verileri analiz edecek nitelikte araçlar seçilmesine dikkat edilir.

Analiz sürecinde teknolojik araçlar (hesap makinesi, elektronik tablolama programı gibi) kullanılır (**MAB5**). Öğrencilerden verileri, sıklık veya görel sıklıkları gösteren iki yönlü tablo ve koşullu görel sıklıkları gösteren kümeli sütun grafikleriyle göstermeleri istenir. Bu süreçte sıklık analizi üzerine çalışan bilim insanlarından Kindi'nin çalışmalarından bahsedilir.

Analiz süreci tamamlandığında elde edilen sonuçlara ilişkin sınıf içi tartışma yapılır (**SDB2.1**). Bu tartışma sürecinde bağımsız değişkenin aldığı her değer için bağımlı değişkenin aldığı her bir değer sıklık veya koşullu görel sıklıkları gösteren tablolar üzerinden karşılaştırılarak arasındaki ilişkililik yorumlanır. Örneğin apartmanda yaşayıp yaşamama ile evcil hayvanı olup olmama arasındaki ilişkililiğin analiz edildiği bir araştırmada apartmanda oturup oturmama ve evcil hayvanı olup olmama değişkenleri arasındaki ilişkililiği incelemek için iki değişkenli veriler, iki yönlü tabloda hem sıklık hem de yüzde temsili kullanılarak toplamdaki görel sıklık olarak ifade edilir. Apartmanda oturan ve oturmayan bireyler ile evcil hayvanı olan ve olmayan bireylerin koşullu görel sıklıkları hesaplanır. Bu tarz bir araştırmada öğrencilerin bağımsız değişkenin aldığı her değer için bağımlı değişkenin aldığı her bir değer için koşullu görel sıklıklarından hareketle elde edilen sonuçları yorumlamaları sağlanır. Buna ek olarak kümeli sütun grafiğinde koşullu görel sıklık dağılımları, iki kategorik veri dağılımlarının ilişkililiğini analiz ederken kullanılacak bir diğer araç olarak dikkate alınır. Örneğin A ilinde yaşayan bireylerin doğduğu yerde yaşayıp yaşamamaları ile mutlu olup olmamaları arasındaki ilişkililiğin incelendiği bir araştırma analiz edilirken kümeli sütun grafiğinde koşullu görel sıklık dağılımları, doğum yerinde yaşayıp yaşamama değişkenine göre hazırlanır. Benzer şekilde aynı grafik, mutlu olup olmama değişkenine göre de hazırlanır. Bu örnekte her iki değişken de bağımsız değişken olarak belirlenir. Burada öğrencilerin, sonuçları yorumlarken iki kategorik değişkenli verilerde ortaya çıkan bir ilişkinin bir değişkenin diğer değişkene neden olduğu anlamına gelmediğini fark etmeleri önemlidir. Örneğin kitap okuyup okumamanın spor yapılıp yapmama ile ilişkililiğine odaklanan bir araştırmada bu iki değişken arasında bir ilişki varsa "Kitap okumak, spor yapmaya neden olur veya olmaz." şeklinde neden-sonuç ilişkisini ifade eden bir yorumda bulunulamayacağını fark etmeleri, sınıf içi tartışmalarla sağlanır (**SDB2.1**). Bu süreçte ayrıca tek kategorik değişkenli verilerde tablo, sütun grafiği, koşullu görel sıklıklar gibi görselleştirme araçlarının verileri özetlemeye imkân verdiğine, iki kategorik değişkenli verilerde kullanılan görselleştirme araçlarının ise değişkenler arasındaki ilişkililik konusunda yorum yapmaya olanak sağladığına dikkat çekilir.

Analizler tamamlandıktan sonra öğrencilerin araştırma sorularına dönerek elde ettikleri sonuçlardan hareketle araştırma sorusuna cevap vermeleri beklenir. Bu süreçte öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bileşenlerini sistematik bir şekilde gözden geçirmeleri sağlanır (**E3.7**). Araştırma sorularına verilecek cevapların istatistiksel ifadeler (verilerin merkezinin nasıl bir eğilim gösterdiğine, verilerin nasıl yayıldığına dair ifadeler) içermesi önemlidir. Bu süreçte öğrencilerin seçilen örneklem dağılımından hareketle evren dağılımı hakkında genellemeler yapmaları ve elde edilen sonuçları belirsizliği dikkate alan cümlelerle ifade etmeleri



de beklenir. Öğrencilere iki kategorik değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan istatistiksel araştırma sürecine yönelik bir performans görevi verilebilir.

### MAT.10.6.2

Öğrencilerin başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel bilgilere eleştirel gözle bakabilmesi (E3.10) ve bu bilgileri değerlendirebilmesi önemlidir. Bu bağlamda öğrencilere iki kategorik değişkenli verilerin ilişkililiğine yönelik hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri içeren çalışma kâğıdı verilerek incelemeleri istenebilir. Öğrencilerin var olan istatistik bilgileri doğrultusunda istatistiksel temellendirme yapmaları sağlanır. Buradan hareketle öğrencilerin verilen durumlara eleştirel (E3.10) ve şüphe (E3.9) ile bakmaları, istatistik bilgilerini kullanarak hataları/yanlılıkları tespit etmeleri istenir. Öğrencilerin belirlediği hata ve yanlılıklar tartışmaya açılır (SDB2.1). Öğrencilerden bu hata ve yanlılıkları eleştirel gözle değerlendirmeleri beklenir (KB3.3). Öğrencilerin fikir ve değerlendirmelerinden hareketle iki kategorik değişkenli verilerin ilişkililiğine yönelik hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri çürütülür ya da kabul edilir (D6.2).

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Öğrencilere çok değişkenli veri setleri dağıtılarak bu veri setinden hareketle öğrencilerden uygun iki kategorik değişken belirleyerek bir araştırma sorusu hazırlamaları ve bu doğrultuda istatistiksel araştırma süreci tasarlayarak yürütmelerine yönelik proje hazırlamaları istenir. Öğrencilerin elde ettiği sonuçları sunum, poster, bilgi görseli gibi araçlarla veya dijital ortamlarda içerik oluşturarak diğer arkadaşlarıyla paylaşmaları ve deneyimlerini ifade etmeleri sağlanır.

Öğrencilerden iki kategorik değişkenin ilişkililiğine yönelik dağılımlar içeren istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri içeren durumları araştırmaları istenir. Bu durumları araştırırken hangi kaynakları (gazete haberleri, dijital kaynaklar, resmî kaynaklar gibi) kullanabileceklerini bilmeleri ve bu kaynakları kullanırken nelere dikkat etmeleri gerektiğine dair paylaşımlar yapmaları beklenir. Bu araştırmalarında fark ettikleri noktaları eleştirel olarak değerlendirmeleri istenir. Örneğin spor yapıp yapmama ile vücut kitle indeksinin 25'in altında olup olmamasına ilişkin yayımlanan bir haberi öğrencilerin incelemeleri istenebilir. Elde edilen sonuçlar ile görseller (iki yönlü tablo ile koşullu göreceli sıklıkları gösteren kümeli sütun grafikleri gibi) arasında tutarlılık olup olmadığı; yanlı, yanlıs veya eksik bilgilerin olup olmadığı incelenerek öğrenciler tarafından değerlendirilir. Öğrencilerin yaptıkları bu değerlendirmeleri sunum, poster, bilgi görseli gibi araçlarla veya dijital ortamlarda içerik oluşturarak diğer arkadaşları ile paylaşmaları ve deneyimlerini ifade etmeleri sağlanır.

**Destekleme** Öğrencilerin iki kategorik değişkenin ilişkililiğini içeren istatistiksel araştırma sürecine dâhil olmaları için grup çalışması yapılır. Gruplar heterojen şekilde düzenlenir. Bu sayede öğrencilerin akran öğrenmesi ile istatistiksel araştırma sürecini daha etkin şekilde yürütmeleri sağlanır. Öğrencilerin günlük hayatlarında daha fazla karşılımları çıkma ihtimali olan kategorik veri setlerinden (saç rengi, favori spor branşı gibi) hareketle araştırma sorusu oluşturmaları, veri toplamaları ve bu verileri analiz ederek yorumlamaları istenir. Öğrencilerin daha küçük veri setleri üzerine çalışmalarını sağlanır.

İki kategorik değişkenin ilişkililiğine yönelik dağılımlara ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri içeren durumlar; daha basit düzeyde (öğrencilerin daha aşina oldukları durumları içermesi gibi) öğrencilere sunulur ve öğrencilerin bu durumlara ilişkin değerlendirme yapmaları istenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 7. TEMA: VERİDEN OLASILIĞA

Bu temada öğrencilerin olayların olasılığını koşullu olasılık ile belirleyebilmeleri ve Bayes teoreminin kullanıldığı gerçek yaşam problemlerini inceleyebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 18

**ALAN  
BECERİLERİ** -

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma, KB2.12. Mevcut Bilgiye/Veriye Dayalı Tahmin Etme

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.1. Uzmanlaşma, E3.7. Sistematik Olma, E3.10. Eleştirel Bakma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Kendini Tanıma (Öz Farkındalık), SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.1. Uyum, SDB3.2. Esneklik, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D12. Sabır, D13. Sağlıklı Yaşam, D14. Saygı, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Bilişim Teknolojileri ve Yazılım, Biyoloji, Coğrafya, Ekonomi

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.10.7.1. Koşullu olasılık ile çıkarım yapabilme

- Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumlara ilişkin mevcut olasılık bilgisini kullanarak varsayımda bulunur.
- Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu gerçek yaşam durumlarına ilişkin olası tüm çıktıları listeler.
- Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu ya da olmadığı durumlarda olası tüm çıktıların sayısı ile istenen durumların sayısını karşılaştırır.
- Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumların olasılığını hesaplamaya yönelik matematiksel önerme sunar.
- Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu ya da olmadığı gerçek yaşam durumlarının olasılığını koşullu olasılık ile değerlendirir.

MAT.10.7.2. Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumların olasılığını mevcut bilgiye/veriye dayalı tahmin edebilme

- Bayes teoreminin kullanıldığı gerçek yaşam durumlarına ilişkin mevcut bilgileri kullanır.
- Mevcut bilgileri kullanarak Bayes teoremine dayalı hesaplama yapar.
- Bayes teoreminin kullanıldığı gerçek yaşam durumlarına ilişkin ileriye yönelik yargıda bulunur.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Koşullu Olasılık, Bağımlı ve Bağımsız Olaylar, Bayes Teoremi

- Genellemeler**
- Bir olay, başka olaylara bağlı olarak gerçekleşebilir.
  - Bir olayın olasılık değeri, bağımlı olduğu olaylara göre değişebilir.

**Anahtar Kavramlar** bağımlı olay, bağımsız olay, Bayes teoremi, koşullu olasılık

**Sembol ve Gösterimler**  $P(A)$ ,  $P(B)$ ,  $P(A \cap B)$ ,  $P(A \cup B)$ ,  $P(A|B)$

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, kontrol listesi, açık uçlu sorular ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Gerçekleşmesi bir olaya bağlı olan veya koşul gerektiren gerçek yaşam durumlarına ilişkin olası tüm çıktıların ağaç şeması, tablo, alan modeli gibi farklı temsillerle gösterilebilmesi için çalışma kâğıdı kullanılabilir. Öğrencilerden çalışmalarını öz değerlendirme formlarıyla değerlendirmeleri istenebilir. Gerçekleşmesi bir koşula bağlı olan ya da olmayan gerçek yaşam durumlarına ilişkin olasılık değerlerinin hesaplanmasına yönelik açık uçlu sorular içeren bir çalışma kâğıdını öğrencilerin cevaplaması istenebilir. Öğrencilere bağımlı ve bağımsız bir grup olay verilir, olayın türünü koşullu olasılık kurallarını kullanarak belirlemeleri istenebilir. Çalışma kâğıdının değerlendirilmesinde analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı kullanılabilir.

Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu gerçek yaşam durumlarının olasılıklarını değerlendirmek için performans görevi verilebilir. Hazırlanan performans görevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin gerçek yaşamda karşılaşılabileceği olaylarda farklı olasılık yaklaşımlarından (öznel, deneysel ve teorik) uygun olanı belirleyerek bu yaklaşıma uygun karar verebildikleri kabul edilmektedir. Ayrıca öğrencilerin olayların olasılığını deneysel ve teorik olarak inceleyebildiği, yorumlayabildiği ve farklı olasılık yaklaşımları (deneysel ve teorik) arasında ilişkilendirmeler yapabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** En çok üç olay içeren örnek durumlar üzerinden olasılık yaklaşımlarını ve olayların olasılıklarını deneysel ve teorik olarak incelemeyi hatırlatmak amacıyla soru cevap etkinliği yapılır. Öğrencilerden günlük hayatta karşılaştıkları olayların olasılıklarına yönelik örnekler vermeleri istenerek bu örnek verme süreçlerinde istekli olup olmadıkları gözlemlenir.

**Köprü Kurma** Bağımlı olayların olasılığını incelemeye kullanılacak koşullu olasılık hesaplamaları ve Bayes teoremi, öğrencilerin olayların olasılığına dair ön bilgileri üzerine kurulur. Bağımlı olaylarda koşula bağlı olma durumunun ele alınabilmesi için öğrencilerin ilgilerini çekebilecek nitelikte, belirsizlik içeren durumlar sunulur. Öğrencilerin bu durumlarda yer alan olayların olasılığına dair tahminde bulunmaları sağlanır. Verilen örneklerin bağımsız olayları (hilesiz iki sayı küpü atıldığında üst yüzeylerine gelen sayıların toplamının 6 olması gibi) ve bağımlı olayları (hilesiz iki sayı küpü atıldığında küplerin üst yüzeylerine gelen sayıların toplamının 6 olması ve sayı küplerinin üst yüzeylerine gelen sayıların aynı olması gibi) içermesine dikkat edilir. Gerçek yaşam durumlarından seçilebilecek bağımlı ve bağımsız olay örneklerinde öğrencilerin bir olayın diğer olay üzerinde bir etkisinin olup olmadığını sorgulamaları sağlanır. Öğrencilerden verilen olayların gerçekleşmesinin herhangi bir koşula bağlı olup olmadığını yorumlamaları beklenir. Öğrencilere bağımlı olay içeren durumların olasılığının incelenmesinde bu zamana kadar öğrendiklerinden farklı bilgi ve hesaplamalar kullanmaları gerektiğine yönelik ihtiyaç hissettirilir.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.10.7.1

Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumlarla ilgili olarak öğrencilerin mevcut olasılık bilgisi dâhilinde varsayım yapabilmesi için bir torbadan renkleri dışında özdeş iki top çekilmesi ve renklerin kaydedilmesi gibi bir deney ele alınır. Bu deneyde torbadan bir top çekilip renginin kaydedilmesinden sonra torbaya atılmayıp ikinci bir top çekildiğinde istenen rengin gelme olayının olasılığı incelenir. Öğrencilerden mevcut olasılık bilgisini kullanarak olası tüm çıktılarını ve olaya ait çıktılarının sayısının değiştiğini fark edebilmeleri, dolayısıyla olasılık değerinin farklı şekilde hesaplanacağına yönelik sezgisel bir varsayımda bulunmaları beklenir (**E3.1, SDB1.1**).

Gerçekleşmesi bir olaya bağlı olan olaylara (bir torbadan renkli bir top çekilip torbaya geri atılmaması koşuluyla ikinci bir renkli top çekilerek iki topun da renklerinin kaydedilmesi gibi) ilişkin tüm olası çıktılarının ağaç şeması, tablo veya alan modeli gibi farklı temsiller kullanılarak görselleştirilmesi beklenir (**MAB3**). Öğrenciler; genel ağda bulunan, kullanıma hazır dijital görselleştirme araçlarının bulunduğu kaynakları belirleyerek dijital araçlardan yararlanır (**OB2**). İstatistik yazılımları kullanılır (**MAB5**). Böylece öğrencilerin tüm olası çıktıları listelemeleri sağlanır. Öğrencilerin verilen duruma ilişkin olası tüm çıktıları ağaç şeması, tablo, alan modeli gibi farklı temsillerle gösterebilmeleri ve temsil aracını seçme gerekçeleri için çalışma kâğıdı kullanılır. Bu görselleştirmeler sonucunda öncelikle bir koşula bağlı olarak gerçekleşen olayda elde edilen olası tüm çıktıların sayısı ile koşul olmadığında elde edilebilecek olası tüm çıktıların sayısı arasında öğrencilerin karşılaştırma yapması beklenir. Ardından bir koşula bağlı olarak gerçekleşen olayda çıktı sayısı ile koşul olmadığında aynı olaya ait çıktı sayısı arasında öğrencilerin karşılaştırma yapması beklenir.

Koşula bağlı olarak gerçekleşen olaya ait çıktılar ve olası tüm çıktılar, alan modelleri veya iki yönlü tablolarla görselleştirilir. Her iki görselleştirmede ortak olan ya da olmayan çıktılarının ifade edilmesi sağlanır (**MAB3**). Bu sürecin sonunda öğrenciler, öğrendiklerini öz değerlendirme formu kullanarak değerlendirebilir (**SDB1.2**).

Gerçekleşmesi bir koşula bağlı olan olayın olasılığının hesaplanmasına yönelik olarak öğrencilerden matematiksel ilişki içeren bir önerme sunması beklenir. Yapılan önermelerin çalışma kâğıdında temellendirilmesi sağlanır (**SDB3.3**). Öğrencilerin koşullu olasılık tanımını ve hesaplamasını anlamlandırmaları beklenir.

Koşullu olasılık için sunulan önermeyi değerlendirmek üzere gerçekleşmesi bir koşula bağlı olan gerçek yaşam durumlarından (düzenlenecek bir yurt dışı gezisi için seçilecek öğrencilerin yabancı dil testinden %80 ve üzeri oranda başarı gösterdiğinin bilinmesi gibi) öğrencilerin merakını uyandıran bir olay seçilir (**E1.1**). Verilen bağlamda seçilen iki olaydan herhangi birinin olasılığı diğer olayın gerçekleşmesine bağlı olarak değişmiyorsa bu iki olayın bağımsız, değişiyorsa bağımlı olduğu üzerinde durulur. Öğrencilerin ele aldıkları gerçek yaşam bağlamındaki olayları A ve B olayları olarak isimlendirip A ve B olaylarının bağımsız ya da bağımlı olaylar olduğunu göstermede koşullu olasılığı kullanmaları beklenir. Öğrenciler bağımsız ve bağımlı olayları örneklerle açıklar, A ve B bağımsız olayları için  $P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$  olduğunu gösterir. Öğrenciler verilen olay çiftlerinin bağımlı olma ve olmama durumlarını seçtikleri strateji üzerinden bir kontrol listesi ile belirleyebilir.

Öğrencilere gerçekleşmesi bir koşula bağlı olan ya da olmayan gerçek yaşam durumlarına ilişkin olasılık değerlerinin hesaplanmasına yönelik açık uçlu sorular içeren bir çalışma kâğıdı verilerek cevaplamaları istenebilir. Öğrenciler, bu problemlerde verilen koşulu gözeterek koşullu olasılık hesaplaması yapar. Böylece öğrencilerden gerçek yaşam durumlarının olasılığını koşullu olasılık ile değerlendirmeleri beklenir (**SDB3.3**).

#### **MAT.10.7.2**

Bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu gerçek yaşam durumlarının olasılığı, Bayes teoremi ile de ele alınmaktadır. Günümüzde tıbbi tarama testlerinin doğruluğu (biyoloji), meteorolojiyle ilgili ileriye dönük tahminler (coğrafya), bilinçli tüketime yönelik hatalı ürün oranlarını inceleyen risk analizleri (ekonomi) gibi durumlarda Bayes teoremi kullanıldığından bahsedilir (**OB3, D13.4, D17.2**).

Bayes teoreminin kullanıldığı gerçek yaşam durumları için mevcut bilgiler (bir laboratuvar da yapılan tıbbi tarama testlerinin doğruluk oranı veya bir fabrikada üretilen hatalı ürün oranı gibi) verilir. Gerçek yaşam durumlarına ilişkin elde edilen oranlar veya göreceli sıklıklar; ağaç şeması, iki yönlü sıklık tablosu, alan modeli gibi farklı temsiller (**MAB3**) veya istatistik yazılımlarıyla (**MAB5**) sınıf içinde oluşturulan gruplara öğrencilerin katılımı ve iş birliği sağlanarak görselleştirilir (**SDB2.1, SDB2.2**). Öğrencilerin sistematik bir şekilde bu gösterimleri ifade etmeleri beklenir (**E3.7**). Verilen olayların olasılık değerleri, elde edilen gösterimler aracılığıyla hesaplanır.

Gerçekleşmesi bir koşula bağlı olan gerçek yaşam durumlarına ilişkin olasılık değerlerinin hesaplanmasına yönelik açık uçlu sorular içeren çalışma kâğıdını öğrencilerin cevaplaması istenir. Öğrencilerin belirsizlik içeren gerçek yaşam durumlarında mevcut bilgiye dayalı tahminlerin veya yorumların toplanan veya verilen bilgilere bağlı olarak güncellenmesi gerektiğini sınıf içi tartışma veya soru cevap etkinlikleriyle fark etmeleri beklenir. Öğrencilerin sınıf içi tartışmalar esnasında birbirlerini nazik bir şekilde dinlemesi ve birbirlerinin fikirlerini değerlendirmesi beklenir (**D14.1**). Öğrencilerin verilen gerçek yaşam durumlarının olasılığını mevcut bilgiye dayalı hesaplaması, herhangi bir konuda karar verirken riskleri değerlendirmesi ve ileriye dönük yargıda bulunması beklenir. Bu sayede öğrenciler, inceledikleri gerçek yaşam durumlarına ilişkin yargılarında veya verecekleri kararlarda olasılık hesaplamalarında yaptıkları muhakemeler sayesinde daha esnek davranır veya tahminlerini günceller (**SDB3.2, E3.10**). Böylece öğrenciler, belirsiz ya da yeni durumlara uyum sağlayabilir (**SDB3.1, D12.3**). Öğrencilere bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumların olasılığını mevcut bilgiye/veriye dayalı tahmin edebilmeye yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Bir olayın koşula bağlı olduğunda olasılık değerinin büyümesinin ya da küçülmesinin araştırılmasına yönelik çalışmalar yapılır.

(\*) Öğrencilerin bir olayın gerçekleşmesinin diğer bir olayın meydana gelmesine bağlı olduğu durumlar içeren, özgün bir oyun tasarımları; oyunu oynayarak test etmeleri ve oyundaki aksaklıkları belirleyerek gidermeleri istenir.

(\*) Öğrencilerden Bayes teoreminin nasıl ortaya çıktığına; bu teoremin bilişim teknolojileri ve yazılım, makine öğrenmesi ve yapay zekâ gibi alanlarda nasıl kullanıldığına ilişkin araştırma yapmaları beklenir. Ayrıca Naive Bayes (Naiv Beyz) algoritmasına, Enigma'da kullanılan Bayes teoremine ilişkin araştırmalar yapılması istenir. Araştırmanın dijital kaynaklar üzerinden yapılması durumunda ulaşılan bilgilerin doğruluğunun teyit edilmesi, anlamlandırılması, sorgulanması, eleştirel bir bakış açısıyla yorumlanması ve sentezlenmesi hedeflenir. Yapılan araştırmadan elde edilen sonuçların bilimsel bir dille raporlaştırılması beklenir.

**Destekleme** Koşullu olasılık ve Bayes formüllerinin kullanılması karmaşık olduğu için olası tüm çıktıların ve istenen tüm çıktıların farklı gösterimler kullanılarak temsil edilmesiyle daha somut bir yaklaşım tercih edilir. Örneğin istenen çıktılar ve olası tüm çıktıların sayılarının daha görünür olabilmesi için iki yönlü sıklık tabloları kullanılır. Koşullu olasılığın hesaplanmasında işlem kolaylığı için daha uygun sayılar içeren örnek problemler seçilir.

Koşullu olasılık için gerekli çıkarımların daha erişilebilir kılınması amacıyla ipuçları veya görseller verilir. Ulaşılan sonuç ve genellemeleri içeren hatırlatma notları, afiş veya posterlerle sınıfta sunularak tartışılır.

**ÖĞRETMEN YANSITMALARI** Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 11. SINIF

## 1. TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (1)

Bu temada öğrencilerin trigonometrik referans fonksiyonlar ile bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlara ve bunların nitel özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilmeleri, trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemler içeren problemleri çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 36

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL BECERİLER** -

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. Sistematik Olma

**PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Kendini Tanıma (Öz Farkındalık), SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.1. Uyum, SDB3.2. Esneklik, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D3. Çalışkanlık, D12. Sabır

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER** Astronomi, Fizik, Mühendislik

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.11.1.1.  $f(x) = \sin x$  ( $x \in \mathbb{R}$ ),  $f(x) = \cos x$  ( $x \in \mathbb{R}$ ),  $f(x) = \tan x$  ( $x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ) ve  $f(x) = \cot x$  ( $x \in \mathbb{R}, x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ) şeklinde tanımlı trigonometrik referans fonksiyonların nitel özellikleri ile bu fonksiyonlardan türetilen  $[g(x) = k \cdot f(mx \pm r) \pm s$  ( $k, m, r, s \in \mathbb{R}, k \neq 0, m \neq 0$ )] trigonometrik fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme

- Trigonometrik referans fonksiyonların nitel özelliklerini (tanım kümesi, görüntü kümesi, işareti, artanlığı-azalanlığı, maksimum-minimum noktaları, sıfırları, bire birliği, tekliliği-çiftliliği, örtenliği, periyodu) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- Trigonometrik referans fonksiyonların nitel özellikleri ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
- Trigonometrik referans fonksiyonları grafik ve cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle diğer trigonometrik fonksiyonlara dönüştürür.
- Trigonometrik referans fonksiyonlar ile bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların grafik temsilleri ile cebirsel temsilleri arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- Trigonometrik referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanıp farklı durumlarla ilgili örüntüleri listeleterek türetilen fonksiyonların nitel özellikleriyle ilgili örüntüleri geneller.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerinden elde ettiği önermeleri uygun sözel veya cebirsel dil ile sunar.
- Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanışlılığını değerlendirir.
- Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
- İşe koştugu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanışlılığını değerlendirir.

MAT.11.1.2. Trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemleri içeren problemleri çözebilme

- Trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemlere ilişkin matematiksel bileşenleri (denklemi oluşturan fonksiyonların nitel özellikleri ile cebirsel ve grafik temsilleri) belirler.
- Trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemlere ilişkin matematiksel bileşenlerin aralarındaki ilişkileri belirler.
- Trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemlerin problem bağlamındaki temsillerini farklı temsillere dönüştürür.
- Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.
- Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillere dayalı olarak problemin çözümü için strateji oluşturur.
- Belirlediği stratejiyi kullanır.
- Elde ettiği çözümü farklı yöntemleri kullanarak doğrular.
- Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
- Problemin olası çözüm stratejilerinin trigonometrik fonksiyon içeren farklı problem durumlarında kullanımı ile ilgili çıkarımlar yapar.
- Çıkarımlarının geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.



**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Trigonometrik Referans Fonksiyonlar, Bu Fonksiyonlardan Türetilen Fonksiyonların Nitel Özellikleri ve Bu Fonksiyonlarla İfade Edilebilen Denklemler

- Genellemeler**
- Fonksiyonlar, nitel özelliklerine göre sınıflandırılabilir.
  - Referans fonksiyonlar, bir fonksiyon grubunun üreticidir.
  - Fonksiyon grafikleri, cebirsel denklem ve eşitsizlikleri inceleme ve yorumlamanın temel araçlarından biridir.

**Anahtar Kavramlar** artanlık-azalanlık, birim çember, derece, esas ölçü, maksimum-minimum değer, maksimum-minimum nokta, periyot, radyan, trigonometrik fonksiyon, yönlü açı

**Sembol ve Gösterimler**  $2\pi$ ,  $360^\circ$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\cot x$ ,  $T$ ,  $\tan x$

**ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)** Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ve araştırma ödevi ile değerlendirilebilir.

Grafik temsili verilen trigonometrik fonksiyonların bire birliğinin, örtenliğinin, periyodunun, maksimum-minimum noktalarının, maksimum-minimum değerlerinin ve tekliliğinin-belirlenebilmesine yönelik verilen performans görevi; dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir.

Trigonometrik fonksiyonların periyotlarının belirlenmesini gerektiren gerçek yaşam durumlarına yönelik (bir salıncağın veya dönme dolabın yerden yüksekliğinin zamana bağlı değişimi gibi) araştırma ödevi verilebilir. Verilen ödev; hazırlık, içerik ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği kullanılarak değerlendirilebilir.

Öğrencilere trigonometrik referans fonksiyonlar ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin önermelere yönelik matematiksel doğrulama yapmayı gerektiren çalışma kâğıdı verilebilir. Ortaya konan sonuçlar dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir. Çalışma sonunda öğrenciler, öz değerlendirme formuyla kendilerini değerlendirebilir.

Trigonometrik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemleri kullanmayı gerektiren grup etkinliğinde her bir gruba çok çözümlü problemlerden oluşan çalışma kâğıdı verilebilir. Çalışma kâğıdında grubun ortaya koyduğu cevaplar, analitik dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir. Gruptaki her birey, akran değerlendirme formuyla arkadaşlarını değerlendirebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin cebirsel veya grafik temsili verilen fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarımlar yapabildiği; öğrendiği referans fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebildiği; referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların cebirsel temsili ile grafik temsili arasında geçiş yapabildiği; bir dik üçgende bir dar açının sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant oranlarını bulabildiği; bu oranlardan yararlanarak bazı trigonometrik özdeşliklere ulaşabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilere bir dik üçgende bir dar açının sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant oranlarını ve dik üçgenden elde edilebilen trigonometrik özdeşlikleri belirleyebilmesine yönelik açık uçlu sorular sorulabilir. Uygun koşullarda tanımlı doğrusal, karesel, karekök ve rasyonel referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin öğrenme eksiklikleri açık uçlu sorular sorularak belirlenebilir. Öğrencilerin referans fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebilmesine ve referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların cebirsel ve grafik temsili arasında geçiş yapabilmesine dair becerilerinin, kavram yanılgılarının, ilgi ve ihtiyaçlarının belirlenmesi amacıyla hazır bulunuşluk testi yapılabilir.

**Köprü Kurma** Trigonometrinin kelime anlamından hareketle özel açılı bir dik üçgende kenar uzunlukları ile açı ölçüleri arasındaki ilişkilerin öğrenciler tarafından incelenmesi sağlanır. Bettani'nin trigonometriyle ilgili çalışmalarına yer verilerek oluşturduğu trigonometri tablosu incelenir. Benzer şekilde Ebülvefa Buzcani'nin trigonometrik oranları nasıl hesapladığına ve kullandığına yönelik açıklamalar yapılır.

Öğrencilerin dik üçgende bir dar açının sinüs, kosinüs, tanjant ve kotanjant oranlarını belirleyebilmelerinden hareketle dar açının değişiminin trigonometrik oranları nasıl etkilediği sorgulanır. Trigonometrinin astronomide yıldızların yükselişi ve yerleşimi, gezegenlerin hareketi, Güneş ve Ay tutulmaları gibi açısız ölçüm gerektiren problemlerin çözümünde çok eski dönemlerde kullanıldığına ilişkin örnekler üzerine sınıfça konuşulur. Farklı disiplinler için trigonometrinin önemi ve kullanım yerleri açıklanabilir. Örneğin Piri Reis'in çizdiği Dünya haritasında trigonometriyi nasıl kullandığı incelenerek harita mühendisliği ve coğrafya disiplinleri arasında ilişki kurulabilir. Buna ek olarak trigonometrik fonksiyonların öğrenciye karmaşık gelebilecek yapısı göz önüne alınarak materyal tasarımına yer verilir. Öğrencilerin kendilerini yetersiz veya başarısız hissetmemesi için konunun anlaşılmasında önemli bir yer tutan grafik temsilleri matematik yazılımlarıyla veya posterlerle desteklenir. Ayrıca trigonometrik oranları bulma ile ilgili öğrenme güçlüklerinin belirlenebilmesi için öğrencilerden yansıtıcı günlükler tutmaları istenebilir. Böylece öğrencilerin ilgi ve ihtiyaçları hızlı bir şekilde belirlenebilir ve olası sorunlara karşı gerekli önlemler alınır.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.11.1.1

Dik üçgende belirlenebilen trigonometrik oranların birim çember yardımıyla gösterilebileceği fikri öğrenciye sunulur. Yönlü açı kavramı, birim çember üzerindeki noktalarla ilişkilendirilerek açıklanır. Açı ölçme birimleri, radyan ve derece olarak alınır ve bu birimler birbirine dönüştürülür. Bir tam çemberin merkez açısının ölçüsünün  $360^\circ$  veya  $2\pi$  radyan olmasından hareketle esas ölçü kavramı hakkında bilgi verilir. Birim çemberin iç bölgesinde hipotenüsü aynı zamanda çemberin yarıçapı olan, dik köşesi  $x$  veya  $y$  ekseninde bulunan dik üçgen oluşturulur. Oluşturulan dik üçgende üçgenin çember ile kesiştiği  $P(x, y)$  noktası kullanılarak birim çember denkleminde ulaşılar. Hipotenüsün 1 birim uzunluğunda olmasından hareketle birim çember üzerindeki herhangi bir noktanın apsisinin açının kosinüs değerini, ordinatının ise sinüs değerini verdiği gösterilir. Ayrıca çizilen dik üçgenin trigonometrik oranlarının birim çember üzerinde seçilen noktaya bağlı olduğunu öğrencilerin fark etmesi sağlanır. Çember üzerindeki her bir noktaya karşılık gelen pozitif yönlü açı değerinin trigonometrik oranları değiştirmesinden hareketle uygun  $x$  açıları kullanılarak  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \tan x$  ve  $y = \cot x$  ilişkileri kurulur. Bu ilişkiler genellenerek her bir gerçek sayıya birim çemberde bir yay uzunluğunun (Gerçek sayı doğrusu bir ip gibi düşünülerek " $0$ " noktası birim çember üzerindeki  $(1, 0)$  noktası ile çakışacak şekilde pozitif sayılar saat yönünün tersinde, negatif sayılar saat yönünde birim çembere sarılır.) ve buna bağlı olarak bir açının karşılık getirilebileceği açıklanır. Buradan hareketle gerçek sayılarda trigonometrik fonksiyonların nasıl tanımlanabileceğine yönelik sınıf içi tartışma yapılır (**SDB2.2**). Bu ilişkiler uygun tanım ve değer kümesine sahip trigonometrik referans fonksiyonlar olarak ifade edilir.

Öğrencilerin birim çemberden yararlanarak  $f(x) = \sin x$  ve  $f(x) = \cos x$  fonksiyonlarının gerçek sayılarda tanımlı olduğunu ve bu fonksiyonların görüntü kümesinin  $[-1,1]$  olduğunu keşfetmelerine yönelik çalışmalar yapılır.  $f(x) = \tan x$  ve  $f(x) = \cot x$  fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümeleri,  $\tan x = \sin x / \cos x$ ,  $\cot x = \cos x / \sin x$  eşitlikleri kullanılarak oluşturulan tablo veya birim çember yardımıyla belirlenir (OB4). Öğrencilerden elde ettikleri bilgiler yardımıyla, kâğıt ve kalemle, dijital araçlarla, matematik yazılımlarını kullanarak trigonometrik referans fonksiyonların grafiklerini çizmeleri beklenir (OB2, MAB5). Grafik temsilleri yorumlanarak bu fonksiyonların nitel özelliklerinin neler olabileceğine yönelik sınıf içi tartışmalar yapılır ve öğrencilere açık uçlu sorular sorulur. Bu tartışmalar yapılırken öğrencilerin birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve etkileşim sağlamaları beklenir (SDB2.1, SDB3.3). Öğrencilerin trigonometrik referans fonksiyonların matematiksel temsilleriyle nitel özellikleri arasındaki ilişkileri belirleyebilmesi beklenir. Bu noktada grafik temsilleri belirlenen referans fonksiyonların periyodik olduğu gösterilerek bu fonksiyonların periyotlarının belirlenmesi istenir. Öğrencilere trigonometrik fonksiyonların nitel özelliklerine yönelik performans görevi verilebilir.

Trigonometrik referans fonksiyonların grafiklerine uygulanan dönüşümler ile  $g(x) = k \cdot f(mx \pm r) \pm s$  ( $k, m, r, s \in \mathbb{R}, k \neq 0, m \neq 0$ ) fonksiyonları elde edilir ve bu fonksiyonlar cebirsel temsillerle ifade edilir (E3.6, E3.7). Bu dönüşümler elde edilip yorumlanırken matematik yazılımlarından yararlanır (MAB5, OB2). Cebirsel temsili verilen trigonometrik fonksiyonların katsayılarıyla grafik temsili arasındaki ilişkiler yorumlanır (MAB3). Trigonometrik referans fonksiyonların grafik temsillerine dönüşümler uygulanarak elde edilen fonksiyonların nitel özellikleri hakkında varsayımlar geliştirilir. Varsayımlar geliştirilirken cebirsel ve grafiksel incelemelerin birlikte yürütülmesine önem verilir. Örneğin bir trigonometrik fonksiyonun artanlığına veya azalanlığına yönelik varsayımlar geliştirilirken o fonksiyonun grafik üzerinde gözlemlenen maksimum-minimum noktaları ve artan veya azalan olduğu aralıklar ile fonksiyonun cebirsel ifadesi arasında ilişki kurulur. Trigonometrik referans fonksiyonlarda fonksiyon değerlerinin sıralamasına yönelik varsayımlar, bu fonksiyonların grafik temsilleri incelenerek elde edilir. Varsayımlara yönelik farklı örnekler incelenerek trigonometrik fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin genellemelere ulaşılır. Genellemelerle varsayımlar karşılaştırılarak önermeler, matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Genellemelerden elde edilen önermeler; fizikte Newton'ın (Nüvtın) hareket yasaları, sabit ivmeli hareket ve vektörler gibi trigonometrik fonksiyonların etkin bir şekilde kullanılabilmesi konularında değerlendirilir. Örneğin uzunluğu verilen bir basit sarkacın hareketi sırasında yerden yüksekliği, sarkacın dikey düzlemlerle yaptığı açığa bağlı olarak bilimsel bir bakış açısıyla trigonometrik fonksiyonlarla modellenebilir (D3.3). Günün belli bir saatinde bir nesnenin gölge boyunun hesaplanmasında da benzer modellemeler yapılabilir. Böylece öğrenciler, trigonometrik fonksiyonlarla ilgili geliştirdikleri önermelerin gerçek yaşamdaki pek çok problemin çözümünde etkin bir şekilde kullanılabilmesini fark eder. Bu sayede öğrencilerin yeni ve belirsiz olan gerçek yaşam durumlarını anlamaları ve bu durumlarla başa çıkmak için olumlu ve çözüm odaklı bir düşünce biçimini benimsemeleri desteklenir (SDB3.1, D12.2). Öğrencilere trigonometrik fonksiyonların periyotlarının belirlenmesini gerektiren araştırma ödevi verilebilir.

Trigonometrik fonksiyonların matematiksel temsilleri, dönüşüm süreçleri ve nitel özellikleri hakkında elde edilen önermeler işe koşularak nasıl matematiksel doğrulama veya ispat yapılabileceği gösterilir. Örneğin bir trigonometrik fonksiyonun belli bir tanım aralığındaki sıfırlarının sayısı ile fonksiyonun periyodu arasındaki ilişkiyi ifade eden önermeler cebirsel olarak ispatlanır. Ayrıca  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $\sin x = \cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right)$  gibi önermelere ilişkin ilgili fonksiyonun grafik temsili verilir veya birim çember kullanılarak matematiksel doğrulama yapılır. Cebirsel

ispat yapılırken mantık bağlaçları ve niceleyicilerin etkin bir şekilde kullanılabilmesi beklenir. Bu aşamada önermeler öncelikle, öğrenciler tarafından çözümlenir ve sonrasında bireysel olarak matematiksel doğrulama yapabilmeleri için önermelerden oluşan çalışma kâğıdı öğrencilere verilebilir. Çalışma kâğıdında cevaplanan sorulara ilişkin olarak öğrenciler kendilerini öz değerlendirme formu ile değerlendirebilir (**SDB1.1, SDB1.2**). Yapılan matematiksel doğrulama ve ispatların kullanılabilirliği değerlendirilir.

### MAT.11.1.2

$f$  bir trigonometrik referans fonksiyon olmak üzere

$[g(x) = k \cdot f(mx \pm r) \pm s (k, m, r, s \in \mathbb{R}, k \neq 0, m \neq 0)]$  fonksiyonları ile ifade edilebilen denklemlere ilişkin matematiksel bileşenler belirlenir. Bu bileşenlerle ilgili fonksiyonların periyotları  $[T]$ , fonksiyonun periyodu olmak üzere  $f(x+T) = f(x)$ , tanım ve değer kümeleri arasındaki ilişkiler kullanılarak  $g(x) = 0$  ve  $g(x) = h(x)$  gibi eşitliklerle trigonometrik denklemlerin tanımlanması sağlanır.

Trigonometrik referans fonksiyonlar ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonları içeren problem durumlarından elde edilen denklemlerin matematiksel temsilleri arasında (sözel, tablo, grafik, cebirsel) dönüşüm yapılır. Bu temsiller arasındaki geçişlerin gösterilebilmesi için elektronik tablolardan ve matematik yazılımlarından yararlanılır (**OB2, MAB5**).

Problemlerden elde edilen denklemlerin çözümlerine ulaşabilmek için problem durumunda geçen fonksiyonun belirli noktadaki değerlerini yorumlama, trigonometrik özdeşlik kullanma ve grafik temsilinden yararlanma gibi yöntemler kullanılır. Denklemden kullanılan trigonometrik fonksiyonun periyodu, denklem çözümlerinde yorumlanır. Burada kullanılan trigonometrik denklemlerde trigonometrik fonksiyonların birinci kuvvetleri ile sınırlı kalınmasına dikkat edilir. Denklem çözümlerinde elektronik tablo ve matematik yazılımlarından yararlanılır (**OB2, MAB5**). Verilen farklı problem durumlarında uygun bir strateji seçilerek denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümeleri elde edilir. Elde edilen çözüm kümelerinin doğruluğuna ilişkin sonuçlar farklı çözüm stratejileriyle kontrol edilir. Örneğin  $0 < x < 2\pi$  olmak üzere  $\sin(x - \frac{\pi}{6}) = \cos x$  denklemini sağlayan köklerin sayısı hem cebirsel olarak bulunur hem de denklemin oluşturduğu trigonometrik fonksiyonların grafik temsilleri referans fonksiyonlardan hareketle çizilerek kesişim noktaları yorumlanır (**OB4**). Matematik yazılımları kullanılarak sonuçların doğruluğu kontrol edilir (**OB2**). Çözümün doğruluğunu kontrol etmek için farklı çözüm yollarına duyulan ihtiyaç vurgulanır (**SDB3.2**).

Trigonometrik fonksiyonları içeren denklemlerin çözümleri ile ilgili kullanılan stratejiler gözden geçirilir. Bu problemlerin farklı yollardan çözülebilmesi için grup çalışması yapılabilir (**SDB2.2**). Yapılan grup çalışması, grup değerlendirme formu ile değerlendirilebilir. Bu problemlerde kullanılan gerçek yaşam durumlarının fizik, astronomi ve mühendislik gibi alanlarla ilgili olması beklenir. Örneğin fizikte eğik düzlem, eğik atılan cisim, basit sarkaç problemlerine yer verilebilir. Çözüme ulaştıran stratejilerin başka problem durumlarına uyarlanıp uyarlanamayacağına dair çıkarımlar yapılır (**SDB3.1**). Bu çıkarımlar, matematiksel bir modele dönüştürülür. Elde edilen matematiksel modeller sınırlılık ve verimlilik açısından değerlendirilir. Öğrencilere konuyla ilgili bir sorunun farklı yollardan çözülmesine yönelik problemlerden oluşan çalışma kâğıdı verilebilir. Böylece öğrenciler, farklı çözüm yolları bulmaya yönlendirilir (**SDB3.2**).

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Sekant ve kosekant fonksiyonlarının birim çember üzerindeki gösterimleri ve diğer trigonometrik fonksiyonlarla ilişkisi ile ilgili araştırma ödevi verilebilir. Ters trigonometrik fonksiyonların tanım ve değer kümelerini belirleme ödevi verilebilir. Derece ve radyan ilişkisi üzerinden bir dairenin neden  $360^\circ$ 'ye bölündüğünün tarihî süreci ile Babil sayılarının araştırılması ve konuyla ilgili sunum hazırlanması istenir.

(\*) Matematik yazılımları kullanılarak oluşturulmuş çalışmalar bağlamında sinüzoidal dalgalar ve ses sinyali üretimi incelenir. (\*) Basit harmonik hareket, dönme dolabın hareketi gibi örnekler bağlamında trigonometrik fonksiyonların periyotlarına ilişkin uygulamalar içeren problemlere yer verilir. Örneğin eğik düzlemdeki bir hareketlinin bir noktadan bir noktaya varış süresi ve ivmesi trigonometrik fonksiyonlarla modellenilebilir. (\*) Trigonometrik fonksiyonların kullanıldığı ve öğrencinin fizik dersinden bildiği bileşke vektör, Newton'ın hareket yasaları ve eğik atılan cisim gibi bağlamları içeren karmaşık problemlerin çözümleri araştırılır.

**Destekleme** Dik üçgende trigonometrik oranların belirlenmesine yönelik olarak çözülen örneklerin sayısı artırılarak trigonometrik fonksiyonlara geçiş yapılır. Gerçek yaşam durumlarında takvim, saat, hafta gibi örnekler üzerinden periyot kavramının anlamlandırılması sağlanır. Trigonometrik fonksiyonlara ilişkin örnek veya problemlerde hesap makinelerinden veya çevrim içi araçlardan yararlanır. Trigonometrik fonksiyonlarla ilgili özelliklere ulaşamadığı durumlarda sayısal örnekler kullanılarak öğrencilerden sınırlı genellemeler yapmaları istenir. Trigonometrik referans fonksiyonlar ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özellikleri incelenirken matematik yazılımlarından yararlanır.

Trigonometrik fonksiyonların kullanıldığı gerçek yaşam durumu örnekleri, futbol topunun belli bir açıyla ileri hareketi veya dönme dolaptaki birinin yerden yüksekliği gibi öğrencinin ilgisini çeken örneklerle çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılır.

Trigonometrik fonksiyonların temsil edilebileceği somut materyaller (analog saat gibi) kullanılır. Öğrencilere trigonometrik fonksiyonları cebirsel olarak ifade edebilmeye ve bu fonksiyonların grafik temsillerini yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek gerekli değerlendirmeler yapılır.

Geri bildirim ve değerlendirmelerde çoklu ortam araçları (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılır.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 1. TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (2)

Bu temada öğrencilerin gerçek sayılarda veya bir alt kümesinde tanımlı üstel ve logaritmik referans fonksiyonlarla bu fonksiyonlardan türetilebilecek fonksiyonların nitel özelliklerine yönelik muhakeme yapabilmeleri, üstel fonksiyonların ters fonksiyonlarını inceleyerek logaritmik fonksiyona dair çıkarım yapabilmeleri, bu fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikler içeren gerçek yaşam problemlerini çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 36

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme, MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. Sistematik Olma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.1. Uyum, SDB3.2. Esneklik, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D3. Çalışkanlık, D5. Duyarlılık, D13. Sağlıklı Yaşam, D18. Temizlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB8. Sürdürülebilirlik Okuryazarlığı

**DISİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER** Arkeoloji, Biyoloji, Coğrafya, Ekonomi, Fizik, Kimya, Mühendislik

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.11.1.3. Gerçek sayılarda  $f(x) = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) şeklinde tanımlı üstel referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen  $[g(x) = k \cdot f(mx \pm r) \pm s$  ( $k, m, r, s \in \mathbb{R}, k \neq 0, m \neq 0$ )] üstel fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme

- Üstel referans fonksiyonun nitel özelliklerini (tanım kümesi, görüntü kümesi, işareti, artanlığı-azalanlığı, maksimum-minimum noktaları, sıfırları, bire birliği, tekliliği-çiftliği, örtenliği) matematiksel temsilleri kullanarak belirler.
- Üstel referans fonksiyonun nitel özellikleri ile matematiksel temsilleri arasındaki ilişkileri belirler.
- Üstel referans fonksiyonu grafik ve cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle diğer üstel fonksiyonlara dönüştürür.
- Üstel referans fonksiyon ve bu fonksiyondan türetilen fonksiyonların grafik temsili ile cebirsel temsili arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- Üstel referans fonksiyonun nitel özelliklerinden hareketle diğer üstel fonksiyonların nitel özellikleri hakkında varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanıp farklı durumlarla ilgili örüntüleri listeler ve türetilen fonksiyonların nitel özellikleri ile ilgili örüntüleri geneller.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerinden elde ettiği önermeleri matematiksel olarak doğrulayabileceği şekilde sunar.
- Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanılabilirliğini değerlendirir.

MAT.11.1.4. Üstel fonksiyonların ters fonksiyonlarını inceleyerek logaritmik fonksiyona dair çıkarım yapabilme

- Üstel fonksiyonların ters fonksiyonları ile ilgili varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanıp farklı durumlarla ilgili örüntüleri listeleyerek üstel fonksiyonların ters fonksiyonları ile ilgili örüntüleri geneller.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Logaritmik fonksiyonu üstel fonksiyonun ters fonksiyonu olarak ifade eden önermeler sunar.
- Logaritmik fonksiyonu gerçek yaşam bağlamında kullanılabilirlik açısından değerlendirir.

MAT.11.1.5.  $f(x) = \log_a x$  ( $a > 0, a \neq 1, x > 0$ ) şeklinde tanımlı logaritmik referans fonksiyonun nitel özellikleri ile bu fonksiyondan türetilen  $[g(x) = k \cdot f(mx \pm r) \pm s$  ( $k, m, r, s \in \mathbb{R}, k \neq 0, m \neq 0$ )] logaritmik fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin matematiksel muhakeme yapabilme

- Logaritmik referans fonksiyonu grafik ve cebirsel temsili üzerinde yapılan işlemlerle diğer logaritmik fonksiyonlara dönüştürür.
- Logaritmik referans fonksiyon ile elde ettiği logaritmik fonksiyonların grafik ve cebirsel temsilleri arasındaki ilişkiyi ifade eder.
- Logaritmik referans fonksiyonun nitel özelliklerinden hareketle diğer logaritmik fonksiyonların nitel özellikleri hakkında varsayımlarda bulunur.
- Logaritmik fonksiyonun nitel özelliklerine ve işlem özelliklerine ilişkin varsayımlarına dair örüntüleri geneller.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerinden elde ettiği önermeleri matematiksel olarak doğrulayabileceği şekilde sunar.
- Elde ettiği önermelerin gerçek yaşam bağlamlarındaki kullanılabilirliğini değerlendirir.
- Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
- İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanılabilirliğini değerlendirir.

MAT.11.1.6. Gerçek yaşam durumlarında üstel ve logaritmik fonksiyonlarla ifade edilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemler çözebilme

- Üstel ve logaritmik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemlere ilişkin matematiksel bileşenleri (denklemleri oluşturan fonksiyonların nitel özellikleri ile cebirsel ve grafik temsilleri) belirler.
- Üstel ve logaritmik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklemlere ilişkin matematiksel bileşenlerin aralarındaki ilişkileri belirler.
- Üstel ve logaritmik fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizliklerin problem bağlamındaki temsillerini farklı temsillere dönüştürür.
- Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.
- Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillere dayalı olarak problemin çözümü için strateji oluşturur.
- Belirlediği stratejiyi kullanır.
- Elde ettiği çözümü farklı yöntemleri kullanarak doğrular.
- Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
- Problemin olası çözüm stratejilerinin üstel veya logaritmik fonksiyon içeren farklı problem durumlarında kullanımı ile ilgili çıkarımlar yapar.
- Çıkarımlarının geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.

### İÇERİK ÇERÇEVESİ

Üstel ve Logaritmik Referans Fonksiyonlar, Bu Fonksiyonlardan Türetilen Fonksiyonların Nitel Özellikleri, Bu Fonksiyonlardan Elde Edilen Denklem ve Eşitsizlikler

#### Genellemeler

- Fonksiyonlar nitel özelliklerine göre sınıflandırılabilir.
- Referans fonksiyonlar, bir fonksiyon grubunun üreticidir.
- Fonksiyon grafikleri, cebirsel denklem ve eşitsizlikleri inceleme ve yorumlamanın temel araçlarından biridir.

#### Anahtar Kavramlar

artanlık-azalanlık, bire birlik, doğal logaritmik fonksiyon, e sayısı, fonksiyonun işareti, fonksiyonun sıfırı, logaritmik fonksiyon, örtenlik, teklik-çiftlik, üstel fonksiyon

#### Sembol ve Gösterimler

$a^x$ ,  $\log x$ ,  $\log_a x$ ,  $\ln x$ ,  $e$ ,  $e^x$

### ÖĞRENME

#### KANITLARI

#### (Ölçme ve

#### Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, araştırma ödevi ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere üstel ve logaritmik referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlara yönelik denklem ve eşitsizliklerin kullanıldığı gerçek yaşam problemlerinden oluşan, öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlayacak performans görevi verilebilir. Verilen performans görevinin değerlendirilmesinde analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılabilir.

Üstel ve logaritmik fonksiyonların grafiklerine uygulanan dönüşümlerin fonksiyonun cebirsel temsiliinde oluşturduğu değişime yönelik inceleme içeren çalışma kâğıdı kullanılabilir. Ayrıca çalışma sonunda öğrenciler, öz değerlendirme formuyla kendilerini değerlendirebilir.



Logaritmik fonksiyonun gerçek yaşamda kullanımına ilişkin verilen araştırma ödevi, derecelendirme ölçeği kullanılarak değerlendirilebilir.

Fizik, kimya ya da biyoloji alanlarına ilişkin gerçek yaşam durumlarında karşılaşılan problemlerde üstel ve logaritmik fonksiyonların nitel özelliklerini ve işlem özelliklerini incelemeyi gerektiren performans görevi; analitik dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin cebirsel veya grafik temsili verilen fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarımlar yapabildiği, öğrendiği referans fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebildiği, referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların cebirsel temsili ile grafik temsili arasında geçiş yapabildiği, üslü ve köklü ifadelerle işlemler yapabildiği, üslü ve köklü ifadeleri birbirine dönüştürebildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin öğrenme eksiklikleri, açık uçlu sorular sorularak belirlenebilir. Öğrencilerin referans fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebilmeye, referans fonksiyondan türetilen fonksiyonların cebirsel temsili ile grafik temsili arasında geçiş yapabilmeye dair becerilerinin, kavram yanlışlarının, ilgi ve ihtiyaçlarının belirlenmesi amacıyla hazır bulunuşluk testi yapılabilir. Öğrencilere üslü ve köklü ifadeleri birbirine dönüştürmeyi ve işlem yapabilmeyi içeren açık uçlu sorular sorulabilir.

**Köprü Kurma** Farklı disiplinlerde karşılaşılan ve üslü sayılar ile ifade edilebilen ilişkiler incelenerek öğrencilerin üstel fonksiyonlara olan ihtiyacı fark etmeleri sağlanır. Örneğin biyolojide uygun bir ortamda bulunan hücrelerin düzenli bir şekilde bölünerek çoğalması durumunda belli bir süre sonunda ortamda bulunan hücre sayısı belirlenerek tabloya işlenebilir. Elde edilen verilerden hareketle üstel fonksiyonların nasıl tanımlanabileceği ve nitel özelliklerinin neler olabileceği üzerine tartışılır. Üstel ve logaritmik fonksiyonların mühendislikteki kullanımında önemli bir yer teşkil eden  $e$  sayısı ile ilgili incelemeler yapılır. Bu noktada  $e$  sayısının mühendislik, biyoloji ve coğrafyada doğrusal olmayan büyüme veya değişim modellerinin temsilinde, finansal matematikte yatırımların zamana bağlı değişimlerinin modellenmesindeki kullanımı örnek durumlar üzerinden açıklanır. Ayrıca öğrencilerden üslü ve köklü ifadelerle ilgili yaşadıkları zorlukları ve motivasyon problemlerini belirlemek için yansıtıcı günlükler tutmaları istenebilir. Böylece öğrencilerin ilgi ve ihtiyaçları hızlı bir şekilde belirlenebilir ve olası sorunlara karşı gerekli önlemler alınır.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.11.1.3

Üstel artış içeren ilişkiler, gerçek yaşam verileri kullanılarak (biyolojide hücrelerin bölünerek belirli bir örüntü oluşturacak biçimde sayılarının zamana bağlı katlanarak çoğalması gibi) incelenir. Elde edilen veriler tablo ve grafik ile gösterilir. Gerçek sayılarda  $f(x) = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) şeklinde bir fonksiyon tanımlanarak bu fonksiyonun grafik temsili elde edilir. Bu fonksiyonun nitel özellikleri,  $a$  nın aldığı değerlere göre (tanım kümesi, görüntü kümesi, işareti, artanlığı-azalanlığı, bire birliği, örtenliği) grafik temsiliyle ilişkilendirilerek belirlenir. Bu noktada özel olarak  $e$  sayısı ve cebirsel ifadesi  $f(x) = e^x$  kuralıyla verilen fonksiyon üzerinde durulur.  $f$  üstel referans fonksiyonu olmak üzere  $f$  nin grafiğine yapılan dönüşümlerle  $[g(x) = k \cdot f(mx \pm r) \pm s$  ( $k, m, r, s \in \mathbb{R}, k \neq 0, m \neq 0$ )] diğer üstel fonksiyonların cebirsel ve grafik temsilleri elde edilir. Dönüşümler yapılırken  $r$  ve  $s$  değerlerinin her ikisinin veya birinin  $0$  olduğu durumlar aşamalı olarak ele alınır. Öğrencilerin grafik temsiller ile cebirsel temsillerdeki katsayıların ilişkilerini yorumlamaları sağlanır. Bu dönüşümler elde edilip yorumlanırken öğrencilerin dijital araçlarla çalışma becerilerini de destekleyecek şekilde matematik yazılımlarından yararlanır (OB2). Fonksiyonların grafik temsilleri üzerinde yapılan bu işlemler ile elde edilen fonksiyonların cebirsel temsillerindeki katsayılar arasındaki ilişkiler yorumlanır.

Cebirsel temsilleri verilen üstel referans fonksiyondan türetilmiş fonksiyonların grafik temsili bulma çalışmaları yapılır. Cebirsel temsili verilen fonksiyonun grafik temsili, eksenleri kestiği noktaları bulmaları için öğrencilerden elde ettikleri sonuçları hem kâğıt ve kalemle hem de matematik yazılımları ile karşılaştırmaları istenir. Aynı zamanda fonksiyonun (varsa) sıfırı, işareti, artanlığı-azalanlığı cebirsel incelemeler ile eşleştirilir.

Öğrencilerin gerçek sayılarda  $f(x) = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) şeklinde tanımlı fonksiyonun grafik temsiline dönüşümler uygulanarak elde edilen fonksiyonların nitel özelliklerine dair varsayımlar ( $a$  değerinin fonksiyonun artanlığı-azalanlığı ile olan ilişkisi, üstel fonksiyonun hangi durumda sıfırının olabileceği gibi) öne sürmeleri beklenir. Farklı üstel fonksiyon örnekleri incelenerek bu örneklerin öğrencilerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığı kontrol edilir. Bu varsayımlardan üstel fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin genellemeler elde edilir. Varsayımlar ile genellemeler karşılaştırılarak elde edilen önermeler, matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Bu önermelerin kullanışlılığı ekonomi (bileşik faiz/kâr payı hesabı, yatırımların üstel artışı ile gelirin değerlendirilmesi), coğrafya (belirli bir nüfus artış hızına göre belirli bir süre sonunda nüfusun belirlenmesi) gibi farklı disiplinlerde karşılaşılan problemler aracılığı ile değerlendirilir (OB3, SDB3.3).

### MAT.11.1.4

Üstel referans fonksiyonun cebirsel ifadesinde bağımlı ve bağımsız değişkenin yer değiştirdiği durum, tablo temsili kullanılarak incelenir. Bu inceleme sonucunda öğrencilerden üstel referans fonksiyonun ters fonksiyonunun tablo ve grafik temsiline dair varsayımlarda bulunması beklenir. Üstel referans fonksiyondan türetilen fonksiyonların ters fonksiyonlarının grafiklerine dair genellemeler yapılır. Bu genellemeler; uygun koşullarda  $f(x) = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) şeklinde tanımlı fonksiyon ile  $f^{-1}(x) = \log_a x$  şeklinde tanımlı fonksiyonun grafik temsilleri arasındaki ilişkiler, kâğıt ve kalem veya matematik yazılımları kullanılarak kontrol edilir (OB2, MAB5). Uygun koşullarda  $f(x) = a^x$  ( $a > 0, a \neq 1$ ) şeklinde tanımlı fonksiyondan türetilen fonksiyonların terslerinin cebirsel temsillerinin birer fonksiyon olmasına ilişkin şartlar önerme olarak sunulur. Bu önermelerden hareketle fonksiyonların terslerinin cebirsel temsilleri elde edilir. Öğrencilerin üstel ve logaritmik fonksiyonların grafik temsilleri üzerinden bir fonksiyonun  $y = x$  doğrusuna göre simetriği ile fonksiyonun tersinin cebirsel temsili arasındaki ilişkiye dair çıkarımda bulunmaları sağlanır. Örneğin üstel referans fonksiyonun artanlığı-azalanlığı ile logaritmik referans fonksiyonun artanlığı-azalanlığı arasında çıkarımda bulunmaları beklenir. Burada özel olarak gerçek sayılarda tanımlı ve cebirsel temsili  $f(x) = e^x$  olan fonksiyonun ter-

si olan fonksiyonun cebirsel temsilinin  $f^{-1}(x) = \ln x$  ( $x > 0$ ) olduğu ve doğal logaritmik fonksiyon olarak adlandırıldığı üzerinde durulur. Öğrencilerin üstel ve logaritmik fonksiyonların ters fonksiyonlarını matematiksel araç ve teknolojiden yararlanarak bulmaları desteklenir (OB2, MAB5). Elde edilen logaritmik fonksiyonun kullanılabilirliği gerçek yaşam durumları üzerinden incelenir. Örneğin depremin büyüklüğü, ses şiddeti, çözeltilerin pH değeri gibi niceliklerin ölçülmesini içeren uygun problemler bağlamında logaritmik fonksiyonun kullanımı değerlendirilir. Ayrıca arkeoloji ve kimya disiplinleri bağlamında fosillerin yaşının hesaplanmasında kullanılan karbon-14 yöntemi incelenebilir. Bu yöntemde logaritmik fonksiyon kullanılarak fosillerin yaşının bulunabileceği gösterilir (D3.5). Logaritmik fonksiyonun derste ele alınmayan farklı gerçek yaşam bağlamlarında kullanımına ilişkin araştırma ödevi verilebilir. Logaritmik fonksiyonun tarihi gelişimi bağlamında Gelenbevi İsmail Efendi ve John Napier'in (Can Nepiyir) çalışmaları incelenir.

#### MAT.11.1.5

Logaritmik referans fonksiyonlara örnek teşkil eden gerçek yaşam durumları, grafik ve tablo yöntemiyle ele alınır. Tablo ve grafikler üzerinden verilen herhangi bir sayının logaritmasının rasyonelliği tartışılır. Grafik temsiliyle ilişkilendirilerek logaritmik referans fonksiyonun nitel özellikleri (tanım kümesi, görüntü kümesi, işareti, sıfırı, artanlığı-azalanlığı, bire birliği) ve işlem özellikleri (dört işlem, taban değiştirme gibi) belirlenir (E3.6, E3.7). Ayrıca tabanın 10 olması durumunda logaritmik fonksiyonun özel olarak "logx" şeklinde gösterildiği ifade edilir.  $f$  logaritmik referans fonksiyonu olmak üzere  $f$  fonksiyonunun grafiğine uygulanan dönüşümlerle  $[g(x) = k \cdot f(mx \pm r) \pm s$  ( $k, m, r, s \in \mathbb{R}, k \neq 0, m \neq 0$ )] diğer logaritmik fonksiyonların grafikleri ve cebirsel temsilleri elde edilir. Bu dönüşümler elde edilip yorumlanırken matematik yazılımlarından yararlanır (OB2, MAB5). Dönüşümler yapılırken  $r$  ve  $s$  değerlerinin her ikisinin veya birinin 0 olduğu durumlar aşamalı olarak ele alınır. Öğrencilerin grafik temsilleri ile cebirsel temsillerdeki katsayıların ilişkilerini yorumlamaları sağlanır (MAB3). Bu fonksiyonların grafik temsili işareti, eksenleri kestiği noktaları bulmaları için öğrencilerden elde ettikleri sonuçları hem kâğıt ve kalemle hem de matematik yazılımları ile karşılaştırmaları istenir (OB2, OB4, MAB5). İncelemeler kapsamında fonksiyonun sıfırı, işareti, artanlığı-azalanlığı ile ilgili değerlendirmelere de yer verilir. Bu fonksiyonlar için uygun koşullarda  $f(x) = \log_a x$  şeklinde tanımlı fonksiyonların referans alınabileceği belirtilir. Öğrencilere grafik temsiline yapılan dönüşümlerin, fonksiyonun cebirsel temsili oluşturduğu değişimin incelenmesine yönelik çalışma kâğıdı verilebilir.

Öğrencilerin logaritmik referans fonksiyonun grafik temsiline dönüşümler uygulanarak elde edilen fonksiyonların nitel özellikleri (tanım kümesi, değer kümesi, işareti, artanlığı-azalanlığı, bire birliği) hakkında varsayımlar geliştirmeleri sağlanır. Varsayımlar geliştirilirken cebirsel ve grafiksel incelemelerin birlikte yürütülmesine önem verilir. Örneğin cebirsel temsili  $f(x) = \log_2(3x-2)$  olan fonksiyonun tanım kümesine yönelik varsayım geliştirilebilir. Varsayımda bulunurken fonksiyonun matematik yazılımlarıyla elde edilen grafiği ile  $3x-2 > 0$  eşitsizliği arasında ilişkilendirme yapılır (OB2). Benzer şekilde öğrencilerin fonksiyonun cebirsel temsiliyle fonksiyonun sıfırı, artanlığı-azalanlığı arasındaki ilişkilere dair varsayımda bulunmaları sağlanır. Bu varsayımlardan hareketle fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin genellemeler elde etmeleri ve genellemelerle varsayımlarını karşılaştırarak matematiksel olarak doğrulayabilecekleri şekilde önermeler sunmaları için öğrenciler teşvik edilir. Örneğin varsayımlar ile genellemeler karşılaştırılarak cebirsel temsili uygun koşullarda  $f(x) = \log_2(mx+n)$  ( $m, n \in \mathbb{R}, m \neq 0$ ) şeklinde tanımlı fonksiyonun tanım kümesinin  $(-\frac{n}{m}, \infty)$  olduğuna dair bir önerme sunulur. Logaritmik fonksiyonların matematiksel temsilleri, dönüşüm süreçleri ve nitel özellikleri hakkında elde edilen önermelere ilişkin cebirsel ispat ve grafiksel doğrulama yapmaları hususunda öğrenciler desteklenir. Örneğin cebirsel temsili  $f(x) = \log_2(mx+n)$  ( $m, n \in \mathbb{R}, m \neq 0$ ) olan bir fonksiyonda tanım kümesinde yer alan her bir  $x$  elemanı için  $mx+n > 0$  sağlanması gerektiği ve bu duruma uygun olarak bu fonksiyonun tersinin uygun koşullarda  $g(x) = \frac{2^x - n}{m}$  şeklinde tanımlı fonksiyon olduğu ifade edilir.  $f$  ve  $f^{-1}$  fonksiyonlarının matematik yazılımları ile grafikleri çizilerek  $y = x$  doğrusuna göre simetrik olma durumları kontrol edilir (OB2, MAB5). Ayrıca öğrencilerden işe koşulan doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanılabilirliğini problemler üzerinden değerlendirmeleri beklenir.

Logaritmik referans fonksiyonda farklı  $x$  değerleri için elde edilen sonuçlardan yararlanılarak logaritmik fonksiyonun işlem özelliklerine dair varsayımlar elde edilir. Örneğin  $f(x) = \log_2 x$  ( $x \in \mathbb{R}, x > 0$ ) fonksiyonunda  $x = 2$ ,  $x = 4$  ve  $x = 8$  için elde edilen  $f(2)+f(4) = \log_2 2 + \log_2 4 = 3$  ve  $\log_2 8 = 3$  sonuçlarından yola çıkılarak " $m > 0, n > 0$  olmak üzere  $\log_2 m + \log_2 n = \log_2 (m \cdot n)$  elde edilir." varsayımında bulunulur. Bu ve buna benzer varsayımlardan hareketle öğrencilerin logaritmik fonksiyonların işlem özelliklerine ilişkin genellemelere ulaşmaları sağlanır.

Genellemelerin varsayımları karşılayıp karşılamadığı, farklı örnekler üzerinden cebirsel olarak veya logaritmik fonksiyonların grafik temsilleri üzerinden (örneğin cebirsel temsilleri  $f(x) = \log(x^2)$  ve  $g(x) = 2 \cdot \log x$  ( $x > 0$ ) olan fonksiyonların grafiklerinin belirli aralıktaki eşitliği) kontrol edilir. Genellemelerden logaritmanın işlem özellikleri ile ilgili matematiksel olarak doğrulanabilecek önermeler elde edilir. Elde edilen önermelerin kullanışlılığı, fizikte ses düzeyinin belirlenmesi veya deprem büyüklüğünün ölçülmesi gibi farklı disiplinlerde karşılaşılan problem durumları üzerinden değerlendirilir. Önermelerini üstel fonksiyonların özelliklerinden yararlanarak ispatlayabilmeleri için öğrencilere gerekli destek verilir. Öğrencilerin bireysel olarak ispatlayabilecekleri logaritmanın bazı işlem özellikleriyle ilgili çalışma kâğıdı verilebilir. Bu çalışmalar sonunda öğrencilerin matematiksel çaba ve çalışkanlığın bir ürünü olan matematiksel ispatın matematiksel kavram ve ilişkilerin nedenselliğini anlamlandırmadaki rolünü fark etmeleri sağlanır (D3.3). Grafik temsili kullanma, logaritmik fonksiyonların işlem özelliklerinden yararlanma gibi matematiksel doğrulama ve ispat yöntemleri kullanışlılık açısından değerlendirilir. Öğrencilere MAT.11.1.3 ve MAT.11.1.5 çıktılarına yönelik performans görevi verilebilir.

#### MAT.11.1.6

Üstel veya logaritmik fonksiyonların kullanımını gerektiren gerçek yaşam durumu problemleri biyoloji, ekonomi, fizik ve kimya gibi bağlamlarda incelenir. Bu problemlerde üstel veya logaritmik referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonları içeren denklem ve eşitsizliklere ilişkin matematiksel bileşenler belirlenir. Bu bileşenlerin aralarındaki ilişkiler kullanılarak  $f(x) = 0$ ,  $f(x) = g(x)$ ,  $f(x) < g(x)$ ,  $f(x) \leq g(x)$  denklem ve eşitsizliklerinin tanımlanması sağlanır. Referans fonksiyonları içeren problem durumlarından elde edilen denklem ve eşitsizliklerin matematiksel temsilleri arasında (sözel, tablo, grafik, cebirsel) dönüşüm yapılır. Öğrencilerin problemin gerektirdiği temsiller arası geçişleri yapabilmesi ve problem çözümlerine analitik ve sistematik bir şekilde yaklaşabilmesi için elektronik tablolardan ve matematik yazılımlarından yararlanılır (OB2, E3.6, E3.7, MAB5).

Verilen problem durumlarına ilişkin denklem ve eşitsizliklerin çözümlerine ulaşabilmeleri için öğrencilerin belirli değerlerle denklem veya eşitsizliği test etme, logaritmik ve üstel fonksiyonun nitel özelliklerini ve işlem özelliklerini işe koşma, elektronik tablolardan ve grafik temsilden yararlanma gibi farklı yöntemleri kullanmaları teşvik edilir (OB2, MAB5). Verilen farklı problem durumlarında uygun bir strateji seçilerek denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümeleri elde edilir. Fonksiyon grafiklerinin, logaritmik ve üstel fonksiyonların işlem özelliklerinin kullanılması ve matematik yazılımlarından yararlanılması gibi farklı yöntemlerle çözümlerin doğruluğunun kontrol edilmesi sağlanır (OB2, MAB5).

Gerçek yaşam durumlarında üstel ve logaritmik fonksiyonları içeren denklem ve eşitsizliklerin çözümleri ile ilgili farklı stratejiler belirlenir. Bu stratejilerden uygun olanlar, gerçek yaşam durumu problemlerinde kullanılarak verimlilik ve kullanışlılık açısından gözden geçirilir. Örneğin Richter (Riht) ölçeğine göre bir depremin büyüklüğünün hesaplanması gibi doğa olaylarının logaritmik fonksiyonlarla modellenmesini içeren problemlerde, bulunan çözümlerin kullanışlılığı ve afetlere karşı alınabilecek tedbirlerde (kentsel dönüşüm, deprem sonrası sürdürülebilir yaşam gibi) matematiğin rolü değerlendirilir (OB8, D5.3). Ayrıca kimyada bir çözeltinin pH değerine göre asidik veya bazik olma durumu incelenebilir. Özel olarak temizlik

ürünlerinin pH değerlerinin on tabanındaki logaritmik fonksiyonla ilişkisi gösterilerek temizlik ürünlerinin niteliği konusunda öğrencilerin bilinçlenmesi sağlanır (D18.1). Salgın hastalıkların zaman içerisindeki yayılma miktarını belirlemede kullanılan SIR ve SEIR gibi epidemik modeller, üstel ve logaritmik fonksiyonlar bağlamında incelenir. Bu sayede öğrencilerin bulaşıcı hastalıklarla ilgili bilinçlenmesi desteklenir (D13.4). Logaritmik, üstel denklem ve eşitsizliklere ilişkin daha karmaşık problemlere çözümler geliştirilebilmesi için öğrencilerin gruplar hâlinde çalışması sağlanarak iş birliği ve iletişim becerilerinin gelişimi desteklenir (SDB2.1, SDB2.2). Çözümüne ulaştıran stratejilerin başka problem durumlarına uyarlanıp uyarlanamayacağına dair çıkarımlar yapılır (SDB3.1). Öğrencilerden bu çıkarımları matematiksel bir modele dönüştürmeleri beklenir. Elde edilen matematiksel modeller, sınırlılık ve verimlilik açısından değerlendirilir. Öğrencilere konuyla ilgili bir problemin farklı yollardan çözülmesine yönelik çalışma kâğıdı verilebilir. Böylece öğrenciler bir problemin farklı, daha yalın ve kullanışlı çözüm yollarını araştırmaya teşvik edilir (SDB3.2). Öğrencilere üstel ve logaritmik referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlara yönelik denklem ve eşitsizliklerin kullanıldığı gerçek yaşam problemlerinden oluşan, öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlayacak performans görevi verilebilir.

## FARKLIlaştırma

**Zenginleştirme** (\*)  $e$  sayısının önemine yönelik vurgu, bileşik faiz/kâr payı ve şapka problemi gibi bağlamlarda ortaya çıkan uygun koşullarda  $f(x) = (1 + \frac{1}{x})^x$  şeklinde tanımlı fonksiyonla yapılır. Bu problem durumlarında fonksiyon elde edildikten sonra matematik yazılımları kullanılarak fonksiyonun sonsuzdaki davranışıyla  $e$  sayısı arasındaki ilişki incelenir.

(\*) Öğrencilere logaritmanın tarihî gelişimi hakkında araştırma ödevi verilebilir. Araştırma ödevinde öğrencilerden John Napier'ın ölçüleri  $0^\circ$  ile  $60^\circ$  arasında olan açılarının sinüslerini hesapladığı tablo ile logaritmik fonksiyon arasındaki ilişkiye dair çıkarımda bulunmaları istenir. Farklı disiplinlerde karşılaşılan üstel veya logaritmik fonksiyonlara yönelik problemlere (astronomide bir cismin yörüngesini tamamlama süresinin belirlenmesi gibi) yer verilir.

**Destekleme** Üstel ve logaritmik fonksiyonlara ilişkin örnek veya problemlerde hesap makinelerinden veya çevrim içi araçlardan yararlanır. Üstel ve logaritmik fonksiyonlar ile ilgili özelliklere ulaşılmadığı durumlarda öğrencilerden sayısal örnekler kullanarak sınırlı genellemeler yapmaları istenir. Üstel ve logaritmik referans fonksiyonlar ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özellikleri incelenirken görselleştirme için matematik yazılımlarından yararlanır.

Öğrencilere gerçek yaşamla ilişkili verilen örnekler üzerinden üstel ve logaritmik fonksiyonları cebirsel olarak ifade edebilme ve grafik temsilde yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır.

Üstel ve logaritmik fonksiyonlar ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için öğrencilere daha fazla zaman verilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılır. Öğrenciler için bireyselleştirilmiş öğrenme planları oluşturulur, üstel ve logaritmik fonksiyonlar ile ilgili olarak öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına uygun hedefler belirlenir.

## Öğretmen Yansıtmaları

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 1. TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (3)

Bu temada öğrencilerin gerçek sayılarda tanımlı ve değerli fonksiyonların bileşkesine ilişkin muhakeme yapabilmeleri, bu fonksiyonların dört işlem özelliklerini yorumlayabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 36

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.14. Yorumlama

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. Sistematik Olma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.1. Kendini Tanıma (Öz Farkındalık), SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme)

**Değerler** D3. Çalışkanlık, D5. Duyarlılık, D16. Sorumluluk, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Biyoloji, Ekonomi, Fizik, Kimya

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

### MAT.11.1.7. Fonksiyonların bileşkelerine ilişkin muhakeme yapabilme

- İki veya daha fazla fonksiyonun bileşkesinden oluşan bir fonksiyonun bileşenlerini (bileşke fonksiyon ile bileşkeyi oluşturan fonksiyonların cebirsel ve grafik temsilleri) belirler.
- İki veya daha fazla fonksiyonun bileşkesinden oluşan bir fonksiyonun bileşenleri arasındaki ilişkileri belirler.
- İki veya daha fazla fonksiyonun bileşkesiyle elde ettiği fonksiyonları sembolik bir dile dönüştürür.
- Verilen fonksiyonları iki veya daha fazla fonksiyonun bileşkesi şeklinde ifade eder.
- Bileşke fonksiyonlara ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine (işareti, artanlığı-azalanlığı, maksimum-minimum noktaları, sıfırları, bire birliği, tekliği-çiftliği, örtenliği) ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarına dayalı olarak bileşke fonksiyonlara ve bileşke fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin örüntüleri geneller.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerinden elde ettiği önermeleri matematiksel olarak doğrulayabileceği şekilde sunar.
- Bileşke fonksiyonu gerçek yaşam bağlamında kullanılabilirlik açısından değerlendirir.
- Önermelerini grafiksel olarak doğrular veya cebirsel olarak ispatlar.
- İşe koştuğu doğrulama veya ispat yöntemlerinin farklı durumlardaki kullanılabilirliğini değerlendirir.

### MAT.11.1.8. Fonksiyonlarda dört işlem özelliklerini yorumlayabilme

- Fonksiyonlarda dört işlemin yapılabilme koşullarını inceler.
- Fonksiyonlarda dört işlemi uygun cebirsel veya grafik temsillerle ifade eder.
- Fonksiyonlarda dört işlem özelliklerini dönüştürdüğü fonksiyonlar bağlamında sözel olarak açıklar.

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

### Fonksiyonlarla Dört İşlem ve Fonksiyonların Bileşkesi

- Genellemeler**
- Fonksiyonlar, nitel özelliklerine göre sınıflandırılabilir.
  - Fonksiyon grafikleri, cebirsel denklem ve eşitsizlikleri inceleme ve yorumlamanın temel araçlarından biridir.

**Anahtar Kavramlar** artanlık-azalanlık, bileşke fonksiyon, bire birlik, fonksiyonun işareti, fonksiyonun sıfırı, maksimum-minimum değer, maksimum-minimum nokta, örtenlik, teklik-çiftlik, ters fonksiyon

**Sembol ve Gösterimler**  $(f \circ g)(x), f(g(x)), (f+g)(x), (f-g)(x), (f \cdot g)(x), (f/g)(x)$

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; açık uçlu sorular, çalışma kâğıdı, araştırma ödevi ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Bileşke fonksiyonlara ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin verilen performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir.

Gerçek yaşam bağlamında bileşke fonksiyonların kullanım alanlarını incelemeye yönelik araştırma ödevi, derecelendirme ölçeği kullanılarak değerlendirilebilir.

Bileşke fonksiyonlara ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin önermelerde doğrulama veya ispat yapılmasını içeren çalışma kâğıdı, analitik dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir.

Fonksiyonlarda dört işlem özelliklerini yorumlamaya ilişkin açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıdı, analitik dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin cebirsel ve grafik temsilleri üzerinden doğrusal, karesel, karekök, rasyonel referans fonksiyonları ve bu fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerini inceleyebildiği; cebirsel veya grafik temsili verilen fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarımlar yapabildiği; öğrendiği referans fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebildiği; referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların cebirsel temsili ile grafik temsili arasında geçiş yapabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin öğrenme eksiklikleri, açık uçlu sorular sorularak belirlenir. Referans fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebilmesine, referans fonksiyondan türetilen fonksiyonların cebirsel temsili ile grafik temsili arasında geçiş yapabilmesine dair becerilerinin, kavram yanılgılarının, ilgi ve ihtiyaçlarının belirlenmesi amacıyla öğrencilere farklı soru türlerinden oluşan hazır bulunuşluk testi uygulanabilir.

**Köprü Kurma** Öğrencilerden önceden öğrendikleri tüm fonksiyonlar ve fonksiyonların nitel özellikleriyle ilgili bir kavram haritası oluşturmaları istenir. Bu kavram haritası üzerinden öğrencilerin kendi ön bilgilerini değerlendirmeleri beklenir. Birden çok fonksiyonel işlemi sırasıyla yapmanın hangi durumlarda gerekli olduğuyla ilgili sınıf içi tartışma yapılır. Referans fonksiyonlardan türetilen fonksiyonlarla referans fonksiyonlar arasındaki ilişki yeniden ele alınır. Örneğin  $f$  bir doğrusal referans fonksiyon olmak üzere  $f$ 'nin grafiğinin 2 birim aşağıya ötelenmesiyle elde edilen fonksiyonun cebirsel temsili  $h(x) = f(x) - 2$  olmasından yola çıkılarak  $f$  fonksiyonu ve gerçekte sayılarda  $h(x) = x - 2$  şeklinde tanımlı  $h$  fonksiyonu arasındaki ilişki yorumlanır. Benzer şekilde gerçekte sayılarda  $t(x) = (x - 2)^2$  şeklinde tanımlı fonksiyondan hareketle  $h(x) = x - 2$  şeklinde yeni bir  $h$  fonksiyonu tanımlanarak  $t(x) = (h(x))^2$  şeklinde tanımlı fonksiyona dönüşüm üzerinde durulur. Bu bağlamda dönüşüm sonucu oluşan fonksiyonun birden fazla fonksiyonun sağladığı dönüşümü tek başına temsil ettiğinin fark edilmesi sağlanır.

### Öğrenme-Öğretme

#### Uygulamaları **MAT.11.1.7**

Bir referans fonksiyon ile bu fonksiyondan türetilmiş bir fonksiyonun cebirsel ve grafik temsilleri incelenir. Referans fonksiyona hangi dönüşümler uygulandığı tespit edilerek iki fonksiyon arasında bileşke ilişkisi kurulur. Bu dönüşümler cebirsel bir işlem olarak yeniden ifade edilerek bileşke işlemi gösterimine geçilir. İki farklı fonksiyonun bileşke işlemi göstermek için  $f(g(x))$  veya  $(f \circ g)(x)$  gösterimleri kullanılır (**MAB3**).  $f \circ g$  fonksiyonunun tanımlı olabilmesinin asgari koşullarının belirlenebilmesinde cebirsel ve grafik temsillerin veya tabloların sistematik ve analitik bir şekilde kullanılması sağlanır (**E3.6, E3.7**).  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarından elde edilen  $f \circ g$  ve  $g \circ f$  fonksiyonlarının grafikleri, matematik yazılımları kullanılarak incelenir (**OB4, MAB5**). Bu sayede öğrencilerin dijital araçlarla iş görme becerilerinin geliştirilmesine de katkı sağlanır (**OB2**).

Bir ilişkinin fonksiyon olma şartları ve fonksiyonların nitel özellikleri ele alınarak elde edilen bileşke fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin varsayımlar geliştirilir. Bu varsayımlar, herhangi bir nitel özelliği verilen fakat cebirsel temsili verilmeyen fonksiyonları da içerir. Örneğin  $f$  veya  $g$  fonksiyonlarının bire bir, örten, artan-azalan, tek-çift olmasına ve maksimum-minimum noktaları ile sınırlarına yönelik kabuller verilerek  $f \circ g$  veya  $g \circ f$  fonksiyonlarının nitel özellikleri hakkında varsayımlar geliştirilir. Öğrencilerden  $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$  eşitliğinin her  $f$  ve  $g$  fonksiyonu için sağlanıp sağlanamayacağına ve gerçekte sayılarda tanımlı bir fonksiyon ile tersi olan fonksiyonun bileşkesinin uygun koşullarda tanımlı doğrusal referans fonksiyonu verdiğine yönelik varsayıma ulaşmaları beklenir.



Keyfî fonksiyonlar üzerinden bileşke işleminin ve ters fonksiyonun özelliklerine  $[(fog)^{-1}(x) = (g^{-1}of^{-1})(x), (fo(goh))(x) = ((fog)oh)(x)]$  gibi değinilmez. Elde edilen varsayımlar bir araya getirilerek genellemeler oluşturulur. Bu bağlamda sadece gerçek sayılarda tanımlı ve değerli fonksiyonlar ele alınır ve bileşke işleminin getirdiği dönüşümler, cebirsel ve grafik temsillerinin eş zamanlı kullanılmasıyla yorumlanır. Genellemelerin varsayımları karşılayıp karşılamadığı kontrol edilerek bu genellemelerden bileşke fonksiyonların nitel özelliklerine ilişkin önermeler elde edilir. Bu önermeler, matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Bileşke fonksiyonlara ilişkin önermeler; ekonomi, fizik, kimya ve biyoloji gibi disiplinlerdeki kullanımları açısından değerlendirilir. Örneğin bir ürünün etiket fiyatına bağlı olarak sırasıyla indirimler uygulanır ve ürünün indirimler sonrası oluşan satış fiyatına vergi kesintileri uygulanır. Son durumda birim adetteki gelir, bileşke fonksiyonlarla modellenir (**OB3**). Ayrıca bir aracın zamana bağlı olarak harcadığı yakıt miktarını modellemek için zamana bağlı olarak aldığı yolu modelleyen fonksiyonla aracın harcadığı yakıt miktarını katettiği mesafeye göre modelleyen fonksiyon, bileşke fonksiyon olarak ifade edilebilir. Bu tür modellemeler, öğrencilerin bilinçli tüketim alışkanlıklarını destekler (**OB3, D17.1**). Kimyada şişirilen bir balonun içerisindeki gaz kütlelerinin zamana bağlı değişimini veren bir fonksiyon ile gaz basıncının balonun içerisindeki gaz kütlelerine bağlı değişimini veren fonksiyondan bileşke fonksiyon elde edilebilir. Biyolojide bir canlı türü popülasyonunun zamana bağlı değişimini veren fonksiyon ile bu canlı türü popülasyonuna bağlı olarak ortamda kalan yiyecek miktarını veren bir fonksiyon, bileşke fonksiyon bağlamında incelenebilir (**D5.2**). Öğrencilere gerçek yaşam durumlarında bileşke fonksiyonların kullanım alanlarını incelemeye yönelik araştırma ödevi verilerek görev bilincine sahip olması desteklenir (**D16.3**). Bileşke fonksiyonların nitel özelliklerinden elde edilen önermelerin değerlendirilebileceği çalışma kâğıdı verilebilir.

Öğrencilerden bileşke fonksiyonlara ilişkin elde ettiği önermeleri grafiksel olarak doğrulamaları veya cebirsel olarak ispatlamaları beklenir. Fonksiyonların nitel özelliklerinin tanımları bağlamında cebirsel ispatlarda mantık bağlaçları ve niceleyicilerin işe koşulması sağlanır. Örneğin  $f$  ve  $g$  fonksiyonları bire bir iken  $fog$  ve  $gof$  fonksiyonlarının bire birliğinin cebirsel olarak ispatlanmasında fonksiyonların bire birlik tanımının cebirsel ifadesi kullanılır. Bileşke işlemi için tanım ve değer kümelerinin belirlenmesinden ispatın adım adım gerçekleştirilmesine kadar olan süreçte mantık bağlaçları ve niceleyicilerin ispatın sistematikliğini ve matematiksel kesinliğini yansıtacak şekilde kullanılması beklenir. Ayrıca öğrencilerden “ $f$  fonksiyonu çift ise  $gof$  fonksiyonu çifttir.” gibi önermeleri grafiksel olarak doğrulamaları ve cebirsel olarak ispatlamaları beklenir (**D3.3**). Bu şekilde yapılan doğrulama ve ispatlar kullanışlılık açısından değerlendirilir. Bileşke fonksiyonlara ve bu fonksiyonların nitel özelliklerine yönelik performans görevi verilebilir.

### MAT.11.1.8

Referans fonksiyonlar ve onlardan türetilen fonksiyonlarla yapılan toplama ve çıkarma işlemleri, hem cebirsel hem de grafik olarak incelenir. Çarpma ve bölme işlemleri ise sadece cebirsel olarak incelenir. Bu incelemelerden yola çıkılarak fonksiyonlarla dört işlemin tanımlı olabilmesinin asgari koşullarının keşfedilmesi sağlanır. Belirlenen tanım kümelerine göre fonksiyonlarla yapılan işlemler, uygun cebirsel veya grafik temsillerle ifade edilir. Örneğin gerçek sayılarda  $f(x) = x^2$  ve  $g(x) = x$  şeklinde tanımlı fonksiyonlarla elde edilen  $f+g$  ve  $f-g$  fonksiyonlarının cebirsel ve grafik temsilleri oluşturulabilir. Ardından  $f, g, f+g, f-g$  fonksiyonlarında oluşan değişim; hem grafik üzerinde hem de cebirsel olarak değerlendirilir. Buradan yola çıkılarak iki fonksiyonla yapılan toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri sonucunda yeni fonksiyonların elde edilebilmesi ile bu iki fonksiyonun tanım kümelerinin ilişkisi; hem sözel hem de cebirsel olarak ifade edilir. Fonksiyonlarla yapılan çarpma ve bölme işlemlerinde toplama ve çıkarma işlemlerinden farklı olarak fonksiyonların grafik temsillerindeki yapısal değişiklikler matematik yazılımlarıyla gözlemlenir (**OB2, MAB5**). Öğrencilere fonksiyonlarda dört işlem özelliklerini yorumlamaya ilişkin açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Bileşke fonksiyonlarla yapılan işlemler,  $n$  adet fonksiyondan elde edilen bileşke fonksiyonlara ve bir fonksiyonun  $n$  adet bileşkesinden elde edilen fonksiyonlara genellenir. Periyodik fonksiyonların kullanıldığı bileşke fonksiyon örnekleri incelenir. Bileşke fonksiyonlardan oluşturulan denklem ve eşitsizliklerde fonksiyonlar tanım kümesinin elemanı kabul edilerek yeni denklem veya eşitsizlikler oluşturulur. Örneğin  $\forall x \in \mathbb{R}$  için  $f(x) < g(x)$  ise  $(fof)(x) < (fog)(x)$  gibi önermelerin hangi durumlarda doğru olabileceği tartışılır. Fonksiyonlarla toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve bileşke gibi fonksiyonel işlemler algoritmik bir dille yapılandırılır.

(\*) Algoritma konusunda çözümlenen sözde kod örneklerinden yola çıkılarak iç içe (nested) fonksiyonlar ile bileşke fonksiyonun ilişkisini ortaya koyan örnekler incelenir. Döngüler kullanılarak çözülebilen problemlerin öz yinelemeli fonksiyonlarla daha kolay çözülebileceğine yönelik örnekler verilir.

**Destekleme** Bileşke fonksiyonlar ve fonksiyonlarda dört işlem özellikleri incelenirken genellikle sayısal verilerden yararlanır. Örneğin verilen  $f, g$  fonksiyonlarında  $fog$  fonksiyonunu elde etmek yerine anlamlandırma sağlanana kadar  $fog$  fonksiyonunun sayısal değerleriyle işlem yapılır. Bileşke fonksiyonun nitel özellikleriyle ilgili önermeler, sayısal verilerden ve grafik temsillerden yararlanılarak doğrulanır. Ayrıca bu doğrulamaların veya ispatların belli aşamaları verilerek diğer aşamalarının öğrenciler tarafından tamamlanması beklenir.

Bileşke fonksiyonların kullanıldığı gerçek yaşam durumu örnekleri, öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılır. Bileşke fonksiyonların temsil edilebileceği somut materyaller kullanılır. Öğrencilere bileşke fonksiyonları cebirsel olarak ifade edebilmeye ve grafik temsilde yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır. Bileşke fonksiyonlar ve fonksiyonlarda dört işlemle ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılır. Öğrenciler için bireyselleştirilmiş öğrenme planları oluşturulur ve öğrencilerin bileşke fonksiyonlarla ilgili bireysel ihtiyaçlarına uygun hedefler belirlenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 2. TEMA: GEOMETRİK ŞEKİLLER

Bu temada öğrencilerin üçgende açı, benzerlik ve alan özelliklerinden yola çıkarak dörtgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilmele-ri; özel dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve simetri özelliklerinden hareketle aralarındaki ilişkileri yapılandırabilmeleri; çokgenleri sınıflandırabilmeleri; dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin çıkarımda bulunabilmeleri; dışbükey çokgenlerin ve özelliklerinin kullanıldığı durumlara ilişkin problem çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 62

**ALAN  
BECERİLERİ**

MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.10. Çıkarım Yapma, MAB1.1. Matematiksel Doğrulama veya İspat Yapma), MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER**

KB2.5. Sınıflandırma, KB2.10. Çıkarım Yapma, KB2.13. Yapılandırma

**EĞİLİMLER**

E1.1. Merak, E1.5. Kendine Güvenme (Öz Güven), E3.5. Açık Fikirlilik, E3.6. Analitik Düşünme, E3.10. Eleştirel Bakma

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri**

SDB1.3. Kendine Uyarlama ( Öz Yansıtma), SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler**

D14. Saygı, D16. Sorumluluk

**Okuryazarlık Becerileri**

OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı, OB9. Sanat Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER**

Görsel Sanatlar, Mimari

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER**

MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.11.2.1. Üçgenlerde açı, benzerlik ve alan özelliklerinden yola çıkarak dörtgenlerin açı, kenar, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilme

- Dörtgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarını kullanarak dörtgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin örüntüleri geneller.
- Dörtgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin varsayımları ile genellemelerini karşılaştırır.
- Elde ettiği genellemeleri kullanarak dörtgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin önermeler sunar.
- Dörtgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin sunduğu önermeleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirir.
- Elde ettiği önermeleri üçgenlerde açı, benzerlik ve alan özelliklerini kullanarak ispatlar.
- İşe koştuğu ispatı kullanışlılık açısından değerlendirir.

MAT.11.2.2. Özel dörtgenlerin kenar, açı, köşegen ve simetri özelliklerinden hareketle aralarındaki ilişkileri yapılandırabilme

- Dörtgenlerin özelliklerini kullanarak özel dörtgenler arasında hiyerarşik veya nedensel ilişkiler ortaya koyar.
- Özel dörtgenler arasındaki hiyerarşik ilişkilere dair anlamlı bir bütün oluşturur.

MAT.11.2.3. Çokgenleri içbükey veya dışbükey olarak sınıflandırabilme

- Çokgenleri ayırt etmek için ölçütler belirler.
- Çokgenleri belirlediği ölçütlere göre ayırıştırır.
- Ayırıştırdığı çokgenleri tasnif eder.
- Çokgenleri belirlediği ölçüte uygun olarak etiketler/belirler.

MAT.11.2.4. Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine dair çıkarım yapabilme

- Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine dair varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarını kullanarak dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin örüntüleri geneller.
- Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin genellemelerini varsayımları ile karşılaştırır.
- Elde ettiği genellemeleri kullanarak dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin önermeler sunar.
- Dışbükey çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine ilişkin sunduğu önermeleri problem durumlarına uyarlayarak kullanışlılık açısından değerlendirir.

MAT.11.2.5. Çokgenlerin kenar, açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerini içeren problemler çözebilme

- Çokgenleri içeren problemlerin parçalarını (nicelik, şekil gibi) belirler.
- Problemin parçaları arasındaki ilişkileri belirler.
- Problemin bileşenlerini ve aralarındaki ilişkileri bağlama uygun olarak matematiksel temsillere dönüştürür.
- Matematiksel temsillere dönüştürdüğü problemin öncüllerini ve ulaşmak istediği sonucu kendi ifadeleri ile açıklar.
- Problemin çözümü için stratejiler geliştirir.
- Geliştirdiği stratejileri kullanarak problemi çözer.

- f) Çözümünü kontrol eder ve çözüme ulaştırmayan stratejiyi değiştirir.
- g) Problemin olası farklı çözüm stratejilerini inceleyerek problemin çözüme ilişkin deneyimini gözden geçirir.
- ğ) Deneyimine dayalı olarak çözüme ulaştıran stratejilerin hangi problemlere uyarlanabileceğine ilişkin çıkarım yapar.
- h) Ulaştığı çıkarımların geçerliliğini değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Dörtgenlerin Açık, Kenar, Köşegen, Simetri ve Alan Özellikleri, Bunlar Arasındaki İlişkiler, Özel Dörtgenler, Çokgenlerin Sınıflandırılması ve Çokgenlerin Özellikleri

- Genellemeler**
- Çokgenlerin özellikleri ve çokgenlere ilişkin bağıntılar, çokgenlerin üçgenlere parçalanarak incelenmesi ile elde edilebilir.
  - Dörtgenler arasındaki ilişkiler, dörtgenlerin temel elemanları ya da köşegen ve simetri gibi özellikleri kullanılarak oluşturulur.

**Anahtar Kavramlar** alan, deltoid, dışbükey çokgen, dikdörtgen, düzgün çokgen, eşkenar dörtgen, içbükey çokgen, kare, köşegen, paralelkenar, simetri, yamuk

**Sembol ve Gösterimler**  $\perp$ ,  $\parallel$ , AB, [AB], |AB|, A(ABCD), Ç(ABCD)

**ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)** Öğrenme çıktıları; açık uçlu sorular, doğru-yanlış soruları, kısa cevaplı sorular, çalışma kâğıtları, kavram haritası, tanılayıcı dallanmış ağaç, yapılandırılmış grid, performans görevi ve araştırma ödevi ile değerlendirilebilir.

Üçgenlerde açı, benzerlik ve alan özelliklerinden yola çıkılarak dörtgenlerin özelliklerine ilişkin bilgi ve çıkarımların değerlendirilmesi amacıyla verilen çalışma kâğıdı analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Öğrencilerin çokgenler ve dörtgenlere ilişkin yaptıkları sınıflandırma, yapılandırma ve çıkarımlara ilişkin bilgi ve becerilerini konuyla ilgili farklı problem durumlarının oluşturulması ve problemlerin çözümü için kullanmalarını sağlayacak bir performans görevi verilebilir. Öğrencilerin çalışmaları, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin üçgenin temel elemanlarının özelliklerine ilişkin çıkarım yapabildikleri, üçgenin yardımcı elemanlarına dair özellikler ve üçgenin alanıyla ilgili çıkarımlarda bulunarak problem çözebildikleri kabul edilmektedir. Ayrıca öğrencilerin üçgende eşlik ve benzerliğe dair çıkarımlarda bulunarak eşlik ve benzerlikle ilgili çıkarımlarını geometrik problemlerin çözümünde kullanabildikleri kabul edilmektedir. Bunun yanı sıra öğrencilerin önceki sınıflarda çokgen ve dörtgenlerin özellikleriyle ilgili edindiği bilgilerden hareketle paralelkenar, eşkenar dörtgen, yamuk, dikdörtgen ve karenin alan bağıntılarına ilişkin çıkarım yapabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilere yöneltilen sorularla onların çokgen ve dörtgenlerle ilgili önceki sınıflarda edindikleri bilgilere dair değerlendirme yapılır. Benzer şekilde üçgenin temel ve yardımcı elemanları ile üçgende eşlik ve benzerliğe ilişkin sorularla da öğrencilerin bu konularla ilgili bilgileri değerlendirilir. Ayrıca öğrencilere simetri ile ilgili sorular sorularak simetri hakkındaki bilgilerin hatırlanması sağlanır. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplarla öğrenme eksiklikleri ve yanlış anlamaları belirlenir, varsa giderilmesi için uygun görevler ve yöntemler (soru cevap, karşıt örnek verme gibi) işe koşulur.

**Köprü Kurma** Öğrencilerden üçgenle ilgili olarak önceki sınıflarda öğrendikleri bilgilerin üzerine çokgenlerin ve dörtgenlerin özelliklerini inşa etmeleri beklenir. Öğrencilerin üçgenleri bir araya getirerek oluşabilecek şekillerle ilgili sınıf tartışmaları yapmaları sağlanır. Verilen şekillerin üçgenlere ayrılmaları sağlanarak da dörtgenlerin özelliklerinin yapılandırılmasına yönelik ön hazırlıklar yapılır. Köprü ya da farklı yapılarda üçgen modellerinin bir araya gelmesiyle oluşan şekil modeller de bu bağlamda incelenebilir. Üçgen ve dörtgenlerin kenar, açı sayıları ve özelliklerinden yola çıkılarak diğer çokgenlerin özelliklerinin de benzer şekilde yapılandırılması beklenir.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.11.2.1

Öğrencilerin önceki sınıf düzeylerinden öğrendikleri dörtgenlerin temel özelliklerinden (iç açı, dış açı, kenar sayısı, köşegen sayısı) yola çıkılarak yapılan örnek çizimlerle bir dörtgenin başka bir temel özelliğinin dışbükeylik-içbükeylik olduğuna dair açıklamalar yapılır. Sadece dışbükey dörtgenlere ait özellikler incelenir.

Öğrencilerin farklı dörtgenlere ait örnekleri inceleyerek her bir dörtgenin açı, kenar ve köşegen özellikleri ile ilgili varsayımda bulunması sağlanır. Dörtgen örnekleri, çalışma kâğıdı veya matematik yazılımları kullanılarak sunulur (**MAB5**). Örneklerin matematik yazılımları kullanılarak sunulmasıyla öğrencilerin dijital araçlarla çalışabilme becerilerinin gelişimi de desteklenir (**OB2**). Öğrenciler, örnekler üzerinden elde ettikleri varsayımlarından genellemeler yapar. Bu süreçte öğrencilerin kendi fikirlerini ve arkadaşlarının görüşleriyle ilgili düşüncelerini paylaşmaları desteklenmelidir (**SDB2.1**). Daha sonra öğrencilerin ulaşılan genellemelerin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını belirleyerek genellemelerini önermeler ("Eşkenar dörtgenin köşegenleri açıortaydır.", "İkizkenar yamuğun köşegenleri birbirini oranlı olarak böler." gibi) olarak ifade etmesi istenir. Önermelerin değerlendirilmesi sürecinde öğrencilerin sunulan önermeleri dörtgenlere ilişkin başka özelliklerin belirlenmesinde kullanması beklenir.

Benzer bir çıkarım yapma süreci işletilerek, öğrencilerin üçgene ilişkin bilgilerini kullanarak ve farklı dörtgen örnekleri üzerinde çalışmalar yaparak dörtgenlerin simetri ("Paralelkenarın simetri eksenini yoktur.", "Karenin köşegenleri simetri eksenidir." gibi) ve alan ("Dörtgenin alanı, köşegen uzunlukları ile köşegenleri arasındaki açının sinüsünün çarpımının yarısına eşittir." gibi) özelliklerine ilişkin çıkarımlarda bulunması sağlanır. Bunun yanı sıra öğrencilerden dörtgenle ve üçgenle ilgili çıkarım ve değerlendirmelerini (üçgende benzerlik koşulları ve alan bağıntıları, Pisagor teoremi gibi) kullanarak dörtgenlere ilişkin başka çıkarımlara ("Paralelkenarın köşegenleri alanını dört eş parçaya ayırır." gibi), özel dörtgenlerden biri olan deltoidin tanımına ve deltoidin açı, köşegen, simetri ve alan özelliklerine öğretmenin rehberliğinde ulaşmaları beklenir. Elde ettikleri önermeleri ispatlamak için dörtgenin içinde özelliğe uygun şekilde oluşturulan üçgenlerin açı, benzerlik veya alan özelliklerini işe koşmaları sağlanır. Yapılan ispatları farklı problem durumlarına uyarlayarak kullanışlılık açısından değerlendirmeleri sağlanır. Öğrencilere üçgenlerde açı, benzerlik ve alan özelliklerinden yola çıkılarak dörtgenlerin özelliklerine ilişkin bilgi ve çıkarımların değerlendirilmesi amacıyla tanılayıcı dallanmış ağaç, doğru-yanlış soruları ve açık uçlu sorulardan oluşan bir çalışma kâğıdı verilebilir.

### MAT.11.2.2

Öğrenciler özel dörtgenlerin açı, kenar, köşegen ve simetri özelliklerine ilişkin bilgilerini kullanarak dörtgenler arasındaki ilişkilere dair fikirlerini paylaşır. Bunun için öğrencilerin gruplar halinde veya sınıfça tartışabilecekleri bir ortam oluşturulur. Öğrencilerden bu ilişkileri görsel olarak ortaya koyan akış şeması veya kavram haritası yapmaları istenebilir. Bu şema veya kavram haritaları, dijital ortamlarda da oluşturulabilir (**OB2**). Yapılan çalışmalarda dörtgenler arasındaki ilişkiler ("Eşkenar dörtgen, karşılıklı açılarının ölçüleri birbirine eşit olan bir deltoiddir." veya "Eşkenar dörtgen, tüm kenar uzunlukları birbirine eşit olan bir paralelkenardır." gibi) vurgulanmalıdır. Öğrencilere yöneltilecek açık uçlu sorular ve öğrenci cevaplarına verilen dönütlerle öğrencilerin deltoid ile diğer özel dörtgenler arasındaki benzerlikler (kenar, köşe sayısı gibi) ve

farklılıklarla (kenar uzunlukları, köşegenlerin kesişme durumları gibi) ilgili yeni fikirler geliştirmeleri sağlar (E3.5). Öğrencilerin fikirleri doğrultusunda ve simetri eksenini, kenarların paralelligi, kenarların uzunluklarının birbirine eşit olması gibi özellikler bağlamında dörtgenleri farklı hiyerarşik yapılarda sınıflandırmaları beklenir. Bu sınıflandırmalarda belirlenen hiyerarşik yapıya uygun olmayan dörtgenlerin olup olmadığı da incelenir. Öğretmenin tüm çalışmalara ilişkin sürece soru, yönerge ve açıklamalarıyla rehberlik etmesi beklenir. Öğrencilerin özel dörtgenlerin arasındaki ilişkilere dayalı olarak gerçekleştirdiği yapılandırma süreci ve edindikleri bilgiler, kısa cevaplı sorular veya yapılandırılmış grid kullanılarak değerlendirilebilir.

### MAT.11.2.3

Öğrencilere farklı kenar sayısına sahip içbükey ve dışbükey çokgen örneklerinin bulunduğu çalışma kâğıtları verilerek örnekleri karşılaştırmaları istenir. Öğrencilerin farklı olduğunu düşündükleri çokgenleri gruplandırmaları istenerek farklı gruplara koydukları çokgenlerin bu görünümünün sebepleri üzerine düşünmeleri sağlanır. Sınıf gruplara ayrılarak her bir gruba verilecek çalışma kâğıdıyla öğrencilerin birlikte çalışmalarına da olanak verilir (SDB2.1, SDB2.2). Öğrencilerden çokgenleri sınıflandırmalarını sağlayacak ölçütler belirlemeleri istenir ve öğrencilerin belirledikleri ölçütler sınıfça tartışılır. Öne çıkan fikirlerden içbükey ve dışbükey çokgenleri ayırmak için kullanılacak ölçütler (en az bir iç açının ölçüsünün  $180^\circ$ 'den büyük olması, çokgenlerin iç bölgesinde alınan herhangi iki noktayı birleştiren doğru parçalarının tüm noktalarının her durumda çokgenin iç bölgesinde kalmaması gibi) öğrencilerle beraber belirlenir ve gerekçelendirilir. Öğrencilerin grup çalışması içinde üzerine düşen görevleri yerine getirme çabası, sorumluluk bilincine sahip olmalarını ve özgüvenlerinin gelişimini de destekler (D16.3, E1.5). Öğrencilerden belirlenen ölçütlere göre çokgenler üzerinde ölçüm ve çizimler yaparak çokgenleri sınıflandırmaları ve oluşturdukları çokgen gruplarını düzenlemeleri istenir (MAB5). Oluşturulan gruplarda bulunan çokgenlerin içbükey ve dışbükey olarak adlandırıldığı ifade edilerek farklı çokgenlerin isimlendirilmesi (dışbükey beşgen, içbükey dörtgen gibi) sağlanır. Öğrencilere farklı kültürlere ve Türk-İslam kültürüne ait dışbükey ve içbükey çokgen çizimlerinin bulunduğu motif, süsleme ve dokuma örnekleri sunulur. Sunulan örneklerdeki geometrik yapılar incelenerek öğrencilerin kültür ve sanat okuryazarlığı desteklenir (OB5, OB9). Ayrıca sunulan bu örnekler aracılığıyla öğrencilerin kültürel mirasa değer vermeye ilişkin duyarlılıklarının artırılması sağlanır.

### MAT.11.2.4

Öğrencilerde konuya dair merak uyandırmak için Farabî'nin dışbükey dörtgen, beşgen ve çokgenleri parçalayarak incelemesiyle ilişkili geometri çalışmalarından bahsedilir (E1.1). Farklı kenar sayısına sahip dışbükey çokgen örneklerini kullanarak öğrencilerin çokgenin bir köşesinden kaç köşegen çizilebileceğine ve bir köşeden çizilen köşegenlerle çokgenin kaç üçgene ayrılacağına dair varsayımlarda bulunmaları sağlanır. Öğrencilerden örnekler üzerinde yapacakları çizim ve incelemelerle varsayımlarını genellemelere dönüştürmeleri beklenir. Öğrencilerin bir tablo oluşturmaları ve sırasıyla üçgen, dörtgen, beşgen, altıgen ve yedigen için tespit ettikleri köşegen ve üçgen sayılarını belirlemeleri sağlanır (MAB3). Kenar sayısı verilen bir çokgenin bir köşesinden kaç tane köşegen çizilebileceği ve bu köşegenlerle çokgenin içinde kaç tane üçgen oluşabileceğine ilişkin genellemelere sınıf içi tartışma yoluyla ulaşmaları desteklenir. Öğrencilerden ulaşılan genellemeler ile varsayımlarını karşılaştırması ve ulaşılan genellemeleri önermeler ("Bir çokgenin iç bölgesinde belirli bir köşeden en fazla çizilen köşegen sayısının bir fazlası kadar üçgen oluşur." gibi) olarak ifade etmesi istenir. Öncelikle çokgenin iç açılarının ölçüleri toplamını kenar sayısına bağlı olarak ifade etmeleri ve çokgenin dış açılarının ölçüleri toplamının kenar sayısından bağımsız olarak  $360^\circ$  olduğu çıkarımını yapmaları beklenir. Daha sonra öğrencilere düzgün çokgen tanımı hatırlatılır ve Ebu Sehl Kuhî'nin bazı düzgün çokgenlerin çizimine ilişkin yaptığı çalışmalarla ilgili bilgi verilir. Bunun yanı sıra Türk-İslam mimarisine ait, yapımında düzgün çokgenlerin (düzgün sekizgen ve düzgün altıgenin kullanımı gibi) kullanıldığı eserler incelenerek bu eserlerin yapımında kullanılan düzgün çokgenlerin nasıl ve neden kullanıldıklarına dair araştırma ödevi verilebilir. Öğrencilerin Türk-İslam kültürüne ilişkin yapacakları bu çalışmalarla kültürü oluşturan unsurları ve kendi kültürlerini fark etmeleri sağlanır. Bu sayede kültürel mirasa sahip çıkma duyarlılıkları da desteklenir (OB5). Bu aşamada öğrencilerin çokgenlerin açılı özelliklerine ilişkin çıkarımlarından hareketle düzgün çokgen tanımını da kullanarak

bir düzgün çokgenin bir iç ve bir dış açısının ölçüsünü veren bağıntıları kenar sayısına bağlı olarak ifade etmeleri sağlanır. Böylece önceki bilgi ve çıkarımlarını kullanarak, yorumlayarak yeni sonuç ve çıkarımlara ulaşan öğrencilerin bilgi okuryazarlığı becerileri desteklenmiş olur **(OB1)**. Çokgenlere ilişkin yapılan çıkarımların değerlendirilmesi bağlamında ayrıca düzgün beşgen, düzgün altıgen ve düzgün sekizgenin açı özellikleri kullanılarak köşegen ve simetri özellikleri incelenir. Bu çokgenlere dair çıkarımlar (“Düzgün beşgenin tüm köşegen uzunlukları eşittir.” gibi) yapılmasını sağlayacak süreç işe koşudur. Öğrencilerin düzgün beşgen, düzgün altıgen ve düzgün sekizgen örnekleri üzerinden kenar sayısı tek veya çift sayı olan düzgün çokgenlerin köşegen ve simetri (“Çift kenar sayısına sahip düzgün çokgenlerde en uzun köşegenler simetri eksenidir.”, “Düzgün çokgenlerde bir köşeden çizilen iç açıortay simetri eksenidir ve farklı köşelerden çizilen iç açıortaylar tek noktada kesişir.” gibi) özelliklerine ilişkin genellemeler yaparak çıkarımlarda bulunması sağlanır. Düzgün çokgenlerin köşegen ve simetri özelliklerine ilişkin yapılan çıkarımlara bağlı olarak düzgün altıgen, düzgün sekizgen ve düzgün onikigenin alanlarının nasıl hesaplanabileceğine ve alan özelliklerine ilişkin çıkarımda bulunmalarına yönelik çalışmalar yapılır. Bu süreç sonunda ortaya konan önermeler, farklı problem durumlarına uyarlanarak kullanılabilirlik açısından değerlendirilir. Öğrencilere çokgenler ve çokgenlerin özelliklerine ilişkin çıkarımlarının değerlendirilmesi için farklı soru türlerinin bulunduğu çalışma kâğıtları verilebilir.

#### **MAT.11.2.5**

Öğrencilere çokgenler ve dörtgenlerin özelliklerine ilişkin çıkarımlarını ve özel dörtgenler arasındaki ilişkilere dair edindikleri bilgi ve becerileri kullanabilecekleri farklı problem durumları sunularak bu problemleri incelemeleri istenir. Öğrencilere sunulacak bu problemlerde çokgen ve dörtgenlerin günlük hayatta ve başka disiplinlerde kullanımına ilişkin örneklerle özellikle yer verilir. Tekstil ve dokumacılık sektörü, süsleme ve görsel sanatlar, çokgen ve dörtgen kullanılarak oluşturulan eserler, mimari yapılar, yapıların yüzey kaplamaları ve doğada karşılaşılan örneklerle ilgili problem durumlarında çokgen ve dörtgenler kullanılır **(OB4)**. Problemlerde kullanılacak örnekler seçilirken Türk kültürüne ait yöresel halı dokuma örnekleriyle çokgen ve dörtgenlerin süsleme ve resim sanatındaki kullanımları ele alınarak öğrencilerin kültürü oluşturan unsurlarla kendi kültürünün özelliklerini fark etmeleri sağlanır **(OB5)**. Türk kültürüne ilişkin örnekler, öğrencilerin kültürel mirasa ilişkin duyarlılıklarını pekiştirir **(D14.3)**. Öğrencilerin sunulan problem durumlarına ilişkin olarak öncelikle problemin parçaları (sayısal veya nicel, görsel veya şekil gibi) ve bu parçalar arasındaki ilişkileri belirlemeleri sağlanır. Öğrencilerden özellikle gerçek yaşam durumlarını içeren problemleri analitik bir yaklaşımla matematiksel temsillerle ifade edecek şekilde dönüştürmesi ve problemin bileşenlerini belirlemesi beklenir **(E3.6, MAB3)**. Öğrencilerin problemin çözümü için geliştirdikleri stratejileri uygulayarak problemi çözmeleri ve çözümlerini kontrol etmeleri sağlanmalıdır **(SDB3.3)**. Bu tür problemlerin çözümlerinde çokgen olabilme koşullarının verilen noktaların içbükey, dışbükey çokgen olacak şekilde bir araya getirilmesini; pergel, cetvel, ölçüsüz cetvel veya matematik yazılımlarının kullanımını; farklı çokgen ve dörtgen çeşitlerinin özelliklerinin kullanımını içeren stratejiler kullanılır. Daha sonra öğrencilerin farklı çözüm yollarını ve stratejileri eleştirel bir yaklaşımla gözden geçirmeleri teşvik edilir **(E3.10)**. Bunun için öğrencilerin çözümleri tartışma ortamında ele almaları sağlanır. Tartışılan çözüm yolları üzerinden problemin çözümünü sağlayan yolların benzer tüm durumlara genellenip genellenemeyeceğine yönelik çıkarımlar yapılır. Çözüm stratejilerinden hangilerinin hangi tür problemlerde kullanılabileceğine ilişkin (pergel, cetvel, ölçüsüz cetvel veya matematik yazılımlarının, çokgenlerin özelliklerinin kullanımı gibi) çıkarımların matematiksel örneklerle desteklenerek değerlendirilmesi yapılır. Öğrencilerden kendi uyguladıkları stratejilerin doğruluğu ya da yanlışlığı üzerinden ayrıca bir değerlendirme yaparak kendilerinin belirlediği stratejileri farklı problem durumlarına uyarlamaları beklenir. Bu değerlendirmeler sonucunda öğrencilerin elde ettikleri genellemeleri farklı problem durumlarına yansıtılmaları sağlanır **(SDB1.3)**. Öğrencilere farklı disiplinlerde çokgen ve dörtgenlerin kullanımına dayalı problemler içeren çalışma kâğıdı verilerek problemleri çözmeleri istenebilir. Öğrencilerin çözüm sürecinde birbirleri ile etkileşim hâlinde çalışmalarını desteklenir.



Öğrencilere MAT.11.2.3, MAT.11.2.4 ve MAT.11.2.5 öğrenme çıktılarına yönelik olarak çokgenler ve dörtgenlere dair yaptıkları sınıflandırma, yapılandırma ve çıkarımlara ilişkin bilgi ve becerilerini konuyla ilgili farklı problem durumlarının oluşturulması ve problemlerin çözümü için kullanmalarını sağlayacak bir performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Öğrencilerden origamiyle düzgün çokgenler oluşturmaları istenir. Bu oluşumlarda katlamaların nasıl yapıldığı, neden o şekilde katlandığı gibi sorulara cevap vermeleri beklenir. Ayrıca düzgün çokgenlerin ötelenmesi, yansıtılması ve dönmesinden yararlanarak çeşitli desenler elde etmeleri istenir. Bu desenler hazır kâğıtlarla yapılabileceği gibi dijital araçlarla da yapılabilir.

Öğrencilerden doğadaki düzgün çokgen örnekleri (bal peteklerinin altıgen olması gibi) hakkında araştırma yaparak çalışmalarını özetlemek üzere afiş hazırlamaları ve bu afişleri sunmaları beklenir. Olanaklar dâhilinde öğrencilerin afişi dijital ortamda geliştirmeleri ve sınıfta paylaşmaları istenir.

Öğrencilere matematik yazılımları kullanılarak çokgenin kenar sayısının artmasıyla oluşan köşegen sayısındaki ve çokgenin içinde oluşan üçgen sayısındaki değişimleri gösteren bir çalışma verilir. Öğrencilerin çalışmalarını sınıf arkadaşlarına sunmaları sağlanmalıdır.

(\*) Çokgenin farklı köşelerden çizilen köşegenlerle veya farklı yollarla üçgenlere parçalandığı durumlarda iç açılarının ölçüleri toplamını veren bağıntının nasıl elde edilebileceğine dair bir çalışma yapmaları istenir.

(\*) Altın oranın ve yıldızın düzgün beşgenle ilişkisini, Mimar Sinan'ın eserlerinde beşgen kullanılarak oluşturulmuş geometrik desenleri ve Leonardo da Vinci'nin (Leyonardo da Vinçi) altın oranla ilgili yaptığı çalışmaları araştırmaları istenir.

(\*) Matematik yazılımları veya pergel, ölçüsüz cetvel kullanılarak inşa edilebilen düzgün çokgenler araştırma ödevi olarak verilir. Düzgün yıldız çokgenlerle ilgili araştırma yapılması istenir. Öğrencilerin yaptığı araştırmaları afiş, poster ve çevrim içi uygulamalar kullanarak sınıf arkadaşlarına sunmaları sağlanmalıdır.

**Destekleme** Öğrencilerin konuya ilişkin içerik bilgisine ulaşmalarında ve hedeflenen becerileri kazanmalarında çoklu ortam araçlarının (cetvel, gönye, pergel gibi matematiksel araç gereç veya matematik yazılımları) kullanımına dikkat edilir. Özellikle dijital etkileşimli içeriklerle uygulama yapma imkânı sağlanır. Öğrencilere temel bilgileri edinebilecekleri farklı görseller içeren çokgen örnekleri sunulur, bunlarla ilgili olarak akranlarıyla çıkarım yapma sürecine girmeleri beklenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



### 3. TEMA: İSTATİSTİKSEL ARAŞTIRMA SÜRECİ

Bu temada öğrencilerin iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan gerçek yaşam durumları bağlamında bir istatistiksel araştırma süreci yürütebilmeleri; başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan veri dağılımlarına ilişkin istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 36

**ALAN  
BECERİLERİ**

MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER**

KB2.18. Tartışma

**EĞİLİMLER**

E1.1. Merak, E3.7. SistematiK Olma, E3.8. Soru Sorma, E3.9. ŞüpHe Duyma, E3.10. Eleştirel Bakma

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri**

SDB1.1. Kendini Tanıma (Öz Farkındalık), SDB2.1. İletişim, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler**

D5. Duyarlılık, D6. Dürüstlük, D8. Mahremiyet, D13. Sağlıklı Yaşam, D14. Saygı, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri**

OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER**

Astronomi ve Uzay Bilimleri, Biyoloji, Coğrafya, Ekonomi, Kimya, Sağlık

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER**

MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma, KB3.3. Eleştirel Düşünme

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.11.3.1. İki nicel değişkenli veri ile çalışabilme ve iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe dayalı karar verebilme

- İki nicel değişkenli veriye dayalı istatistiksel araştırma gerektiren gerçek yaşam durumlarını belirler.
- Bağlam içerisinde iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan araştırma soruları oluşturur.
- İki nicel değişkenli veri toplamak/elde etmek için plan yapar.
- İki nicel değişkenli verileri toplayarak/elde ederek analize hazırlar.
- Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen iki nicel değişkenli verileri analiz etmek için görselleştirme ve/veya özetleme [tablo, serpm diyagramı (saçılım grafiği), bölgelere göre sayım oranı, korelasyon katsayısı] araçlarından uygun olanı seçer.
- Araştırma sorusu bağlamında toplanan/elde edilen verileri belirlediği araçlarla analiz eder.
- İki nicel değişkenli veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırmadan elde edilen bulguları yorumlayarak sonuç çıkarır.
- İki nicel değişkenli veri dağılımlarına dayalı istatistiksel araştırmadan elde edilen sonuçları araştırma sorusu bağlamında değerlendirir.

MAT.11.3.2. Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumları tartışabilme

- Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumlara yönelik istatistiksel temellendirme yapar.
- Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumlara yönelik hataları ya da yanlışlıkları tespit eder.
- Başkaları tarafından oluşturulan iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine dayalı istatistiksel sonuç veya yorumları çürütür ya da kabul eder.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** İki Nicel Değişkenin İlişkililiğini İçeren İstatistiksel Problemi Oluşturma, Verileri Toplama ve Analize Hazır Hâle Getirme, Bulgulara Ulaşma ve Bulguları Yorumlama, İstatistiksel Görsel, Özet, Sonuç, Yorum, Çıkarım veya Tahminleri Değerlendirme

- Genellemeler**
- Aynı gözlem birimlerinden elde edilen/toplanan verilerden hareketle oluşturulan iki nicel değişkenli dağılımlar, verilerin birlikte değişebilirliğindeki eğilimine ilişkin bilgi verir.
  - İki nicel değişken arasındaki ilişkililik, bu iki değişken arasındaki ilişkili olma durumunu ifade eder.
  - İki nicel değişken arasındaki doğrusal ilişkinin yönü ve gücü, sayısal bir değer olan korelasyon katsayısı olarak ifade edilir.
  - İki nicel değişkenin ilişkili olması, bu iki değişken arasında bir neden-sonuç ilişkisi olduğu anlamına gelmez.

**Anahtar Kavramlar** bölgelere göre sayım oranı, iki nicel değişkenli veri dağılımları, ilişkililik, korelasyon katsayısı, serpm diyagramı (saçılım grafiği), tablo

**Sembol ve Gösterimler** -

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, kontrol listesi ve kavram haritası, performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilerden istatistiksel araştırma sürecinin bütününe değerlendirmeye yönelik bir kavram haritası oluşturmaları istenebilir. Oluşturulan kavram haritası bir kontrol listesiyle değerlendirilebilir.

Öğrencilere iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan istatistiksel araştırma süreçlerinin bütününe değerlendirmeye yönelik bir performans görevi verilebilir. Performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Bu performans görevinin sonunda öğrencilerin elde ettikleri sonuçların benzerlik veya farklılıklarının nedenleri üzerine sınıf içi tartışma yapılabilir. Öğrencilerin gruplarla yaptıkları sınıf içi tartışma etkinlikleri, akran ve grup değerlendirme formları ile değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin tek nicel değişkenli veri dağılımlarına yönelik betimleme ve karşılaştırma gerektiren araştırma sorusu oluşturabildikleri, araştırma sorusu bağlamında toplanan/ elde edilen nicel verileri analiz etmek için görselleştirme ve/veya özetleme araçları kullanabildikleri, nicel verileri analiz ederek yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

Öğrencilerin iki kategorik değişkenin ilişkililiğine dair araştırma sorusu oluşturabildikleri ve oluşturdukları sorular için veri toplayabildikleri/elde edebildikleri kabul edilmektedir. Elde ettikleri/topladıkları iki kategorik değişkenli verilerden hareketle verileri görselleştirebildikleri ve/veya özetleyebildikleri (toplam satır veya sütunlardaki göreceli sıklıkları gösteren iki yönlü tablo, koşullu göreceli sıklıkları gösteren sütun grafikleri, koşullu göreceli sıklıklar gibi), değişebilirlik ve dağılım kavramlarını bildikleri ve verileri yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

### Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bütününe ilişkin ön bilgilerini değerlendirmek amacıyla beyin fırtınası tekniği kullanılabilir. Öğrencilerin önceki sınıflardaki istatistiksel araştırma sürecine ilişkin deneyimlerini paylaşmaları istenerek istatistiksel araştırma sürecine yönelik ilgi ve merakları gözlemlenir. Bununla birlikte öğrencilere nicel verileri içeren bir bağlama yönelik açık uçlu sorular sorulabilir. Sorular öğrencilerin histogram, nokta grafiği, kutu grafiği gibi görselleştirme araçlarına ve aritmetik ortalama, ortanca, tepe değer, açıklık, standart sapma gibi özetleme araçlarına ilişkin bilgilerini inceleyecek şekilde tasarlanmalıdır. Bu süreç sonunda öğrencilere geri bildirim verilir.

### Köprü Kurma

Öğrencilerden iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan araştırma sorularını incelemeleri ve bu sorulara nasıl cevap verilebileceği üzerine düşünmeleri istenir. Araştırma sorularına cevap vermek için ortaokul ve 9. sınıfta öğrenilen çizgi grafiği, nokta grafiği, kök-yaparak gösterimi, histogram, kutu grafiği gibi araçların kullanılıp kullanılmayacağı tartışılır. Bu görselleştirme araçlarının her zaman yeterli olup olmayacağı ve yeni görselleştirme araçlarına ihtiyaç duyulacağı öğrencilere sorgulatılarak fark ettirilir.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.11.3.1

İstatistiksel araştırma süreci; bağlamı belirleme, bağlama yönelik soru sorma, veri toplama planı yapma, verileri analize hazır hâle getirme, verileri analiz etme ve sonuçları yorumlama aşamalarının tamamını içerecek şekilde ele alınır. Bu sınıf seviyesinde öğrenciler, iki nicel değişken içeren dağılımlarla istatistiksel araştırma sürecini yürütür.

İki nicel değişkenli verilerdeki ilişkililiğe yönelik araştırma sorularına kaynaklık eden bağlamlar, öğrencilerin merak ettiği gerçek yaşam durumlarını içermelidir (E1.1). Öğrencilerin istatistiksel araştırma gerektirebilecek gerçek yaşam durumlarını belirleyebilmeleri için sağlık, eğitim, çevre, doğa veya iklim gibi alanlardan gerçek yaşam durumlarına ilişkin bilgilere ihtiyaçları olduğunu gözlemlenmeleri sağlanır (OB1). Toplumsal konulara yer verilmesi öğrencilerin etrafında olup bitenleri merak etmesini ve merak ettiği konular doğrultusunda sorular sormasını destekleyerek kendisine, topluma, çevreye ve canlılara karşı hassasiyetle yaklaşmasını destekler (SDB1.1, D5.2, E1.1, E3.8). Öğrenciler bireysel çalışma veya grup çalışması ile belirledikleri gerçek yaşam durumlarını örümcek ağı kavram haritası gibi tekniklerle gösterir veya dijital ortamlarda zihin haritası gibi araçlarla oluşturarak paylaşır (OB2). Belirlenen gerçek yaşam durumları, veri toplamayı gerektirip gerektirmeme ölçütüne göre sınıf içi tartışmayla incelenir. Bu süreçte öğrencilerin düşüncelerini ifade etmelerinin yanı sıra diğer arkadaşlarının düşüncelerini nazik bir şekilde dinleyerek onlarla empati kurabilmesine yönelik yönlendirmeler yapılır (SDB2.1, D14.1).

Öğrencilerin belirlenen bağlamlardan yola çıkarak merak ettikleri soruları ifade edebilmelerine izin verilir (E3.8). Bu aşamada örnek bir bağlamdan hareketle bir araştırma sorusu oluşturulur. Örneğin bireylerin boy uzunluklarının inceleneceği bir problemle hangi değişkenlerin boy uzunluğu ile ilişkili olabileceğine yönelik sınıf içi tartışma başlatılabilir. Uygun değişkenin belirlenmesi sürecinde öğrencilerin birbirlerinin fikirlerini dinlemeleri ve bu fikirlerden hareketle yorum yapabilmeleri sınıf içi tartışma ile desteklenir. Tartışma sırasında öğrencilerden farklı bakış açılarını dikkate almaları ve birbirleriyle etkili iletişim kurmaları beklenir (SDB2.1, D14.1). Bu tartışmanın sonunda öğrencilerle boy uzunluğunun zıplama yüksekliği, günlük süt tüketim miktarı (l), uyku süresi gibi değişkenlerle ilişkili olabileceğinden hareketle araştırma soruları oluşturulabilir. Öğrencilerin farklı bağlamlardan hareketle hazırladıkları araştırma sorularına ilişkin fikirlerini gerekçeleriyle tartışmaları ve bu tartışmalar sonucunda iki nicel değişkenli veri dağılımlarının ilişkililiğine odaklanan istatistiksel araştırma sorularına ulaşmaları sağlanır (SDB2.1).

Ayrıca öğrencilerden farklı disiplinlerle ilişkili araştırma soruları hazırlamaları istenir. Örneğin öğrenciler; ekonomi dersi konularından yola çıkarak kişilerin gelir miktarları ile yaptıkları tasarruf miktarı arasında bir ilişkililik olup olmadığını, astronomi ve uzay bilimleri dersi konularından yola çıkarak gezegenlerin Güneşe olan uzaklıkları ile dönme hızları arasındaki ilişkililiği, biyoloji dersi konularından yola çıkarak omurgalı hayvanların kilosu ile yaşam süreleri arasındaki ilişkililiği inceleyebilir (OB3). Bunun yanı sıra bilinçli tüketici olmaya dikkat çekmek amacıyla öğrencilerin “Ev yaşam alanı ( $m^2$ ) ile tüketilen elektrik miktarı (kWh) arasında bir ilişkililik var mıdır?” şeklinde bir soru üzerinde tartışmaları sağlanır (OB3, D17.1). Bu süreçte öğrenciler tarafından hazırlanacak bazı araştırma soruları, sağlıklı yaşama ilişkin duyarlılığı artırma amacı gözetebilir. Bireylerin spor yapma süresi ile kalp atış hızı arasındaki ilişki üzerine sınıf içi tartışma yapılarak öğrencilerin düşüncelerinin ortaya çıkarılması buna örnek olarak gösterilebilir (SDB2.1, D13.2).

Hazırlanan araştırma sorularına cevap bulabilmek amacıyla öğrencilerle veri toplama sürecine geçilir. Bu süreçte verileri öğrencilerin kendilerinin toplayabileceği ya da hazır veri kaynaklarından elde edebileceği ifade edilmelidir. Öğrencilerin hazır veriye ulaşmaları sürecinde dijital kaynakları nasıl doğru kullanmaları gerektiğine yönelik tartışmalar yapmaları teşvik edilmelidir (OB2). Öğrencilerden iki nicel değişkenli veri setlerinin nasıl toplanacağına

yönelik veri toplama planı oluşturmaları istenir. Bu plan doğrultusunda veri toplama araçlarını (anket, görüşme, gözlem, ölçüm gibi) belirleyip oluşturmaları, verileri toplamaları ve analize hazır hâle getirmeleri beklenir **(OB1)**. Bu süreçte dijital araçlar oluşturulup kullanılır **(OB2)**. Verileri toplarken kişisel verilerin gizliliğine; tutarlı, tarafsız, doğru ve güvenilir olmasına dikkat edilmesinin önemine vurgu yapılmalıdır **(D6.2, D8.2)**. Ayrıca bu süreçte toplanan verilerin araştırma sorusuna cevap vermesi ile elde edilen sonuçların evrene genellenip genellenemeyeceği, eleştirel bir bakış açısıyla tartışılmalıdır **(E3.10)**. Örneğin A okulunda öğrenim gören 11. sınıf öğrencilerinden belirlenen bir örneklemden elde edilen sonuçlarla B okulunda öğrenim gören 11. sınıf öğrencilerinden elde edilen sonuçların benzerlik veya farklılık gösterip göstermeyeceği, bu sonuçların aynı ildeki tüm 11. sınıf öğrencilerine genellenip genellenemeyeceği tartışılabilir.

Öğrenciler tarafından oluşturulan istatistiksel araştırma soruları ve veri toplama planları, istatistiksel araştırma sorusu ve veri toplama planı ölçütleri doğrultusunda oluşturulan kontrol listesiyle değerlendirilebilir.

Öğrencilerden araştırma soruları bağlamında iki nicel değişken arasındaki ilişkililiği analiz edebilmek için görselleştirme ve özetleme araçlarından (tablo, serpm diyagramı, bölgelelere göre sayım oranı, korelasyon katsayısı) öncelikle tablo ile verileri gözlemlemeleri istenir **(MAB3)**. Burada öğrencilerin bir değişkenin değerleri değişirken diğer değişkenin değerlerinin değişimine (veri setindeki değişkenlerin birlikte değişebilirliği) odaklanmaları sağlanır. Korelasyon katsayısının anlamlandırılabilmesi için istatistik yazılımları yardımıyla serpm diyagramı oluşturulur ve bölgelere göre sayım oranı hesaplanır **(MAB5)**. İki değişkenin ilişkililiğinde aykırı değerlerin korelasyon katsayısını etkileyeceği dikkate alınmalıdır.

Analiz süreci tamamlandığında elde edilen sonuçlara ilişkin olarak öğrencilerle sınıf içi tartışma yapılmalıdır. Öğrenciler, elde ettikleri sonuçları arkadaşlarıyla paylaşarak birbirlerinin düşüncelerini nazik bir şekilde dinler; ayrıca kendi sonuçlarıyla arkadaşlarınınkileri karşılaştırır **(SDB2.1, D14.1)**. Bu tartışma sürecinde öğrencilerin iki nicel değişken arasındaki doğrusal ilişkinin yönü (pozitif/negatif) ve gücüne (ilişki yok/zayıf/orta/güçlü) ilişkin yorumlar yapmaları istenir. Sonuçları yorumlarken öğrencilerin iki nicel değişkenli verilerde ortaya çıkan ilişkinin bir neden-sonuç ilişkisi olmadığını ayırt etmelerine yönelik tasarımlar yapılmalıdır. Örneğin atomların ağırlığı ile yoğunluğu arasında pozitif yönde bir ilişki ortaya çıktığında atomların atomik ağırlığı arttıkça yoğunluğunun artma eğiliminde olduğu yorumu yapılabilir. Ancak bu durum, atomun atomik ağırlığının artmasının yoğunluğun artmasına sebep olduğu anlamına gelmemektedir. Atomun farklı özellikleri (metal olup olmaması, katı, sıvı, gaz olma hâli) yoğunluğu etkileyebilir.

Analizler tamamlandıktan sonra öğrencilerin araştırma sorularına dönerek elde ettikleri sonuçlardan hareketle araştırma sorusuna cevap vermeleri beklenir. Bu süreçte öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bütün bileşenlerini sistematik bir şekilde gözden geçirmeleri desteklenmelidir **(E3.7)**. Araştırma sorularına verilecek cevapların istatistiksel ifadeler içermesi önemlidir. Bu süreçte ayrıca öğrencilerin seçilen örneklem dağılımından hareketle evren dağılımı hakkında genellemeler yapmaları ve elde edilen sonuçları, belirsizliği dikkate alan bir dille ifade etmeleri beklenir. Öğrencilerden istatistiksel araştırma sürecinin bütününü değerlendirmeye yönelik bir kavram haritası oluşturmaları istenebilir. Öğrencilere iki nicel değişken arasındaki ilişkililiğe odaklanan istatistiksel araştırma süreçlerinin bütününü değerlendirmeye yönelik bir performans görevi verilebilir.

### **MAT 11.3.2**

Öğrencilerin başkaları tarafından oluşturulan istatistiksel bilgilere eleştirel gözle bakabilmesi ve bu bilgileri derinlemesine düşünerek değerlendirmesi önemlidir **(E3.10, SDB3.3)**. Bu bağlamda öğrencilere iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine yönelik hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri içeren çalışma kâğıdı verilerek bunları incelemeleri is-

tenebilir. Öğrencilerin var olan istatistik bilgileri doğrultusunda istatistiksel temellendirme yapmalarına imkân verecek ortamlar oluşturulmalıdır. Buradan hareketle öğrencilerin verilen durumlara şüpheyle ve eleştirel bakmaları, istatistik bilgilerini kullanarak hataları/yanlılıkları tespit etmeleri istenmelidir (**E3.9, E3.10**). Öğrencilerin belirlediği hatalar ve yanılıklar tartışmaya açılmalıdır (**SDB2.1**). Öğrencilerden bu hata ve yanılıkları eleştirel gözle değerlendirmeleri beklenir (**KB3.3**). Öğrenciler ürettikleri fikir ve değerlendirmelerinden hareketle iki nicel değişkenli verilerin ilişkililiğine yönelik hatalı/yanlı sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri çürütmeli ya da kabul etmelidir. Öğrencilerin bu süreçte hem verileri doğru ve objektif değerlendirmesi hem de bu değerlendirmenin önemini ve yanılığın yol açacağı olumsuz sonuçları dikkate alması önemlidir (**D6.2**).

## FARKLILAŞTIRMA

### Zenginleştirme

(\*) Öğrencilerden kendilerine verilen çok değişkenli veri setlerinden hareketle uygun iki nicel değişken belirleyerek bir araştırma sorusu hazırlamaları ve bu doğrultuda istatistiksel araştırma süreci tasarlayarak yürütmelerine yönelik proje hazırlamaları istenir. Öğrencilerin elde ettiği sonuçları sunum, poster, bilgi görseli gibi araçlarla veya dijital ortamlarda içerik oluşturarak diğer arkadaşları ile paylaşmaları ve deneyimlerini ifade etmeleri sağlanır.

Öğrencilerden iki nicel değişkenin ilişkililiğine yönelik dağılımlar içeren istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminleri içeren durumları araştırmaları istenir. Bu durumları araştırırken hangi kaynakları (gazete haberleri, dijital kaynaklar, resmî kaynaklar gibi) kullanabileceklerine ve bu kaynakları kullanırken nelere dikkat etmeleri gerektiğine dair paylaşımlar yapmaları beklenir. Bu araştırmalarında fark ettikleri noktaları eleştirel olarak değerlendirmeleri istenebilir. Örneğin bireylerin beyinlerinin dış kabuk kısmının kalınlığının zekâ düzeyi ile ilişkililiğini inceleyen bir araştırmacının sonuçlarını öğrencilerin değerlendirmeleri istenir. Elde edilen sonuçlar ile görsel (saçılım grafiği) ve sayısal değer (korelasyon katsayısı) arasında tutarlılık olup olmadığı; yanlı, yanlış veya eksik bilgilerin olup olmadığı incelenerek öğrenciler tarafından değerlendirilir. Öğrencilerin yaptıkları bu değerlendirmeleri sunum, poster, bilgi görseli gibi araçlarla veya dijital ortamlarda içerik oluşturarak arkadaşları ile paylaşmaları ve deneyimlerini ifade etmeleri sağlanır.

Öğrencilerden korelasyon katsayısının nasıl hesaplandığına ilişkin kendilerine verilen formülü kullanarak gerçek yaşam durumları üzerinden hesaplamalar yapmaları istenir. Öğrenciler, yapılan bu hesaplamalarda teknolojik araçlardan (örneğin hesap makinesi) faydalanır. Bu süreçte öğrencilerden yaptıkları hesaplamalara ilişkin gerekçelendirmeler sunarak bu gerekçeleri ifade etmeleri beklenir.

(\*) Öğrencilerin korelasyonel araştırma yöntemi kullanılarak yapılmış bir bilimsel çalışmayı analiz etmesi, arkadaşlarıyla tartışması sağlanır.

### Destekleme

Öğrencilerin iki nicel değişkenin ilişkililiğini içeren istatistiksel araştırma sürecine dâhil olmaları için grup çalışması yapılır. Gruplar heterojen şekilde düzenlenir. Bu sayede öğrenciler akran öğrenmesi ile istatistiksel araştırma sürecini anlamlandırır.

Öğrencilerden günlük hayatlarında karşılarına çıkma ihtimali daha fazla olan nicel veri setlerinden (boy uzunluğu, sıcaklık değerleri gibi) hareketle araştırma sorusu oluşturmaları, veri toplamaları ve bu verileri analiz ederek yorumlamaları istenir.

Öğrencilerin daha küçük veri setleri üzerine çalışmalarını sağlanır.

Öğrencilere iki nicel değişkenin ilişkililiğine odaklanan istatistiksel görsel, özet, sonuç, yorum, çıkarım ve/veya tahminler daha basit düzeyde (öğrencilerin daha aşina oldukları durumları içermesi gibi) sunulur ve öğrencilerden bunlara ilişkin değerlendirme yapmaları istenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 12. SINIF

## 1. TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (1)

Bu temada öğrencilerin aritmetik ve geometrik dizilerin özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilmeleri, gerçekte sayılarda tanımlı fonksiyonlar ile gerçekte sayı dizilerini karşılaştırabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 14

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.7. Karşılaştırma

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. Sistemati Olma

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D7. Estetik, D14. Saygı, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Ekonomi, Fizik

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma



## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.12.1.1. Aritmetik ve geometrik dizilerin özelliklerine ilişkin muhakeme yapabilme

- Sayı örüntülerinin ardışık terimlerini belirler.
- Ardışık terimler arasındaki ortak fark/oran (çarpan) ilişkisini belirler.
- Sayı örüntülerinin her bir terimini belirlediği ortak farkı/oranı kullanarak ifade eder.
- Ortak farkı/oranı kullanarak örüntülerin genel terimini belirler.
- Aritmetik/geometrik dizilerin sonlu toplamalarına ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanıp aritmetik/geometrik dizilerin sonlu toplamaları ile ilgili örüntüleri geneller.
- Aritmetik/geometrik dizilerin sonlu toplamalarına ilişkin genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırır.
- Elde ettiği genellemelerden aritmetik/geometrik dizilerin sonlu toplamalarına ilişkin önermeler sunar.
- Sunduğu önermelerin faydasını gerçek yaşam problemleri bağlamında değerlendirir.
- Aritmetik ve geometrik dizilerin sonlu toplamalarına ilişkin elde edilen önermeleri görsel olarak doğrular ve cebirsel olarak ispatlar.
- Aritmetik ve geometrik dizilerin sonlu toplamalarına ilişkin işe koştığı ispat yöntemlerini kullanışlılık açısından değerlendirir.

MAT.12.1.2. Gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlar ile gerçek sayı dizilerini karşılaştırabilme

- Gerçek sayı dizileri ve gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların özelliklerini belirler.
- Gerçek sayı dizileri ve gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların özelliklerine ilişkin benzerlikleri listeler.
- Gerçek sayı dizileri ve gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların özelliklerine ilişkin farklılıkları listeler.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Gerçek Sayı Dizileri, Aritmetik ve Geometrik Diziler

- Genellemeler**
- Aritmetik ve geometrik diziler, örüntü belirten fonksiyonlardır.
  - Dizi, örüntüleri incelemenin matematiksel araçlarından biridir.

**Anahtar Kavramlar** aritmetik dizi, dizi, genel terim, geometrik dizi, monoton artan, monoton azalan, ortak fark, ortak oran (çarpan), terim

**Sembol ve Gösterimler**  $a_n, (a_n), S_n, d, r$

### ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları, çalışma kâğıdı ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere farklı aritmetik ve geometrik dizi örneklerinin sunulacağı ve bu dizilerin toplamalarına ilişkin önermeler geliştirilip bu önermelerin gerçek yaşam durumları bağlamında değerlendirileceği bir performans görevi verilebilir. Bu performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Gerçek sayı dizileri ile gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlar birlikte incelenip ilişki kurulduktan sonra öğrencilere bu dizi ve fonksiyonların gerçek yaşam durumlarına yansımalarını araştırmayı gerektiren bir performans görevi verilebilir. Performans görevleri, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin önceden edindikleri bilgilerden sayı örüntüleri hakkında çıkarım yapabildikleri ve doğrusal değişim içeren bir durumu doğrusal fonksiyonun cebirsel ifadesi olarak genelleyebildikleri kabul edilmektedir. Ayrıca cebirsel temsilleri verilen üstel fonksiyonların istenen değerlerini bulabildikleri ve üstel değişimi yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilere farklı sayı örüntüleri içeren çalışma kâğıtları verilerek örüntülerin farklı elemanlarını veya kuralını bulma çalışmaları yaptırılır. Öğrencilere cebirsel temsilleri verilen üstel fonksiyonların istenilen değerlerini bulmalarına ve üstel değişimi yorumlamalarına yönelik hazır bulunuşluk testi yaptırılır. Tespit edilen hataları veya öğrenme eksikliklerini gidermek için gerekli açıklama, hatırlatma ve kavramlar arası ilişkilendirmeler yapılır.

**Köprü Kurma** Öğrencilerin örüntü bilgilerinden yararlanarak örüntünün terimlerinin bir dizi oluşturduğu fikri üzerine tartışmaları sağlanır. Doğrusal ilişki içeren bir gerçek yaşam durumundan elde edilen örüntünün tablo ve cebirsel temsilinin bulunması çalışmalarına yer verilerek bu ilişkiyi temsil eden fonksiyonun cebirsel ifadesi ile artış miktarı ve ilk terim ilişkilendirilir.

Doğrusal değişim ile üstel değişimin karşılaştırılması amacıyla uygun gerçek yaşam durumları (her gün belirli bir sayfa sayısı kadar kitap okuma, bir pastayı dilimlere ayırma, kâğıt katlama gibi) incelenir.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.12.1.1

Öğrenciler gruplara ayrılarak her gruba farklı sayı örüntüleri içeren çalışma kâğıdı verilebilir. Böylelikle öğrencilerin iletişim ve iş birliği becerilerinin geliştirilmesine olanak sağlanır (**SDB2.2**). Öğrencilerin sayı örüntülerindeki ardışık terimleri inceleyerek bu terimler arasındaki fark ya da orana odaklanmaları istenir. Her grubun kendi sayı örüntülerindeki ardışık terimler arasındaki aritmetik ilişkileri ortaya çıkarmaları istenir. Öğrencilerden ardışık terimleri arasındaki farkı ya da oranı sabit olan örüntüleri ve terimleri arasında bu tür bir ilişki olmayan örüntülerden ayırt edebilmeleri beklenir. Bu örüntülerin terimlerini ifade etmek için adım sayısı  $n$  sıfır hariç bir doğal sayı olmak üzere örüntünün  $n$ . teriminin  $a_n$  şeklinde temsil edildiği ifade edilerek farklı örnekler üzerinden örüntünün genel terimini bulmaya yönelik çalışmalar yapılır (**MAB3**). Bu dizilerin genel terimlerinin elde edilen ortak fark/ortak oran ile ifade edileceği üzerinde durulur. Bu çalışma sürecinde öğrencilerin kendi düşüncelerini etkin bir şekilde ifade edebilmeleri, arkadaşlarıyla düşüncelerini paylaşabilmeleri ve diğerlerinin düşüncelerini saygı çerçevesinde dinleyerek sözlü/sözsüz iletişimde bulunabilmeleri desteklenir (**SDB2.1, SDB2.2, D14.1**). Aritmetik ve geometrik dizi tanımları birlikte verilir. Öğrencilerden verilen farklı aritmetik ya da geometrik dizilerin ilk  $n$  teriminin toplamının ne olabileceği hakkında varsayımlarda bulunmaları istenir. Bu toplamların dizinin genel terimi ile ifade edilmesine dair genellemeler elde edilir. Öğrencilerin farklı örnekler üzerinden ulaştıkları genellemeleri varsayımları ile karşılaştırmaları beklenir. Buradan yola çıkarak öğrencilerin “aritmetik dizilerde ilk  $n$  terimin toplamının ilk terim ile son terim toplamının terim sayısının yarısı ile çarpımına eşit olduğu”, “ardışık terimleri arasındaki ortak oranı  $r$  olan bir ( $a_n$ ) geometrik dizisinin ilk  $n$  terimin toplamının  $S_n = a_1 \cdot \frac{1-r^n}{1-r}$  ye eşit olduğu” gibi önermeleri elde edebilecekleri çalışmalar yapılır (**D17.2**). Elde edilen önermeler gerçek yaşam durumlarında ve farklı problem durumlarında (birikim yapma, bir sonraki doğum gününün hangi güne geleceğini belirleme, belli bir yükseklikten serbest bırakılan topun her defasında belirli bir oranda sıçradığı durumlar gibi) işe koşularak değerlendirilir.

Sonlu aritmetik ve geometrik dizilerin toplamlarına ilişkin elde edilen önermelerin görsel olarak doğrulanması ve cebirsel olarak ispat edilmesi sağlanır. Görsel doğrulamalarda oluşan şekillerin estetik açıdan değerlendirilmesi yapılır (D7.1). İspat adımlarının sistematik ve aşamalı olarak yapılması önemlidir (E3.6, E3.7). Görsel doğrulamalar ve farklı cebirsel ispatlar incelenerek kullanılabilirlik açısından değerlendirilir.

Öğrencilerden ekonomi ve fizik gibi alanlarla ilgili farklı aritmetik ve geometrik dizi örnekleri sunmaları ve bu dizilerin toplamlarını belirlemeleri istenir. Öğrencilerin buldukları dizi örneklerinden seçilenler, dijital içerik üretme ve paylaşma becerilerini geliştirmelerine destek olacak biçimde çevrim içi araçlardan da yararlanılarak sergilenir (OB2, MAB5). Öğrencilere farklı aritmetik ve geometrik dizi örneklerinin sunulacağı ve bu dizilerin toplamlarına ilişkin önermeler geliştirilip bu önermelerin gerçek yaşam durumları bağlamında değerlendirileceği bir performans görevi verilebilir.

### MAT.12.1.2

Gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlar ile gerçek sayı dizilerinin özelliklerinin ilişkilendirilmesi için öğrencilere farklı fonksiyon ve dizi örnekleri sunulur. Örneğin rasyonel referans fonksiyon ile  $(a_n) = \left(\frac{1}{n}\right)$  dizisi incelenir. Rasyonel referans fonksiyonun alacağı değerler ile  $(a_n) = \left(\frac{1}{n}\right)$  dizisinin terimlerinin karşılaştırılması sağlanır. Bu bağlamda rasyonel fonksiyonun değerleri ile  $(a_n) = \left(\frac{1}{n}\right)$  dizisinin hangi terimlerinin eşleştiği sorusuna cevap aranır. Daha sonra fonksiyonun görüntü kümesinde eşleşmeyen elemanların olup olmadığı sorularak bu elemanlardan bazılarının tanım kümesinden yararlanılarak belirlenmesi istenir. Fonksiyonların nitel özelliklerinden artanlık-azalanlık, dizilerde monoton artan-monoton azalan olarak ifade edilir. Doğrusal ve karesel fonksiyonlardan faydalanılarak monoton olmayan diziler için örnek teşkil edecek genel terimlerin yazılması çalışmalarına yer verilir. Benzerliklerin ve farklılıkların incelendiği fonksiyon ve dizi örnekleri incelenir. Fonksiyonlar ile gerçek sayı dizileri arasındaki ilişkiler, "Diziler, tanım kümesi sıfır hariç doğal sayılar olan fonksiyonlardır." gibi çıkarımlarla ortaya konur. Gerçek sayı dizileri ile gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlar birlikte incelenip ilişki kurulduktan sonra öğrencilere bu dizi ve fonksiyonların gerçek yaşam durumlarına yansımalarını araştırmayı gerektiren bir performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Öğrencilerden aritmetik ve geometrik diziler dışında farklı gerçek sayı dizilerini araştırmaları, bu dizilerin aritmetik ve geometrik diziler ile benzerlik ve farklılıklarını ortaya koymaları istenir. (\*) Rekürsif (öz yinelemeli) ve iteratif (yinelemeli) diziler ile bu dizilerin algoritma ve akış şemalarının yazımı araştırma ödevi olarak verilerek öğrencilerden örnek uygulamalar istenir. (\*) Ayrıca aritmetik dizilerin öz yinelemeli dizilere dönüşen örneklerine yer verilir. Toplam sembolleri ve dizilerin bu sembollerle gösterimleri ile ilgili araştırma ödevi verilir. Aritmetik ve geometrik seriye örnekler verilerek seri toplamları ile ilgili örneklere yer verilir.

**Destekleme** Aritmetik ve geometrik diziler konusuna önceden öğrendikleri sayı örüntüleri hakkında yapılacak çalışmalarla başlanır. Öğrencilerden sınırlı sayıda elemanı olan sayı örüntülerini girdi (adım sayısı) ve çıktı (örüntünün elemanı) olarak elektronik tablolarda işleyerek örüntünün kuralını bulmaları, bu fikri aritmetik ve geometrik dizilere uyarlamaları istenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 1. TEMA: NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER (2)

Bu temada öğrencilerin gerçekte sayılarda tanımlı doğrusal ve karesel fonksiyonlar ile polinom fonksiyonlar arasındaki ilişkilere yönelik analogik akıl yürütebilmeleri, gerçekte katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarım yapabilmeleri, polinom ve rasyonel fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemleri çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 22

**ALAN  
BECERİLERİ**

MAB2. Matematiksel Problem Çözme (MAB2.1. Matematiksel Çözümler Geliştirme, KB2.15. Yansıtma)

**KAVRAMSAL  
BECERİLER**

KB2.10. Çıkarım Yapma, KB2.16.3. Analogik Akıl Yürütme

**EĞİLİMLER**

E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. SistematiK Olma

**PROGRAMLAR ARASI  
BİLEŞENLER**

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri**

SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB2.1. İletişim

**Değerler**

D13. Sağlıklı Yaşam, D14. Saygı, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri**

OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER**

Biyoloji, Ekonomi, Fizik, Mühendislik

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER**

MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.12.1.3. Gerçek sayılarda tanımlı doğrusal ve karesel fonksiyonlar ile polinom fonksiyonlar arasındaki ilişkiyi ifade etmede analogik akıl yürütebilme

a) Gerçek sayılarda tanımlı doğrusal ve karesel fonksiyonlarla

$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) formundaki gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların sayısal, cebirsel ve grafiksel özelliklerini gözlemler.

b) Gözlemlerinden yola çıkarak gerçek sayılarda tanımlı doğrusal ve karesel fonksiyonlarla gerçek katsayılı tek değişkenli  $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  formundaki polinom fonksiyonların tanım ve değer kümesi ile işlem özelliklerinin benzer yanlarını tespit eder.

c) Tespit ettiği özelliklerden hareketle gerçek sayılarda tanımlı doğrusal ve karesel fonksiyonlarla  $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$  formundaki polinom fonksiyonların aynı aileden olduğuna ve benzer nitel özelliklere sahip olabileceklerine dair çıkarım yapar.

MAT.12.1.4. Gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair çıkarım yapabilme

a) Gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine (tanım kümesi, görüntü kümesi, derecesi, bire birliği, örtenliği, işaretli, sıfırları, tekliği-çiftliği) dair varsayımlarda bulunur.

b) Gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair varsayımlardan ulaştığı örüntüleri geneller.

c) Gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırır.

ç) Gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair genellemelerinden önermeler sunar.

d) Gerçek katsayılı tek değişkenli polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair önermelerin faydasını gerçek yaşam durumlarında değerlendirir.

MAT.12.1.5. Polinom ve rasyonel fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemleri çözebilme

a) Polinom ve rasyonel fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren gerçek yaşam problemlerinin çözümü için stratejiler oluşturur.

b) Oluşturduğu stratejiyi kullanarak problemi çözer.

c) Problemin çözümünü kontrol eder.

ç) Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.

d) Problemin olası çözüm stratejilerinin farklı problem durumlarında kullanımı ile ilgili çıkarımlar yapar.

e) Çıkarımlarının geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Gerçek Katsayılı Tek Değişkenli Polinom Fonksiyonlar ve Nitel Özellikleri, Polinom ve Rasyonel Fonksiyonlarla Elde Edilen Denklem ve Eşitsizlikler

**Genellemeler**

- Polinom fonksiyonlar, cebirsel ifadesi polinom olan fonksiyonlardır.
- Doğrusal ve karesel fonksiyonlarla polinom fonksiyonlar aynı fonksiyon ailesindedir.

**Anahtar Kavramlar** artanlık-azalanlık, başkatsayı, bire birlik, derece, fonksiyonun işareti, fonksiyonun sıfırı, kök, örtenlik, polinom fonksiyon, rasyonel fonksiyon, sabit terim, teklik-çiftlik

**Sembol ve Gösterimler**  $p(x)$

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi, proje ödevi, açık uçlu sorular ve araştırma ödevi ile değerlendirilebilir.

Üçüncü ve dördüncü dereceden polinom fonksiyonların matematik yazılımları yardımıyla çizilen grafik temsilleri incelenerek fonksiyonların cebirsel ve grafik temsili arasındaki ilişkilerin belirlenmesine yönelik performans görevi verilebilir. Bu görevin değerlendirilebilmesi için analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılabilir.

Öğrencilere polinom fonksiyonların derecesinin, işaretinin, sıfırlarının, tekliğinin-çiftliğinin ve sonsuzdaki davranışının incelendiği sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir. Ortaya konan veriler, bütüncül dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Polinom ve rasyonel fonksiyonları içeren denklem ve eşitsizliklerin kullanıldığı gerçek yaşam problemlerinden oluşan, öğrencilerin matematiksel modelleme yapabilme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlayacak proje ödevi verilebilir. Ödevin değerlendirilmesinde projeye hazırlık, içerik oluşturma ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeği kullanılabilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin fonksiyonlarla dört işlem ve dönüşüm yapabildikleri; doğrusal ve karesel fonksiyonların nitel özelliklerini belirleyebildikleri; doğrusal ve karesel fonksiyonlarla ifade edilen denklem ve eşitsizlikleri çözebildikleri ve karesel bir fonksiyonun cebirsel ifadesini, ifadenin tamkare formunu elde ederek çarpanlara ayırabildikleri kabul edilmektedir.

### Ön Değerlendirme Süreci

Gerçek yaşam durumu örnekleri üzerinden doğrusal ve karesel fonksiyonların nitel özelliklerine yönelik açık uçlu sorular sorularak öğrencilerin kavram yanılgıları ve öğrenme eksiklikleri belirlenir. Öğrencilere fonksiyonlarda dört işlem yapma, doğrusal ve karesel fonksiyonlara dönüşümler uygulayarak farklı fonksiyonlar türetebilme becerilerinin, bu konudaki kavram yanılgılarının, ilgi ve ihtiyaçlarının belirlenmesi amacıyla hazır bulunuşluk testi yapılır. Öğrencilerin karesel bir fonksiyonun cebirsel ifadesini tamkare forma dönüştürüp çarpanlara ayırabilme, doğrusal ve karesel fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemleri çözebilme becerilerini test etmek için açık uçlu sorular sorulur.

### Köprü Kurma

Öğrencilerin gerçek yaşamda karşılaşılan iki nicelik arasındaki doğrusal veya karesel olmayan ilişkilerden yararlanarak farklı fonksiyon temsillerine olan ihtiyacı fark etmeleri sağlanır. Doğrusal ve karesel fonksiyonların ortak özellikleri ve bu fonksiyonların cebirsel temsilleri incelenerek aynı cebirsel yapıya sahip daha büyük dereceden fonksiyonların nasıl elde edilebileceği tartışılır. Bu tür fonksiyonların dereceleri değiştiğinde matematiksel temsillerinin ve nitel özelliklerinin nasıl değişebileceği matematik yazılımlarından faydalanılarak tartışılır. Ayrıca doğrusal ve karesel fonksiyonlarla ilgili öğrenme güçlüklerinin belirlenebilmesi için öğrencilerden yansıtıcı günlükler tutmaları istenir. Böylece öğrencilerin konuya ilişkin ilgi ve ihtiyaçları hızlı bir şekilde belirlenebilir, konunun işleniş sürecinde yaşanabilecek olası sorunlara karşı gerekli önlemler alınır.

## Öğrenme-Öğretme

Uygulamaları **MAT.12.1.3**

Öğrencilerden doğrusal ve karesel fonksiyonların cebirsel ve grafik temsillerini inceleyerek ne gibi ortak özellikleri olduğuna dair gözlemlerini ifade etmeleri istenir. “Bu tür fonksiyonların cebirsel temsillerinde bağımsız değişkenin kuvvetleri doğal sayı, katsayıları ise gerçek sayıdır.” gibi sonuçlar elde etmeleri beklenir. Doğrusal ve karesel fonksiyonların cebirsel temsilleri ile yapılan toplama, çıkarma ve çarpma işlemleri sonucu elde edilen cebirsel temsillerin yine gerçek sayılarda fonksiyon ifade edeceğini fark etmeleri sağlanır. Bu gözlemlerden hareketle bu tür fonksiyonların cebirsel temsillerinin genelleştirilmesi olarak

$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) formu tanıtılır (**MAB3**). Bu cebirsel formların polinom olarak adlandırıldığı belirtilerek polinomun derecesi, başkatsayısı, sabit terimi tanıtılır. Genellenen bu cebirsel forma sahip fonksiyonlar, gerçek sayılarda tanımlı  $n$ . dereceden tek değişkenli polinom fonksiyonlar olarak ifade edilir ve öğrencilerden bu fonksiyonların derecelerini belirleyebilmeleri beklenir. Bu bağlamda öğrencilerin doğrusal ve karesel fonksiyonların tanım ve değer kümesi ile işlem özelliklerini, birinci ve ikinci dereceden polinom fonksiyonların tanım ve değer kümesi ile işlem özelliklerini inceleyip karşılaştırması sağlanır. Öğrencilerden bu fonksiyonların polinom fonksiyonlarla aynı aileden olmasına ve benzer nitel özelliklerine yönelik çıkarımlarda bulunmaları beklenir. Öğrencilere doğrusal ve karesel fonksiyonların polinom özelliklerine yönelik bir performans görevi verilebilir.

**MAT.12.1.4**

Öğrencilere birinci ve ikinci dereceden polinom fonksiyonların grafik temsilleri üzerinden nitel özelliklerinin neler olduğuna ve bu özelliklerin nasıl belirlendiğine yönelik açık uçlu sorular sorulur. Bu bilgilerden hareketle öğrencilerden polinomların dereceleri ile fonksiyonların sıfırlarının sayısı arasındaki ilişkiye dair fikirler geliştirmeleri beklenir. En fazla dördüncü dereceden polinom fonksiyonların grafik temsilleri üzerinden bu fonksiyonların nitel özellikleri incelenir (**OB4**). Bu incelemelerde matematik yazılımlarından faydalanılır. Polinom fonksiyonların çarpanlarına ayrılmış formda verilen cebirsel temsili üzerinden hangi nitel özelliklerinin belirlenebileceğine yönelik sınıf içi tartışma yapılır. Bu tartışmalar yapılırken öğrencilerden birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve diğerlerinin düşüncelerini saygı çerçevesinde dinleyerek arkadaşlarıyla etkileşim kurmaları beklenir (**SDB2.1, D14.1**). Tartışmalar sonucunda öğrencilerin en fazla dördüncü dereceden bir polinom fonksiyonun nitel özellikleri (tanım kümesi, görüntü kümesi, derecesi, bire birliği, örtenliği, işareti, sıfırları, tekliği-çiftliği, sonsuzdaki davranışı) ile ilgili varsayımlarda bulunmaları beklenir. Bu nitel özelliklerden fonksiyonun sıfırlarının sayısı ve sonsuzdaki davranışı ile polinomun derecesi ve başkatsayısı arasındaki ilişkileri keşfetme çalışmalarında matematik yazılımlarından da faydalanılır. Varsayımlar arasında bütün sıfırları birbirine eşit ve gerçek sayı olan üçüncü dereceden bir polinom fonksiyonun bire bir ve örten olacağı, buna karşılık dördüncü dereceden polinom fonksiyonların bire bir olamayacağı gibi sonuçlara ulaşılması sağlanır. Öğrencilerin teklik-çiftlik incelemesi yapabilecekleri uygun polinom fonksiyonların ( $p(x) = x^3 + 3x$ ,  $p(x) = x^4 + x^2 - 5$  gibi) matematik yazılımıyla oluşturulan grafik ve cebirsel temsillerini inceleyerek bu fonksiyonların teklik veya çiftlik durumlarına dair varsayımlarda bulunmaları sağlanır (**OB2, MAB5**). Benzer şekilde bir polinom fonksiyonun grafik temsiline dönüşümler uygulanır. Elde edilen polinom fonksiyonlar ile dönüştürülen polinom fonksiyon karşılaştırılarak nitel özelliklerle ilgili varsayımlarda bulunulur. Ayrıca her üçüncü dereceden polinom fonksiyonun cebirsel temsili üzerinden artan veya azalan olduğu aralıkların belirlenemeyeceğinin fark edilmesi sağlanır. Bu varsayımlardan hareketle polinom fonksiyonlar için farklı sıfırlarının sayısının en fazla veya en az kaç olacağı, yapılan dönüşüme bağlı olarak nitel özelliklerinin nasıl değişeceği, hangi durumda tek veya çift olacağı gibi genellemelere ulaşılır. Elde edilen genellemeler ile varsayımların polinom fonksiyonların katsayılarının veya bağımsız değişkeninin aldığı değerlere göre cebirsel, grafik temsillerinden veya matematik yazılımlarından yararlanılarak karşılaştırılması sağlanır. Örneğin “ $\forall n \in \mathbb{N}$  için  $p(x) = x^{2n}$  polinom fonksiyonları ve bu fonksiyonların toplam, fark ve çarpımları ile elde edi-

len fonksiyonlar çift fonksiyonlardır.” veya “ $\forall n \in \mathbb{N}$  için  $p(x) = x^{2n+1}$  polinom fonksiyonları tek fonksiyonlardır.” önermeleri oluşturulur. Benzer şekilde “ $p(x)$  polinom fonksiyonunun sıfırları  $k, m$  ise  $p(k) = p(m) = 0$  olur.”, “ $p(x)$  polinom fonksiyonunun sıfırları  $k, m$  ( $k, m \in \mathbb{R}$ ) iken  $a > 0$  olmak üzere  $p(x-a)$  polinom fonksiyonunun sıfırları  $k+a, m+a$  olur.” gibi önermeler elde edilir (**MAB3**). Elde edilen önermeler polinom fonksiyonlarla modellenebilen gerçek yaşam durumlarında değerlendirilir. Bu fonksiyonlar fizik ve mühendislik bağlamında hareket, ivme, kuvvet, enerji, sürtünme gibi alanlarda incelenir. Örneğin yer çekimi etkisinde belirli bir hızla belirli bir yükseklikten aşağı bırakılan bir cismin zamana bağlı yerden yüksekliği polinom fonksiyonlarla modellenebilir. Ekonomi bağlamında ürün adedine bağlı maliyet ve kâr fonksiyonları, polinom fonksiyonlar kullanılarak oluşturulabilir (**OB3**). Biyoloji ve tıp bağlamında kandaki glikoz, üre ve oksijen miktarındaki veya kan basıncındaki zamana bağlı değişim polinom fonksiyonlarla modellenerek incelenebilir (**D13.4**). Öğrencilere polinom fonksiyonların derecesinin, işaretinin, sıfırlarının, tekliliğinin-çiftliliğinin ve sonsuzdaki davranışının incelendiği sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir.

Harizmi, Ömer Hayyam, Ali Kuşçu ve Cahit Arf gibi matematikçilerin polinom fonksiyonlarla ilgili çalışmaları ve Kereci'nin bazı algoritmaları cebirsel ifadelerde (özellikle de polinomlarda) uygulamayı hedefleyen projesi incelenir (**OB5**). Polinom fonksiyonların tarihi gelişiminin incelendiği araştırma ödevi verilerek öğrencilerin sistematik bir şekilde konunun gelişimini incelemesi teşvik edilebilir (**E3.7**).

#### **MAT.12.1.5**

Rasyonel fonksiyonların iki polinom fonksiyonun birbirine bölümünden oluştuğu ifade edilir. Gerçek yaşam durumlarında polinom veya rasyonel fonksiyonlarla modellenebilen problemler incelenir. Problem durumlarında geçen polinom veya rasyonel fonksiyonların  $ax+b$  ( $a, b \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) veya  $ax^2+bx+c$  ( $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$ ) şeklindeki cebirsel ifadelerin çarpımı veya bölümü şeklinde olmasına dikkat edilir. Bu fonksiyonları içeren denklem ve eşitsizliklerin çözümlerine ulaşabilmek için deneme yanılma, fonksiyonun nitel özellikleri ve grafik temsilinden yararlanma, tablo oluşturma gibi yöntemler kullanılır (**OB4, E3.7**). Verilen farklı problem durumlarında uygun bir strateji seçilerek denklem ve eşitsizliklerin çözüm kümeleri elde edilir. Cebirsel yöntemle  $f(x) < g(x)$  gibi polinom veya rasyonel fonksiyon içeren eşitsizliklerin çözümünde  $h(x) = f(x) - g(x)$  fonksiyonunun işaretini birinci dereceden çarpanlarının işaretine göre belirlemeyi sağlayan işaret tablosu adım adım oluşturulur. Elde edilen çözüm kümelerinin doğruluğu, sayısal değerleri deneme yoluyla veya matematik yazılımları kullanılarak kontrol edilir (**MAB5**). Öğrencilere polinom ve rasyonel fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemlere ilişkin çalışma kâğıdı verilebilir. Çalışma sonunda öğrencilerin kendilerini değerlendirebilecekleri öz değerlendirme formu hazırlanabilir (**SDB1.2**).

Öğrencilerin polinom ve rasyonel fonksiyonları içeren denklem ve eşitsizlik çözümleri ile ilgili olası farklı çözüm stratejilerini analitik ve sistematik bir şekilde incelemeleri sağlanır (**E3.6, E3.7**). Öğrenciler, problemlerde çözüme ulaştıran stratejilerin başka problem durumlarına uyarlanabilmesi için fonksiyonda sıfırlarının birbirine eşit olması veya ikinci dereceden çarpanının gerçek kökünün olmaması durumlarında fonksiyonun işaretine dikkat edilmesi gerekliliği gibi çıkarımlarda bulunur. Öğrencilerin bu çıkarımları matematiksel bir modelle dönüştürmeleri sağlanır. Örneğin belirli bir fiyata alınan kartondan küp şeklinde bir kutu oluşturulduğu ve bu kutunun belirli bir birim küp fiyatı üzerinden satıldığı durumda satıcının kâr elde edebilmesi için kutunun ayrıt uzunluğunun en az kaç birim olabileceğine ilişkin matematiksel modelleme yapılabilir (**OB3, D17.3**). Elde edilen matematiksel modeller sınırlılık, kullanılabilirlik ve verimlilik açısından değerlendirilir. Öğrencilere polinom ve rasyonel fonksiyonları içeren denklem ve eşitsizliklerin kullanıldığı gerçek yaşam problemlerinden oluşan proje ödevi verilebilir.



## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Öğrencilerin bir polinom fonksiyonun sıfırının işaretinin ne olacağına veya  $p$  ve  $q$  birer polinom fonksiyon olmak üzere  $p(x) = q(x)$  denkleminin çözüm kümesindeki elemanların hangi ardışık tam sayılar arasında olacağına dair çıkarımda bulunmaları fonksiyonların grafikleri incelenerek sağlanır.

(\*) Polinom interpolasyonu yöntemi kullanılarak bir polinom fonksiyonun cebirsel temsilinin bulunmasına yönelik çalışmalar yapılır. Örneğin bazı noktalarda aldığı değerleri bilinen bir polinom fonksiyonun cebirsel temsili polinom interpolasyonu yöntemi ile bulunabilir. Farklı stratejiler kullanılarak ve elde edilen sonuçlardan yararlanılarak belirlenen cebirsel ifadenin doğruluğu kontrol edilir.

(\*) Öğrencilere en fazla dördüncü dereceden gerçekte katsayılı bir  $p$  polinom fonksiyonu için  $p(x) = 0$  denkleminin kökleri ile katsayıları arasındaki bağıntıları veren Vieta (Viet) formüllerine yönelik araştırma ödevi verilebilir. Öğrencilerden araştırma sonucunda ulaşılan verileri kullanarak gerçekte katsayılı polinom fonksiyonların sıfırlarının bulunmasına yönelik elde edilen cebirsel formülleri ispatlaması beklenir. Ayrıca öğrencilerden bir polinomun sıfırlarının gerçekte sayı ya da karmaşık sayı olması durumlarına dair çıkarımlar yapmaları beklenir. Polinomlarda bölme algoritmasına ve Horner (Hornır) yöntemine yer verilir. Bir kökü tahmin edilen bir polinom fonksiyonun diğer köklerini araştırmak için bölme algoritması ve Horner yöntemi kullanılabilir.

**Destekleme** Üçüncü veya dördüncü dereceden polinom fonksiyonlara  $p(x) = x^3$  ve  $q(x) = x^4$  fonksiyonlarının cebirsel ve grafik temsillerinin incelenmesi ve ilişkilendirilmesi ile başlanır. Rasyonel fonksiyonlara payı ve paydası birinci veya ikinci dereceden polinomlardan oluşan uygun koşullarda  $r(x) = \frac{x-1}{x+1}$ ,  $k(x) = \frac{3x}{x^2+1}$  şeklinde tanımlı fonksiyonlar incelenerek başlanır.

Polinom fonksiyonların nitel özelliklerinin incelenmesine yönelik çözülen örneklerin sayısı artırılır ve incelemeler yapılırken matematik yazılımlarından yararlanır. Polinom fonksiyonların nitel özellikleri ile ilgili genellemelere ulaşamadığı durumlarda sayısal örnekler kullanılarak öğrencilerden sınırlı genellemeler yapmaları istenir.

Polinom ve rasyonel fonksiyonlarla ifade edilebilen denklem ve eşitsizlikleri içeren problemlerin çözümlerinde hesap makinesi, çevrim içi araçlar veya matematik yazılımlarından yararlanır.

Polinom fonksiyonlar ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam araçları (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılır. Öğrenciler için bireyselleştirilmiş öğrenme planları oluşturulur ve polinom fonksiyonlar konusunda öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına uygun hedefler belirlenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 2. TEMA: DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ (1)

Bu temada öğrencilerin limit kavramını grafik üzerinden yorumlayabilmeleri, fonksiyonların belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitine ilişkin muhakemeler yapabilmeleri, bir fonksiyonun belirli bir noktadaki limitinin belirsizlik durumunu ve limiti kullanarak fonksiyonların belirli bir noktadaki sürekliliğini yorumlayabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 28

**ALAN BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme (KB2.4. Çözümleme, KB2.14. Yorumlama, KB2.10. Çıkarım Yapma)

**KAVRAMSAL BECERİLER** KB2.14. Yorumlama

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. Sistemati Olma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D3. Çalışkanlık, D4. Dostluk, D14. Saygı, D16. Sorumluluk

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI İLİŞKİLER** Fizik

**BECERİLER ARASI İLİŞKİLER** MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.12.2.1. Fonksiyonların belirli bir nokta civarındaki veya sonsuzdaki davranışını limit kavramını kullanarak grafikler üzerinden yorumlayabilme

- Bir fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki veya sonsuzdaki davranışını grafiği üzerinden inceler.
- Grafikten elde ettiği bilgileri tablo veya sözel temsiller yoluyla yaklaşma fikrine ulaştıracak şekilde dönüştürür.
- Bir fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki veya sonsuzdaki limitini sözel olarak yeniden ifade eder.

MAT.12.2.2. Cebirsel temsili verilen bir fonksiyonun belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limiti hakkında muhakeme yapabilme

- Bir fonksiyonun tablo, grafik ve cebirsel temsili üzerinde belirli bir nokta civarında veya sonsuzda aldığı değerleri belirler.
- Bir fonksiyonun belirli bir nokta civarında veya sonsuzda aldığı değerler arasındaki ilişkileri tablo, cebirsel ve grafik temsili üzerinde belirler.
- Bir fonksiyonun belirli bir nokta civarında veya sonsuzda aldığı değerler arasındaki ilişkileri limit tanımını kullanarak dönüştürür.
- Bir fonksiyonun belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitini matematiksel temsillerle yeniden ifade eder.
- Farklı fonksiyonların ve bu fonksiyonlarla yapılan işlemlerin belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitlerine yönelik varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarına dayalı örüntüleri geneller.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerini önerme olarak ifade eder.
- Önermelerini farklı problem durumlarında değerlendirir.

MAT.12.2.3. Bir fonksiyonun bir noktadaki limitinin belirsizlik durumunu yorumlayabilme

- Bir fonksiyonun bir noktadaki limitinin belirsizlik durumunu grafik veya tablo kullanarak inceler.
- İncelediği fonksiyonun cebirsel ifadesini belirsizlik durumunu ortadan kaldıracak şekilde dönüştürür.
- Hesapladığı limit değerini, dönüştürdüğü fonksiyon ile başlangıç fonksiyonunun grafiklerini karşılaştırarak yeniden ifade eder.

MAT.12.2.4. Bir fonksiyonun tanımlı olduğu noktalardaki sürekliliğini yorumlayabilme

- Fonksiyonların tanımlı olduğu bir noktadaki değeri ile o noktadaki limitini inceler.
- Fonksiyonların tanımlı olduğu bir noktadaki değeri ile o noktadaki limitini sürekliliğin cebirsel ifadesine dönüştürür.
- Fonksiyonların tanımlı olduğu bir noktadaki sürekliliğini o noktadaki değerinin limitine eşitliği olarak ifade eder.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Fonksiyonların Bir Noktadaki ve Sonsuzdaki Limiti ile Limitinin Belirsizlik Durumu (0/0 belirsizliği) ve Fonksiyonların Sürekliliği

**Genellemeler** • Limit ve süreklilik, fonksiyonların belirli bir nokta civarındaki veya sonsuzdaki değişimlerini inceleme araçlarıdır.

**Anahtar Kavramlar** belirsizlik, dikey-düşey asimptot, limit, sağdan limit, soldan limit, sonsuzluk, süreklilik, tanımsızlık, yatay asimptot

**Sembol ve Gösterimler**  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ve araştırma ödevi ile değerlendirilebilir.

Verilen fonksiyon grafikleri üzerinden fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki veya sonsuzdaki davranışını belirlemeye yönelik olarak öğrencilere çalışma kâğıdı verilebilir. Bu çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Fonksiyonların limit özelliklerini yorumlamaya ve belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitini bulmaya ilişkin açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir. Öğrencilerin kendilerini öz değerlendirme formuyla değerlendirmeleri sağlanabilir.

Belirli bir  $x = a$  noktasındaki limiti  $0/0$  belirsizliğine sahip fonksiyonların gerçek yaşam problemlerinde kullanımına yönelik verilen araştırma ödevi; araştırmamanın hazırlık, planlama ve sunum süreçlerini içine alan derecelendirme ölçeğiyle değerlendirilebilir.

$f+g$ ,  $f-g$ ,  $f \cdot g$ ,  $f/g$ ,  $f \circ g$  ve  $g \circ f$  fonksiyonlarının sürekliliğinin incelenmesine yönelik verilen performans görevi; analitik dereceli puanlama anahtarıyla değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

**Temel Kabuller** Öğrencilerin fonksiyon kavramını yorumlayabildiği, fonksiyonlarla işlemler yapabildiği; doğrusal, karesel, karekök ve rasyonel fonksiyonlar ile polinom fonksiyonların matematiksel temsillerini oluşturabildiği; bu fonksiyonların cebirsel gösterimindeki katsayıları ile nitel özellikleri arasında ilişki kurabildiği; bu fonksiyonlarla elde edilebilen birinci ve ikinci dereceden denklemleri çözebildiği ve rasyonel fonksiyonları çarpanlara ayırabildiği kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin 9 ve 10. sınıfta öğrendiği referans fonksiyonlar, parçalı gösterimli fonksiyonlar ve polinom fonksiyonlar hakkındaki ilgi, ihtiyaç, beceri ve kavram yanılgılarını tespit etmek için öğrencilere hazır bulunuşluk testi yapılabilir. Fonksiyonların grafik temsiline ve nitel özelliklerine ilişkin açık uçlu sorular sorulabilir. Birinci ve ikinci dereceden denklem çözme bilgisine yönelik kısa cevaplı sorular sorulabilir. İkinci dereceden fonksiyonlarda çarpanlara ayırma bilgisini belirlemek için açık uçlu sorular sorulabilir.

**Köprü Kurma** Referans fonksiyonlar ve polinom fonksiyonlar özelinde fonksiyonların grafik temsilleri bağlamında bir nokta civarındaki veya sonsuzdaki davranışları kavram haritasıyla belirlenebilir. Arşimet'in  $2\pi$  sayısına olabildiğince yakın bir sayı elde etmek için yapmış olduğu çalışmalar hakkında tartışmalar yapılabilir. Öğrencilere grafik temsilleri verilen gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonlarda fonksiyonun belirli bir nokta civarında aldığı değerleri belirlemeye neden ihtiyaç duyulabileceğine dair sorular sorulur. Gündelik dilde limit kelimesinin ne anlama geldiği hakkında tartışmalar yapılır.  $0,9\bar{9}$  gibi devirli ondalık gösterimler incelenerek öğrencilerin bir sayıya yaklaşma hakkındaki düşünceleri geliştirilebilir. Bu bağlamda farklı disiplinlerden örnekler (felsefede Zenon'un paradoksları, mühendislikte bir tahta köprünün üzerindeki yükün sınır değeri olması gibi) üzerinden limit fikrine duyulan ihtiyaç vurgulanır. Bu sayede ilk defa limit kavramını görecek olan öğrencilerin konuyla ilgili ön fikirler oluşturmaları desteklenir.

Fibonacci (Fibonaççi) dizisinin terimleri yazılarak ardışık iki terim arasındaki oranlar; elektronik tablo, hesap makinesi gibi uygulamalarla belirlenebilir. Böylelikle terimlerin değeri büyüdükçe bu oranın altın orana yaklaştığının fark edilmesi sağlanır.

Geometrik dizilerin sonlu toplamını veren cebirsel ifade hatırlatılarak geometrik dizi sonsuz terimli olduğunda bu geometrik dizinin terimlerinin toplamını veren cebirsel ifadede ne gibi değişimler olabileceği tartışılır. Tüm bu tartışmalar yapılırken öğrencilerin birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve birbirleriyle etkileşim sağlamaları beklenir.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.12.2.1

Gerçek sayılarda tanımlı fonksiyonların grafik temsilleri incelenerek bilinen tüm nitel özelliklerin dışında başka ne gibi özelliklerin olabileceği ile ilgili sınıf içi tartışma yapılır. Öğrencilere farklı grafik temsilleri verilerek bu temsilleri yorumlayabilmek için hangi bilgilere ihtiyaçları olduğu sorgulanır (**SDB1.2**). Bu ihtiyaçları karşılamaya yönelik olarak yaklaşma fikrinden söz edilir. Üstel, logaritmik ve rasyonel referans fonksiyonların grafik temsilleri incelenir. İnceleme sonucunda bu fonksiyonların bir nokta civarındaki ve sonsuzdaki davranışı gözlemlenir. Gözlemler neticesinde fonksiyonun sonsuzdaki davranışına dayanarak yatay asimptot ve dikey-düşey asimptot kavramlarının tanımlarına ulaşılır. Ayrıca parçalı gösterimli fonksiyonların cebirsel ifadesinin değişim noktasına grafik temsili üzerinden sağdan ve soldan yaklaşıldığında fonksiyonun alacağı değerler incelenir (**OB4**). Tüm bu gözlemler neticesinde bir fonksiyonun belirli bir noktasının sağdan ve soldan yaklaşım değerlerini incelemek bağlamında limit fikrinden söz edilir. Ayrıca fonksiyonların sonsuzdaki davranışı asimptotlardan ve limit fikrinden yararlanılarak incelenir. Örneğin uygun koşullarda  $f(x) = \frac{1}{x^2}$  şeklinde tanımlı fonksiyonun grafik temsiliinde  $y = 0$  doğrusunun bu fonksiyonun yatay asimptotu olduğu belirlenebilir. Bu bilgiden hareketle fonksiyonun tanım aralığındaki değerler sınırsız büyür veya küçülürken fonksiyon değerlerinin sıfıra yaklaştığı sözel olarak ifade edilir. Bu fonksiyonların belirli noktalardaki limit değeri o noktaya sağdan ve soldan yaklaşım fikriyle belirlenir ve limit değeri sözel olarak ifade edilir. Verilen fonksiyon grafikleri üzerinden fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki veya sonsuzdaki davranışını belirlemeye yönelik olarak öğrencilere çalışma kâğıdı verilebilir.

### MAT.12.2.2

Cebirsel temsili verilen fonksiyonlarda limit değeri öncelikle tablo ve grafik temsillerden yararlanılarak belirlenir. Bu noktada limit değerine olan ihtiyacı vurgulamak için gerçek yaşam örnekleri verilmesi tercih edilir. Örneğin fizikte bir hareketlinin  $t$  zamanında aldığı yolu modelleyen uygun koşullarda  $f(t) = t^2$  şeklinde tanımlı fonksiyonun tablo ve grafik temsili incelenerek belirli bir  $t$  zamanı civarında aldığı değerler belirlenebilir. Elde edilen değerler eleştirel bir bakış açısıyla değerlendirilir (**D3.3**). Cebirsel ifadesi verilen parçalı gösterimli fonksiyonun değişim noktasına grafik temsili üzerinden sağdan ve soldan yaklaşıldığında fonksiyonun alacağı değerler incelenir. Örneğin bir kasabanın  $x$  yıl sonraki nüfusunu modelleyen uygun koşullarda  $f(x) = 5000 - 1000 \cdot e^{-0,1x}$  şeklinde tanımlı bir fonksiyon öğrencilere sunulur. Çok uzun yıllar sonra nüfusun en fazla ne kadar olabileceği, matematik yazılımlarıyla incelenerek tartışılır. Böylece öğrencilerin dijital araç ile iş görme becerilerinin gelişimine de katkı sağlanmış olur (**OB2, MAB5**). Bu şekilde öğrencilerin fonksiyonun sonsuzdaki davranışını anlamlandırması sağlanır. Cebirsel temsili verilen fonksiyonlar tablo ve grafik temsillerle incelenerek fonksiyonun belirli bir noktasındaki veya sonsuzdaki limiti, yaklaşım fikrinden yararlanılarak yorumlanır. Bu yorumlardan yola çıkılarak fonksiyonun  $x = a$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) noktası tanım aralığında bir sınır noktası olmamak üzere bu noktadaki limiti  $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$  şeklinde gösterilir ve  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} f(x)$  ise bu fonksiyonun  $x = a$  noktasında limitinin olduğu ifade edilir.  $x=a$  noktası tanım aralığında bir sol sınır nokta ise  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$  in bir gerçek sayıya eşit olması durumunda fonksiyonun  $x = a$  noktasında sağdan limitinin olduğu belirtilir. Benzer şekilde  $x=a$  noktası tanım aralığında bir sağ sınır nokta ise  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x)$  in bir gerçek sayıya eşit olması durumunda fonksiyonun  $x = a$  noktasında soldan limitinin olduğu ifade edilir (**E3.6, E3.7, MAB3**). Fonksiyonların belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitleri matematiksel temsiller kullanılarak incelenir.  $L_1, L_2 \in \mathbb{R}$  olmak üzere fonksiyonun sol uç noktasında sağdan veya sağ uç noktasında soldan limiti varsa sırasıyla  $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$  ve  $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$  şeklinde yeniden gösterilir (**MAB3**). Öğrencilere grafik temsili verilen parçalı gösterimli fonksiyonlarda belirli bir noktadaki ve sonsuzdaki limitin belirlenmesine yönelik olarak çalışma kâğıdı verilebilir. Bu noktada limitin tarihî gelişimi açıklanarak limiti matematiksel temellere dayandıran Jean le Rond d'Alembert (Jön İö Ğun Delombeğ), Augustin Louis Cauchy (Oğüsta Lui Kuşu) ve Karl Weierstrass (Karl Vayaştas) gibi matematikçilerin çalışmaları incelenebilir.

Öğrencilerin polinom, trigonometrik, üstel ve logaritmik fonksiyonların grafik temsillerini inceleyerek fonksiyonların tanımlı olduğu her noktada limitinin olabileceğine dair varsayımlar geliştirmeleri sağlanır. Fonksiyonlarda dört işlem ve bileşke işleminin limit özelliklerine yönelik varsayımlar, fonksiyonların matematiksel temsilleri incelenerek elde edilir. Örneğin uygun koşullarda  $f(x) = \frac{1}{x}$  ve  $g(x) = x$  şeklinde tanımlı fonksiyonlar incelenerek  $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x) \cdot g(x)) \neq \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow 0} g(x)$  sonucuna ulaşılır ( $x = 0$  dışındaki noktalarda bu eşitlik sağlanır.). Buradan hareketle öğrencilerin fonksiyonların çarpımlarının belirli bir noktada limit altında ayrılabilmesi için çarpımı oluşturan fonksiyonların ayrı ayrı o noktada limitinin olması gerektiği varsayımına ulaşmaları sağlanır. Bu varsayımlardan hareketle farklı fonksiyonların ve bu fonksiyonlarla yapılan işlemlerin belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitlerine ilişkin genellemeler elde edilir. Genellemelerle varsayımlar karşılaştırılarak önermeler matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Genellemelerden elde edilen önermeler:  $f + g$ ,  $f - g$ ,  $f \cdot g$ ,  $f/g$ ,  $f \circ g$  ve  $g \circ f$  fonksiyonlarının belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitlerini bulmayı gerektiren problemlerde değerlendirilir. Öğrencilere fonksiyonların limit özelliklerini yorumlamaya ve belirli bir noktadaki veya sonsuzdaki limitini bulmaya ilişkin açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir (D16.3).

### MAT.12.2.3

Fonksiyonlarda dört işlem özelliklerinden elde edilen limitin bölüm kuralı  $f/g$  fonksiyonlarında incelenir. Buradaki  $g$  fonksiyonunun belirli bir  $x = a$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) noktasındaki limitinin sıfır olduğu durumların nasıl yorumlanabileceğine ilişkin sınıf içi tartışma yapılır. Bu tartışma yapılırken öğrencilerin birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve birbirleriyle etkileşim sağlamaları beklenir (SDB2.1, D14.1). Öncelikle  $f$  fonksiyonunun  $x = a$  noktasındaki limit değerinin sıfırdan farklı bir gerçek sayı olduğu durumlar incelenir. Bu durumda  $f/g$  fonksiyonunun sonsuzdaki davranışı önceki bilgilerden yararlanılarak yorumlanır. Burada öncelikle tanımsızlık ve belirsizlik kavramları incelenir. Belirsizlik kavramıyla tanımsızlık kavramı arasındaki farklılık, limit bağlamında ele alınır.

Uygun koşullarda tanımlı  $f/g$  rasyonel fonksiyonlarının grafik ve tablo temsilleri incelenerek belirsiz olduğu noktalar belirlenir. Öğrenciler, grafiğini çizemedikleri fonksiyonlar olursa matematik yazılımları yardımıyla da grafik temsilleri inceleyebilir (MAB5).  $x = a$  noktasındaki limiti sıfıra eşit olan  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarından elde edilen  $f/g$  fonksiyonunun  $x = a$  noktasındaki limitinin  $0/0$  belirsizliği oluşturduğu kabul edilir. Bu noktada  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarının polinom fonksiyon, karekök fonksiyonu ve rasyonel fonksiyon olmasına dikkat edilir.  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarının trigonometrik, üstel veya logaritmik fonksiyon olduğu durumlar incelenmez. İncelenen fonksiyonun cebirsel ifadesi, çarpanlara ayırma kuralları kullanılarak belirsizlik durumu ortadan kaldırılacak şekilde dönüştürülür. Dönüşümle beraber yeni fonksiyonun  $x = a$  noktasındaki limit değeri elde edilir (MAB2). Böylece belirsizliğin giderilebilmesi için farklı bir çözüm üretilmiş olur. Dönüştürülen yeni fonksiyon ile başlangıç fonksiyonunun grafikleri karşılaştırılır. Bu şekilde fonksiyonların  $x = a$  noktasındaki limit değerlerinin değişmediği vurgulanır. Limitteki  $0/0$  belirsizliğinin çarpanlara ayırma yöntemleriyle en hızlı ve doğru şekilde çözülebilmesini içeren, iş birliği ve grup içi çalışma gerektiren etkinlikler düzenlenebilir (SDB2.2, D4.2). Öğrencilere belirli bir  $x = a$  noktasındaki limiti  $0/0$  belirsizliğine sahip fonksiyonların gerçek yaşam problemlerinde kullanımına yönelik araştırma ödevi verilebilir.

### MAT.12.2.4

Limitin tarihî gelişiminden kısaca söz edilerek Salih Zeki'nin *Âsâr-ı Bâkiye* ve *Kâmûs-ı Riyâziyyât* adlı eserlerindeki limit ve süreklilik ile ilgili çalışmalarından bahsedilir. Buradaki çalışmalardan hareketle limit ve süreklilik arasındaki ilişkiye dair sınıf içi tartışma yapılır. Cebirsel temsili verilen fonksiyonların tablo ve grafik temsili incelenir.  $x = a$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) noktasının fonksiyonun tanım aralığı içerisinde olmasına dikkat edilerek bu fonksiyonların noktadaki limiti ve değeri karşılaştırılır. Bu karşılaştırma neticesinde limit değerinin o noktadaki fonksiyon değerine eşit olmadığı durumlarda fonksiyonların grafik temsillerinin  $x = a$  noktasında sürekli olmadığı yorumu yapılır. Böylece  $f$  fonksiyonunun  $x = a$  noktasındaki sürekliliğinin cebirsel ifadesi olarak  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$  verilir (MAB3). Bu cebirsel ifadeden hareketle fonksiyonların belirli bir  $x = a$

noktasında sürekli olabilmesi için o noktadaki limit değeriyle fonksiyon değerinin birbirine eşit olması gerektiği ifade edilir. Referans fonksiyonlar, polinom ve rasyonel fonksiyonlar incelenerek bu fonksiyonların tanımlı olduğu aralıklardaki sürekliliği yorumlanır. Öğrencilere  $f+g$ ,  $f-g$ ,  $fg$ ,  $f/g$ ,  $f \circ g$  ve  $g \circ f$  fonksiyonlarının sürekliliğinin incelenmesine yönelik bir performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Uygun koşullarda  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$  şeklindeki gibi tanımlı salınım durumu içeren fonksiyonların grafikleri, matematik yazılım programları kullanılarak çizilir. Fonksiyonun grafiğinin salınım yaptığı bölge incelenerek limit ve sürekliliğe ilişkin sınıf içi tartışma yapılır. Örneğin uygun koşullarda  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{x}\right)$  şeklinde tanımlı fonksiyonun  $x = 0$  noktasında limitinin olup olmadığı tartışılabilir. Gerçek sayıların sıralama ve tamlık özelliklerinin limit alma işlemi için önemi üzerine araştırma ödevi verilebilir. (\*) Sıkıştırma teoreminin ispatı yapılır. Bu teoremin kullanıldığı sorular çözülür. Ara değer teoremi, Bolzano (Bulzano) teoremi ve uç değer teoremleri hakkında değerlendirmeler yapılarak bu teoremlere ilişkin açık uçlu sorular çözülür.  $0/0$  belirsizliği içeren limitlerde trigonometrik, logaritmik ve üstel fonksiyonlarla işlem yapılır.  $f(x) = \frac{\sin x}{x}$  fonksiyonunun  $x = 0$  noktasındaki limitinin 1 olduğu, sıkıştırma teoremi kullanılarak ispatlanır. Buradan hareketle uygun koşullarda  $f(x) = \frac{\sin kx}{mx}$  ( $k, m \in \mathbb{R}, m \neq 0$ ),  $f(x) = \frac{\tan kx}{mx}$  ve  $f(x) = \frac{\sin kx}{\tan mx}$  şeklinde tanımlı fonksiyonların  $x = 0$  noktasındaki limitlerinin  $k/m$  olduğu gösterilir. (\*)  $0/0$  belirsizliğinin yanı sıra  $\infty/\infty$ ,  $\infty-\infty$ ,  $1^\infty$  belirsizlikleri limit alma kuralları yorumlanarak çözülür. Euler sayısının ( $e$ ) elde edilmesini sağlayan  $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$  fonksiyonunun sonsuzdaki davranışı incelenir. (\*) Weierstrass'ın limit tanımı (epsilon-delta tanımı) ile ilgili araştırma ödevi verilebilir. (\*) Uygun koşullarda  $f(x) = \tan x$ ,  $f(x) = \cot x$ ,  $f(x) = \sec x$  ve  $f(x) = \operatorname{cosec} x$  şeklinde tanımlı fonksiyonların sürekli olduğu aralıkları bulmaya yönelik çalışmalar yapılır.

**Destekleme** Limitin kullanıldığı gerçek yaşam durumu örnekleri (hız sınırı gibi), öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya karşı olan ilgi ve motivasyonları artırılır.

Öğrencilere bir fonksiyonun belirli bir noktadaki limitini cebirsel olarak ifade edebilmeye ve grafik temsilde yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır.

Limit ve süreklilik ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam araçları (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılır.

Öğrenciler için bireyselleştirilmiş öğrenme planları oluşturulur. Limit ve süreklilik konusunda öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına uygun hedefler belirlenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 2. TEMA: DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ (2)

Bu temada öğrencilerin değişim oranı ve limit kavramlarını kullanarak bir fonksiyonun belirli bir noktadaki anlık değişimini veren türeve ve iki fonksiyonun toplamı, farkı, çarpımı, bölümü ve bileşkesinin türevine ilişkin muhakeme yapabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 28

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB1. Matematiksel Muhakeme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. SistematiK Olma, E3.11. Özgün Düşünme

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB2.1. İletişim

**Değerler** D3. Çalışkanlık, D5. Duyarlılık, D13. Sağlıklı Yaşam, D14. Saygı, D16. Sorumluluk, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

### DİSİPLİNLER ARASI

**İLİŞKİLER** Biyoloji, Coğrafya, Ekonomi, Fizik, Kimya

### BECERİLER ARASI

**İLİŞKİLER** MAB2. Matematiksel Problem Çözme, MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma



## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

**MAT.12.2.5. Bir fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki değişim oranına ilişkin muhakeme yapabilme**

- Bir fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki değişim oranı ile ilgili bileşenleri (fonksiyonun nitel özellikleri ile cebirsel ve grafik temsili) belirler.
- Bir fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki değişim oranı ile ilgili bileşenleri arasındaki ilişkileri belirler.
- Bir fonksiyonun belirli bir nokta civarındaki değişim oranını tablo, grafik ve limit gösteriminden yararlanarak fonksiyonun o noktadaki anlık değişimi olarak ifade eder.
- Bir fonksiyonun belirli bir noktadaki anlık değişimini fonksiyonun o noktadaki türevi olarak ifade eder.
- Uygun koşullarda tanımlı fonksiyonların  $[f(x) = x^n (n \in \mathbb{N}), f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}]$  belirli bir noktadaki anlık değişimlerini inceleyerek fonksiyonun o noktadaki türevine yönelik varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarına dayalı örüntüleri geneller.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerini önerme olarak ifade eder.
- Önermelerini anlık değişim oranını yorumlamayı gerektiren problem durumlarında değerlendirir.
- Fonksiyonun bir noktadaki türevini limit gösteriminden faydalanarak ispatlar.
- İspatını kullanışlılık açısından değerlendirir.

**MAT.12.2.6. Fonksiyonların türevinin olmadığı noktalar hakkında çıkarım yapabilme**

- Fonksiyonlar ve türevin limit tanımı ile ilgili önceki bilgilerinden yararlanarak bir fonksiyonun herhangi bir noktasında hangi durumlarda türevinin olmadığına ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanıp farklı durumlara ilgili örüntüleri listeleyerek bir fonksiyonun herhangi bir noktasında hangi durumlarda türevinin olmadığı ile ilgili örüntüleri geneller.
- Bir fonksiyonun herhangi bir noktasında hangi durumlarda türevinin olmadığına ilişkin genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırır.
- Bir fonksiyonun herhangi bir noktasında hangi durumlarda türevinin olmadığına ilişkin elde ettiği genellemelerden önermeler sunar.
- Bir fonksiyonun herhangi bir noktasında hangi durumlarda türevinin olmadığına ilişkin önermeleri türev-süreklilik ilişkisi bağlamında değerlendirir.

**MAT.12.2.7. Türevin limit gösteriminden faydalanarak iki fonksiyonun toplamı, farkı, çarpımı, bölümü ve bileşkesinin türevine ilişkin muhakeme yapabilme**

- Fonksiyonların toplamı, farkı, çarpımı, bölümü ve bileşkesinin türevine ilişkin varsayımlar geliştirir.
- Varsayımlarına dayalı örüntüleri geneller.
- Genellemelerinin varsayımlarını karşılayıp karşılamadığını kontrol eder.
- Genellemelerini önerme olarak ifade eder.
- Önermelerini farklı problem durumlarında değerlendirir.
- İki fonksiyonun toplamı, farkı, çarpımı ve bölümünün bir noktadaki türevine dair kuralları limit gösteriminden faydalanarak ispatlar.
- İspatını kullanışlılık açısından değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Ortalama Değişim Oranı, Anlık Değişim Oranı, Fonksiyonların Türevi, İki Fonksiyonun Toplamının, Farkının, Çarpımının, Bölümünün ve Bileşkesinin Türevi

- Genellemeler**
- Türev kavramı ve türevin özellikleri yardımıyla gerçek sayılarda tanımlı ve değerli fonksiyonların nitel özellikleri incelenebilir/yorumlanabilir.
  - Türev, niceliklerdeki değişimleri modellemek için kullanılan matematiksel bir araçtır.
  - Gerçek sayılarda tanımlı ve değerli fonksiyonlarda bağımlı ve bağımsız değişkenlerdeki değişim oranlarının yaklaştığı değerler diferansiyel kavramı yardımıyla açıklanabilir.

**Anahtar Kavramlar** anlık değişim oranı, değişim oranı, diferansiyel, eğim, kesen doğrusu, limit, ortalama değişim oranı, sağdan/soldan türev, süreklilik, teğet doğrusu, türev, türev alma operatörü

**Sembol ve Gösterimler**  $f'(x), f''(x), \frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}, dy = f'(x) \cdot dx, f'_+(a), f'_-(a)$

### ÖĞRENME

#### KANITLARI

#### (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ve araştırma ödevi ile değerlendirilebilir.

Türevin kullanıldığı farklı disiplinlerin incelenmesini içeren araştırma ödevi, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Gerçek yaşam problemlerini türevi kullanarak çözmeye ilişkin verilen çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Öğrencilerin kendilerini öz değerlendirme formuyla değerlendirmeleri sağlanabilir.

Türevin limit tanımı kullanılarak fonksiyonların türev alma kuralını belirlemeye yönelik verilen performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Parçalı gösterimli fonksiyonların kritik noktalarında türev incelemeyi gerektiren sorulardan oluşan çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Fonksiyonların toplam, fark, çarpım, bölüm ve bileşkesinin türevini almayı gerektiren gerçek yaşam problemlerine ilişkin verilen çalışma kâğıdı, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Öğrencilerin kendilerini öz değerlendirme formuyla değerlendirmeleri sağlanabilir.

### ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

#### Temel Kabuller

Öğrencilerin gerçek sayılarda tanımlı fonksiyon kavramını tanımlayabildikleri; fonksiyonların parçalı gösterimlerini bildikleri, fonksiyonlarda işlemler yapabildikleri; karekök ve rasyonel referans fonksiyonlar ve bunlardan türetilen fonksiyonlar ile polinom fonksiyonların matematiksel temsillerini kullanabildikleri; bu fonksiyonların cebirsel gösterimindeki katsayılar ile nitel özellikleri arasında ilişki kurabildikleri; doğrunun eğimini bildikleri; doğru denklemi oluşturabildikleri; bir açının tanjant değerini doğrunun eğimiyle ilişkilendirebildikleri; fonksiyon grafiklerinde kesen doğru ve teğet doğrusu kavramlarını yorumlayabildikleri; cebirsel özdeşlikleri ve tamkareye tamamlamayı kullanarak çarpanlara ayırma yapabildikleri; birinci ve ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemleri ve eşitsizlikleri çözebildikleri; limitte  $0/0$  belirsizliğini değerlendirebildikleri ve süreklilik kavramını yorumlayabildikleri kabul edilmektedir.

#### Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilere 9, 10, 11 ve 12. sınıfta öğrendikleri referans fonksiyonlar, parçalı gösterimli fonksiyonlar ve polinom fonksiyonlar hakkındaki ilgi, ihtiyaç, beceri ve kavram yanılgılarını tespit etmek için hazır bulunuşluk testi yapılabilir. Fonksiyonların grafik temsili, fonksiyonların nitel özellikleri ve analitik geometri bilgilerini ölçmeye yönelik açık uçlu sorular sorulabilir. Birinci ve ikinci dereceden denklem ve eşitsizlikleri içeren problemlerde kullanılan farklı çözüm stratejilerinin bilgisini ölçebilmek için kısa cevaplı sorular sorulabilir. Fonksiyonlarda limit ve süreklilik konularına ilişkin ilgi, ihtiyaç, beceri ve kavram yanılgılarını tespit etmek için hazır bulunuşluk testi yapılabilir.

**Köprü Kurma** Doğrusal fonksiyonların eğimi, fonksiyonlarda değişim oranı kavramı ile ilişkilendirilir. Gerçek yaşamda bir hareketlinin ortalama hızının ne anlama geldiği sorularak değişim oranı kavramı somutlaştırılır.

Ayrıca bir hareketlinin  $t$  saniyede metre cinsinden aldığı yolu veren bir fonksiyonun grafik temsili çizilerek öğrencilerden bu fonksiyonda belirli saniyeler arasındaki ortalama hızın tespit edilmesi istenir. Bir kentin nüfusunun artış hızı, bir bankadaki mevduatın büyüme hızı, kimyada hacmi küçülen bir gazın basıncının artış hızı gibi ifadelerin ne anlama geldiği ile ilgili tartışmalar yapılır. Limitte öğrenilen ve türevde etkin bir şekilde kullanılacak olan  $0/0$  belirsizliği ve süreklilik ile ilgili soruların çözülebilmesine yönelik grup çalışması yapılabilir. Limit ve süreklilik konusunda öğrendikleriyle ilgili geri bildirimler verilerek öğrencilerin kendi seviyelerini, eksikliklerini ve ihtiyaçlarını belirlemesi sağlanır. Öğrencilerle bire bir görüşmeler yapılarak veya öğrencilerin yansıtıcı günlükler tutması istenerek limit konusu ile ilgili yaşadıkları duyguları fark etmeleri ve olumsuz duygularını gidermeleri desteklenebilir.

## Öğrenme-Öğretme

### Uygulamaları MAT.12.2.5

Gerçek yaşam durumu içeren problemler fonksiyonlarla temsil edilerek fonksiyonların nitel özellikleri ile cebirsel ve grafik temsilleri belirlenir. Ardından fonksiyonun nitel özelliklerinin problem verilerine uygun aralığındaki veya noktasındaki durumuna odaklanılarak ortalama değişim, anlık değişim, eğim, kesen doğrusu, teğet doğrusu gibi kavramlar belirlenir. Örneğin bir şirketin yıllık kazancı, önceki yıl ile içinde bulunulan yıl karşılaştırılarak elde edilebilir ve ardından bu şirketin aylık ortalama kazancının ne kadar olduğu sorgulanır **(D17.3)**. Yıllık kazançtaki değişimin 12 aya bölünmesi ile aylık ortalama kazanç elde edilir **(OB3)**. Bu tarz gerçek yaşam örnekleri üzerinden ortalama değişim oranı kavramı cebirsel olarak ifade edilir. Bir şirketin gelirinin zamana bağlı olarak verildiği bir grafik temsili üzerinden 12 ay önceki gelirini temsil eden nokta ve mevcut gelirini temsil eden nokta bir kesen doğrusu ile birleştirilir. Bu kesen doğrusunun eğimi aylık ortalama kazanç ile ilişkilendirilir. Benzer örnekler cebirsel ifadesi verilen fonksiyonlarda incelenir. Örneğin bir şehrin belirli bir gündeki sıcaklık değişimi, zamana bağlı bir fonksiyonla modellenerek verilebilir. Fonksiyon incelenerek belirli bir zaman aralığındaki ortalama sıcaklık değişimi, ortalama değişim oranının cebirsel ifadesi kullanılarak bulunur **(MAB2)**.

Bir hareketlinin  $t$  zamanında aldığı yolu modelleyen fonksiyonlar öncelikle ortalama hızı bulmak için incelenir. Bu modellemelerin grafik temsillerinde herhangi iki zaman aralığındaki noktaları birbirine bağlayan kesen doğrusunun eğimi yorumlanır. Buradan bir hareketlinin belirli bir saniyedeki anlık hızının nasıl bulunabileceği tartışılır. Grafik temsiller incelenerek kesen doğrusuna benzer bir şekilde fonksiyonun sadece tek bir noktasından geçen teğet doğrusu çizilir. Grafik temsil üzerindeki iki noktayı birbirine bağlayan kesen doğruları teğet doğrusuna yaklaştırdıkça bu doğruların eğim değerlerinin birbirine çok yaklaştığı tablo veya matematik yazılımları kullanılarak gösterilir **(MAB3, MAB5)**. Böylelikle öğrencilerin dijital araç ile iş görme becerilerinin geliştirilmesi desteklenir **(OB2)**. Benzer şekilde öğrencilerden fonksiyonun sürekli olduğu bir noktadan çizilebilen ve eğimi gerçek sayı olan tek teğet doğrusu olması durumunda bu doğrunun eğiminin fonksiyonun o noktadaki anlık değişim oranını verdiğini grafik üzerinden limit kullanmadan keşfetmeleri beklenir. Bir hareketlinin  $t$  zamanındaki konumunu veren bir fonksiyon modellemesi üzerinden anlık değişim oranı ortalama değişim oranı kullanılarak "konumdaki çok küçük değişim/zamandaki çok küçük değişim" şeklinde sözel temsille ifade edilir. Bu konum fonksiyonunun  $t=a$  ( $a \in \mathbb{R}$ ) noktasındaki anlık değişimi, bu nokta ve bu noktaya çok yakın bir nokta

arasındaki zaman değişiminin limitinin sifıra gitmesi durumunda  $\left. \frac{d(x(t))}{dt} \right|_{t=a} = x'(a)$  şeklinde gösterilir.  $f(x) = y$  olmak üzere  $\frac{dy}{dx} = f'(x)$  eşitliği kullanılarak elde edilen  $dy = f'(x) dx$

diferansiyel olarak tanımlanır **(MAB3)**. Grafik temsili üzerinden anlık değişim oranı kullanılarak diferansiyelin geometrik yorumu yapılır.

Öğrencilerin anlık ve ortalama değişimi anlamlandırmak için gerçek yaşam durumları üzerinde çalışmaları sağlanır. Örneğin bir öğrencinin düzenli spor yapmaya başladıktan  $t$  hafta sonra verdiği kiloyu modelleyen uygun koşullarda  $f(t)$  şeklinde tanımlı fonksiyon incelenebilir (D13.2).  $f$  ve  $f'$  fonksiyonlarının keyfî noktalarındaki değerleri verilir. Öğrencilerin anlık ve ortalama değişimi işe koşarak bu verileri fonksiyonun grafik temsiline yorumlaması istenir. Bir fonksiyonun grafiğine sürekli olduğu bir iç noktasının sağından ve solundan yaklaşıldığında eğimi bir gerçek sayı olan tek bir teğet doğrusu çizilmesi durumunda bu eğim değerinin fonksiyonun o noktadaki anlık değişimine eşit olduğunu göstermek için limit kavramı kullanılır. Fonksiyonun herhangi bir noktasındaki türevi,

$$\frac{d(f(x))}{dx} = f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

şeklinde ifade edilir (MAB3). Ayrıca elde edilen limitte  $h = x - a$  dönüşümü yapılarak  $x = a$  noktası için  $\frac{d(f(x))}{dx} = f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  şeklinde türevin diğer bir limit tanımı elde edilir (E3.7). Bu limitlerin sağdan ve soldan yaklaşımları, sağdan türev ve soldan türev olarak ifade edilir. Özellikle cebirsel ifadesi verilen parçalı gösterimli fonksiyonların kritik noktalarında türevlenebilirlik incelenirken o noktadaki sağdan türev ile soldan türevin eşit olması gerektiği vurgulanır (E3.6). Öğrencilere parçalı gösterimli fonksiyonların kritik noktalarında türev incelemeyi gerektiren sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir. Fonksiyonun ikinci türevi ise  $\frac{d^2y}{dx^2}$  veya  $f''(x)$  şeklinde gösterilir.

Uygun koşullarda  $f(x) = x^n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ),  $f(x) = \sqrt{x}$  ve  $f(x) = \frac{1}{x}$  şeklinde tanımlı fonksiyonların herhangi bir noktasındaki anlık değişim oranı tablo, grafik ve cebirsel temsiller kullanılarak incelenir. Örneğin  $f(x) = x^2$  fonksiyonunun tablo veya grafik temsiline  $(1,1)$  noktasına çok yakın noktalar alınarak bu fonksiyonun  $x = 1$  noktasındaki anlık değişim oranı tahmin edilir. Fonksiyonun cebirsel temsiline işe koşulduğu türevin limit tanımı kullanılarak

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = 2$$

sonucu elde edilir ve yapılan tahminle bu sonuç karşılaştırılır. Bu şekilde polinom, köklü ve rasyonel fonksiyonların türev alma kurallarına yönelik varsayımlar geliştirilir. Bu varsayımlardan hareketle farklı fonksiyonların türev alma kurallarına ilişkin genellemeler elde edilir. Genellemelerle varsayımlar karşılaştırılarak önermeler matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Elde edilen önermeler fizik, kimya, biyoloji ve ekonomi bağlamlarında türevi kullanmayı gerektiren gerçek yaşam problemlerinde değerlendirilir. Örneğin biyolojide kandaki ilaç konsantrasyonu, bir canlı popülasyonunun artış veya azalış hızı; ekonomide bankada biriktirilen tasarruflar, bir şirketin kârı; coğrafyada bir ülke nüfusunun veya petrol miktarının artış veya azalış hızı; kimyada kimyasal reaksiyon, gaz basıncı ve fizikte anlık hız, anlık ivme gibi bağlamlarda önermeler etkin bir şekilde kullanılır (OB3, D5.2, D13.4). Yine fizikte, ısıtılarak genişleyen küre şeklindeki bir maddenin yarıçapının, yüzey alanının veya hacminin zamana bağlı değişim oranı bu önermeler kullanılarak yorumlanır (MAB2). Bu şekilde türevin fen bilimleri ve sosyal bilimler için önemi uygulamalı bir şekilde gösterilir ve önemli bir ihtiyacı karşıladığından bahsedilir (SDB1.2). Öğrencilere türevin kullanıldığı farklı disiplinlerin incelenmesini içeren araştırma ödevi ve gerçek yaşam problemlerini türevi kullanarak çözmeye ilişkin çalışma kâğıdı verilebilir (D16.3). Ayrıca türev kavramının tarihî gelişimi incelenerek fizik ve matematik alanında çalışan Leibniz (Laybnitz) ve Newton gibi bilim insanlarının türev ile ilgili çalışmalarından bahsedilir.

Fonksiyonların herhangi bir noktadaki türevini almaya ilişkin önermeler, türevin limit tanımı kullanılarak ispatlanır. Örneğin  $f$  karekök referans fonksiyonunun herhangi bir  $x = a$  ( $a \neq 0$ )

noktasındaki türevinin  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a} = \frac{1}{2\sqrt{a}}$  olduğu gösterilir. Buradan hareketle  $f(x) = \sqrt{x}$  ise  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$  önermesi ispatlanır. Ayrıca her  $n \in \mathbb{Q}$  için  $f(x) = x^n$  ise

$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$  kuralı kullanılarak sıfırdan farklı gerçek sayılarda  $f(x) = \frac{1}{x}$  şeklinde tanımlı fonksiyonun belirli bir noktadaki türev fonksiyonu elde edilir. Yapılan ispatlar, farklı önermelerin ispatı için kullanışlılığı açısından değerlendirilir.

**MAT.12.2.6**

Türevin limite dayalı cebirsel tanımı yorumlanarak fonksiyonların hangi durumlarda türevlenebilir olmayacağına yönelik sınıf içi tartışma yapılır. Bu tartışma yapılırken öğrencilerden birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve etkileşim sağlamaları beklenir (**SDB2.1, D14.1**). Referans fonksiyonlar, polinom fonksiyonlar ve bu fonksiyonlardan elde edilen parçalı gösterimli fonksiyonların grafik temsilleri incelenir. Bu grafik temsillerden hareketle fonksiyonların hangi durumlarda türevlenebilir olmayacağına ilişkin varsayımlar geliştirilir. Türevin limit tanımından hareketle bu limitin var olabilmesi için fonksiyonun herhangi bir  $x = a$  noktasında soldan türev  $f'_-(a)$  ile sağdan türevinin  $f'_+(a)$  eşit olması gerektiği ifade edilir. Parçalı gösterimli fonksiyonların grafik temsilleri incelenerek süreksizlik noktalarında soldan ve sağdan türevin eşit olmayacağına ilişkin varsayım elde edilir. Ayrıca gerçekte sayılarda  $f(x) = |x|$  ve  $f(x) = \sqrt[3]{x}$  şeklinde tanımlı fonksiyonların grafik temsilleri incelenerek bu fonksiyonların  $x = 0$  noktasında sürekli olmasına rağmen bu noktada türevli olmayacağına ilişkin akıl yürütülür (**OB4**). Böylece parçalı gösterimli fonksiyon ve mutlak değerli fonksiyonların sürekli olduğu hâlde türevsiz olabileceği noktalara dair varsayımlar geliştirilir. Bu varsayımlardan hareketle farklı fonksiyonların türevlenemeyen noktalarına ilişkin genellemeler elde edilir. Genellemelerle varsayımlar karşılaştırılarak önermeler matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Elde edilen önermelerden yararlanılarak fonksiyonlarda türev-süreklilik ilişkisi ortaya konur. Ayrıca cebirsel temsili verilen parçalı gösterimli fonksiyonlarda, kritik noktada türev incelenirken bu önermeler kullanılır. Öğrencilere parçalı gösterimli fonksiyonların kritik noktalarında türev incelemeyi gerektiren sorulardan oluşan çalışma kâğıdı verilebilir.

**MAT 12.2.7**

$f$  ve  $g$  polinom fonksiyonlarının toplam ve fark işlemlerinde türev almaya yönelik olarak cebirsel temsilleri incelenir. Örneğin gerçekte sayılarda  $f(x) = x^2$  ve  $g(x) = x$  şeklinde tanımlı fonksiyonlar kullanılarak elde edilen  $(f+g)(x) = x^2 + x$  ve  $(f-g)(x) = x^2 - x$  fonksiyonlarının türevi, türevin limit tanımıyla elde edilir. Buradan hareketle fonksiyonların toplam ve fark işlemlerinde türev alma kuralları ile ilgili varsayımlar geliştirilir. Çarpma, bölme ve bileşke işlemlerinde ise  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarının yapısının bu işlemler sonucunda oluşan yeni fonksiyonda değiştiği matematik yazılımlarından yararlanılarak gözlemlenir (**MAB5**). Böylelikle öğrencilerin dijital araç ile iş görme becerilerinin geliştirilmesi desteklenir (**OB2**). Aynı zamanda gerçekte sayılarda  $f(x) = x + 1$ ,  $g(x) = x$  şeklinde tanımlı fonksiyonlar ile elde edilen  $f/g$  fonksiyonunun türevine ilişkin olarak  $f$  ve  $g$  fonksiyonlarına bağlı yeni bir kural elde edilmesi gerekliliği ifade edilir. Bileşke fonksiyonların referans fonksiyonlardan türetilebileceği fikri ile bu fonksiyonların türev alma kuralı örnekler üzerinden incelenir. Örneğin gerçekte sayılarda  $f(x) = (3x+1)^2$  şeklinde tanımlı fonksiyon;  $h(x) = 3x+1$  ve  $g(x) = x^2$  fonksiyonlarının bileşkesi şeklinde yazılır. Türevin limit tanımı kullanılarak bu fonksiyonun türev alma kuralı belirlenir ve bileşke fonksiyonların türevine ilişkin varsayımlar elde edilir. Bu varsayımlardan hareketle fonksiyonların toplam, fark, çarpım, bölüm ve bileşkesinin türevine ilişkin genellemeler elde edilir. Bileşke fonksiyonun türevinde iki fonksiyonun bileşkesi ile sınırlı kalınır. Genellemelerle varsayımlar karşılaştırılarak önermeler matematiksel olarak doğrulanabilecek şekilde sunulur. Elde edilen önermeler fizik, kimya, biyoloji ve ekonomi bağlamlarında türevi kullanmayı gerektiren gerçekte yaşam problemlerinde değerlendirilir. Örneğin  $t$  saatte bir evin içerisinde iki ayrı musluktan akan su miktarları  $f$  ve  $g$  fonksiyonları ile modellenir. Belirli bir saatte bu musluklardan akan toplam su miktarındaki değişim, toplam fonksiyonunun türevi yardımıyla bulunur. Buna göre hangi saatlerde en çok su tüketimi olduğu belirlenir (**D17.2**). Ayrıca bileşke fonksiyonun türev alma kuralı kullanılarak uygun koşullarda  $g(x) = [f(x)]^n$  şeklinde tanımlı fonksiyonların türevi ile ilgili önermelere ulaşılır. Bu şekilde farklı görünen durumlara ilişkin bileşke fonksiyonun türev alma kuralı kullanılarak farklı çözümler üretilir. Öğrencilere fonksiyonların toplam, fark, çarpım, bölüm ve bileşkesinin türevini kullanmayı gerektiren gerçekte yaşam problemlerine ilişkin çalışma kâğıdı verilebilir.

Türevin limit tanımı kullanılarak fonksiyonların toplam, fark, çarpım, bölüm ve bileşkesinin türevi cebirsel olarak farklı yöntemlerle ispatlanır. Bu ispatlar yapılırken öğrencilerin ispatlara ilişkin bilimsel ve özgün yaklaşımlar sunmaları beklenir (E3.11, D3.3). Yapılan ispatların kullanılabilirliği değerlendirilir. Öğrencilere bu çıktıya yönelik performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Trigonometrik, üstel ve logaritmik fonksiyonların türevi, limit tanımından yararlanılarak bulunur. Yüksek mertebeden türev alma yaklaşımları incelenir ve bunlara ilişkin  $n$ . dereceden türev veren matematiksel modellemeler yapılır. Trigonometrik, logaritmik ve üstel fonksiyonlar kullanılarak yüksek mertebeden türeve ilişkin örüntüler ve genellemeler elde edilir. Bir fonksiyonun kendisiyle ters fonksiyonu arasında türeve dayalı ilişkiler kurulur. Kapalı fonksiyonların türev alma kuralı, ispatı yapılarak incelenir. Ters trigonometrik fonksiyonların türev alma kuralını bulmaya yönelik cebirsel ispatlar yapılır. Fonksiyonların çarpım ve bölümünün türevine yönelik ispatlar e tabanındaki logaritmik fonksiyon kullanılarak elde edilir. Diferansiyel kavramı kullanılarak ters türeve yönelik incelemeler yapılır. Basit düzeydeki türevli denklemler ters türev fikri kullanılarak çözülür.

(\*) Türev kullanılarak yapılabilecek STEM uygulamalarına daha fazla yer verilir. Örneğin bir bakteri popülasyonu fonksiyonlar ile modellenerek bu popülasyonun belirli bir t anındaki büyüme hızı belirlenebilir.

**Destekleme** Anlık değişim oranı kavramının doğru bir şekilde anlaşılabilmesi için ortalama değişim ile ilgili gerektiği kadar gerçek yaşam durumu örneği matematiksel yazılımlar kullanılarak incelenir.

Türevin kullanıldığı gerçek yaşam durumu örnekleri (traktörün anlık hızı, kasabadaki nüfusun büyüme hızı gibi) öğrencilerin yakın çevresi dikkate alınarak çeşitlendirilir. Böylelikle öğrencilerin konuya ilgi ve motivasyonları artırılır.

Anlık değişim oranı ve türev kavramının temsil edilebileceği somut materyaller (animasyonlar) kullanılır.

Öğrencilere bir fonksiyonun belirli bir noktadaki türevini cebirsel olarak ifade edebilmeye, grafik temsilde yorumlayabilmeye yönelik, kişiselleştirilmiş geri bildirimler verilerek değerlendirmeler yapılır.

Türev kavramı ve türev alma kuralları ile ilgili performans görevleri ve çalışma kâğıtları için daha fazla zaman verilir. Geri bildirimlerde ve değerlendirmelerde çoklu ortam (sözlü, yazılı, görsel gibi) kullanılır.

Öğrenciler için bireyselleştirilmiş öğrenme planları oluşturulur. Türev kavramı ve türev alma kuralları konusunda öğrencilerin bireysel ihtiyaçlarına uygun hedefler belirlenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 2. TEMA: DEĞİŞİMİN MATEMATİĞİ (3)

Bu temada öğrencilerin türev kavramı, türevin özellikleri ve türevin geometrik yorumuna ilişkin çıkarımlar yapabilmeleri; bu çıkarımları kullanarak gerçek yaşam problemlerini çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 28

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E3.6. Analitik Düşünme, E3.7. SistematiK Olma, E3.11. Özgün Düşünme

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D1. Adalet, D3. Çalışkanlık, D5. Duyarlılık, D16. Sorumluluk, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Biyoloji, Ekonomi, Fizik, Mühendislik

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.12.2.8. Bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsillerine ve bunlar arasındaki ilişkilere dair çıkarımlar yapabilme

- Referans fonksiyonlar, türevin limit tanımı, fonksiyonlarda türev alma kuralları ile ilgili önceki bilgilerinden faydalanarak bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsilleri ve bunlar arasındaki ilişkiye dair varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanıp farklı durumlarla ilgili örüntüleri listeleyerek bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsilleri ve bunlar arasındaki ilişkiye yönelik örüntüleri geneller.
- Bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsilleri ve bunlar arasındaki ilişkiye dair genellemeleri ile varsayımlarını karşılaştırır.
- Elde ettiği genellemelerden önermeler sunar.
- Bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsilleri ve bunlar arasındaki ilişkiye dair önermeleri polinom fonksiyonların grafik temsilini incelemede ve elde etmede değerlendirir.

MAT.12.2.9. Gerçek yaşam durumlarında türevi kullanarak problemler çözebilme

- Türev bilgisinin işe koşulabileceği problemlerdeki matematiksel bileşenleri (problemi temsil eden fonksiyonun nitel özellikleri ile cebirsel ve grafik temsilleri) belirler.
- Problemlerdeki matematiksel bileşenler arasındaki ilişkileri türev bağlamında inceler.
- Problemlerdeki değişim bağlamını fonksiyon, denklem ve türev temsillerine dönüştürür.
- Dönüştürdüğü temsillerin problem bağlamındaki anlamını ifade eder.
- Elde ettiği ve yorumladığı farklı temsillere dayalı olarak problemin çözümü için strateji oluşturur.
- Belirlediği stratejiyi kullanarak problemi çözer.
- Elde ettiği çözümü farklı yöntemleri kullanarak doğrular.
- Problemin olası çözüm stratejilerini gözden geçirir.
- Problemin olası çözüm stratejilerinin maksimum-minimum değer hesaplamayı içeren farklı problem durumlarında kullanımı ile ilgili çıkarımlar yapar.
- Çıkarımlarının geçerliliğini sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Türevin Geometrik Yorumu ve Türev Uygulamaları

- Genellemeler** • Türev, gerçek yaşam problemlerinde karşılaşılan niceliklerdeki (eğim, hız, alan, hacim gibi) değişimleri modellemek için kullanılabilen matematiksel bir araçtır.

**Anahtar Kavramlar** artanlık, azalanlık, eğim, ekstremum değer, mutlak maksimum-minimum değer, mutlak maksimum-minimum nokta, polinom fonksiyon, teğet doğrusu, türev, yerel ekstremum değer, yerel ekstremum nokta

**Sembol ve Gösterimler** -



## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, performans görevi ve araştırma ödevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere aynı dik koordinat sisteminde çizilen iki fonksiyonun grafiğini incelemeyi içeren çalışma kâğıdı verilebilir. İnceleme sonucunda bu fonksiyon ikililerinden hangilerinin  $f$  ve  $f'$  şeklinde iki fonksiyona ait olabileceğinin değerlendirilmesi istenir. Çalışma sonunda öğrenciler, öz değerlendirme formuyla kendilerini değerlendirebilir.

Öğrencilere gerçek yaşam problemlerinde matematiksel modelleme yapabilme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlayacak yerel veya mutlak ekstremum değerlerini hesaplamayı gerektiren performans görevi verilebilir. Görevin değerlendirilmesinde dereceli puanlama anahtarı kullanılabilir.

Şerefeddin Tusi'nin polinom fonksiyonların yerel ekstremum değerlerini bulma bağlamında yapmış olduğu çalışmalara yönelik araştırma ödevi, dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Fizik, kimya, biyoloji, ekonomi ya da mühendislik alanlarına ilişkin yerel ekstremum değer hesaplamayı, değişim oranı/hızı belirlemeyi gerektiren problemler performans görevi olarak verilebilir. Problem çözümleri, dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Türevdeki maksimum-minimum yaklaşımının kullanımına ilişkin farklı disiplinlerin incelendiği araştırma ödevi; hazırlık, planlama ve sunum süreçlerini içeren derecelendirme ölçeği ile değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin ortalama değişim, anlık değişim kavramlarını bildiği; fonksiyonun belirli bir noktadaki türev değeri ile fonksiyon grafiğine bu noktada çizilen teğet doğrusunun eğimini ilişkilendirebildiği; temel türev alma kurallarını bildiği; bu kuralları kullanarak bir fonksiyonun belirli bir noktadaki türev değerini bulabildiği; bir fonksiyonun süreksiz veya türevsiz olduğu noktalarda türevini farklı matematiksel temsiller kullanarak inceleyebildiği; yaptığı incelemeler sonucunda türevsizliğe sebep olan durumları açıklayabildiği; iki fonksiyonun toplamının, farkının, çarpımının, bölümünün veya bileşkesinin türevini alabildiği; birinci ve ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikleri çözebildiği kabul edilmektedir.

### Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilere birinci ve ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem ve eşitsizlikler içeren sorulardan oluşan bir test sunulabilir. Türev kavramı ve bu kavramın gerçek yaşam durumlarındaki anlamı hakkında ilgi, ihtiyaç, beceri ve kavram yanlışlarını tespit etmek için açık uçlu ya da kısa cevaplı sorulardan oluşan hazır bulunuşluk testi yapılır. Öğrencilerin temel türev alma kurallarına ilişkin öğrenme eksiklikleri, açık uçlu sorular sorularak belirlenebilir.

Bir fonksiyonun limitinin olmadığı ve süreksiz olduğu noktalarda veya köşe noktalarında türevini inceleyebilme durumları açık uçlu sorularla değerlendirilebilir. İki fonksiyonun toplamının, farkının, çarpımının, bölümünün veya bileşkesinin türevini almaya dair becerilerinin, kavram yanlışlarının, ilgi ve ihtiyaçlarının belirlenmesi amacıyla açık uçlu ya da kısa cevaplı sorulardan oluşan hazır bulunuşluk testi yapılabilir.

**Köprü Kurma** Doğrusal fonksiyonların cebirsel ve grafik temsillerinden yararlanılarak öğrencilerin bir fonksiyonun belirli bir noktadaki türevinin işaretine ilişkin çıkarımda bulunmaları sağlanır. Bu kapsamda doğrunun eğim açısının dar veya geniş olması durumu veya doğrunun eğim değerinin işareti ile bir fonksiyonun belirli bir noktadaki türevinin işareti ilişkilendirilir. Özel olarak gerçek sayılarda  $f(x) = k$  şeklinde tanımlı doğrunun eğim değerinin sıfır olması ile bir fonksiyonun belirli bir noktadaki türev değerinin sıfır olması ilişkilendirilir. Böylece öğrencilerin merak duygusu harekete geçirilir. Türev konusu ile ilgili ön değerlendirme sürecinden elde edilen bilişsel yetkinlikler ile yansıtıcı günlüklerden elde edilen öğrencinin yaşadığı zorluklar ve motivasyon sorunları gibi duyuşsal durumlar birlikte değerlendirilir. Öğrencilerin yaşadığı duyguları fark etmesi sağlanarak türev konusunda olumsuz tutuma sahip öğrencilerle bireysel görüşmeler gerçekleştirilir.

### Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

#### MAT.12.2.8

Dik koordinat sisteminde verilen keyfî bir fonksiyon grafiği üzerinden fonksiyonun nitel özelliklerine ilişkin sınıf içi tartışma yapılır. Bu tartışma yapılırken öğrencilerin birbirlerini etkin bir şekilde dinlemeleri, düşüncelerini temellendirerek ifade etmeleri ve birbirleriyle etkileşim sağlamaları beklenir (**SDB2.1**). Bu kapsamda öncelikle grafiği çizilen fonksiyonun nitel özellikleri belirlenir. Bu aşamada fonksiyonların yerel ekstremum noktaları ile ilgili bilgilendirme yapılır. Sonrasında grafiğe teğet doğruları çizilir ve öğrencilerden çizilen teğet doğrularının eğimi ile ilgili varsayımda bulunmaları beklenir. Bu kapsamda fonksiyon grafiğine artan veya azalan olduğu farklı aralıklarda teğet doğruları çizilir. Ardından öğrencilerin fonksiyonun artanlığı veya azalanlığı ile teğet doğrularının eğim değerleri arasındaki ilişkilere dair varsayımlarda bulunmaları sağlanır (**E3.6, E3.7**). Örneğin öğrencilerden fonksiyonun azalan olduğu aralıkta veya fonksiyonun yerel ekstremum noktasında çizilecek teğet doğrusunun eğiminin işaretine dair varsayımlar geliştirmeleri beklenebilir.

Polinom fonksiyonların nitel özellikleri ile bunların türev fonksiyonlarının cebirsel temsilleri arasındaki ilişkilere dair genellemeler yapılır. Örneğin  $k \in \mathbb{R}^+$  olmak üzere gerçek sayılarda  $f(x) = k \cdot (x - a)^2$  şeklinde tanımlı polinom fonksiyonun türevi alınarak  $f'(x) = 2 \cdot k \cdot (x - a)$  fonksiyonu elde edilebilir. Türev fonksiyonundan hareketle  $x > a$  için  $f'$  değerlerinin pozitif olacağı ve buna bağlı olarak  $f$  fonksiyonunun  $[a, \infty)$  nda artan olacağına dair genelleme yapılır. Burada istisnai durum olarak türev fonksiyonunun birbirine eşit sıfırlarının olması durumu da (gerçek sayılarda  $f(x) = x^3$  şeklinde tanımlı fonksiyonun türev fonksiyonu gibi) incelenir. Genellemeler, polinom fonksiyonun grafik temsilleri ile ilişkilendirilerek varsayımlar ile karşılaştırılır.

Öğrencilerin polinom fonksiyonların nitel özelliklerine dair elde ettikleri genellemelerden hareketle önermeler sunması sağlanır. Örneğin  $x \in (a, b)$  olduğunda  $f$  polinom fonksiyonu için  $f'(x) < 0$  oluyor ise  $g(x) = -f(x) + 3$  fonksiyonunun  $(a, b)$  nda artanlığına veya azalanlığına dair önerme sunması beklenir (**MAB3**).

Öğrencilerin türev kavramı ile ilgili edindiği bilgileri kullanarak Rolle (Rol) ve ortalama değer teoremlerine dair önermeler sunması beklenir. Bu süreçte  $[a, b]$  nin her noktasında sürekli olan ve  $(a, b)$  nin her noktasında türevlenebilen, dik koordinat sisteminde verilen keyfî bir  $f$  fonksiyon grafiği çizilir. Sonrasında  $A(a, f(a))$  ve  $B(b, f(b))$  noktalarından geçen, eğimi  $m$  olan doğru çizilir. Çizilen grafik yardımıyla öğrencilerin  $c \in [a, b]$  olmak üzere  $f'(c) = m$  eşitliğini sağlayan en az bir gerçek sayının bulunacağına dair önerme sunmaları (ortalama değer teoremi) sağlanır. Ayrıca aynı tanım aralığında, süreklilik ve türevlenebilirlik özelliklerine sahip fonksiyonda  $f(a) = f(b)$  eşitliğinin sağlanması durumunda öğrencilerden  $d \in [a, b]$  olmak üzere  $f'(d) = 0$  olacak şekilde en az bir  $d$  gerçek sayısının bulunacağına (Rolle teoremi) dair

önerme sunmaları beklenir. Önermeler, Rolle ve ortalama değer teoremlerini kullanmayı gerektiren gerçek yaşam problemleri ve açık uçlu sorular ile birlikte polinom fonksiyonların grafik temsilleri üzerinden öğrencilerin çalışkanlıklarını ve üretkenliklerini destekleyecek şekilde değerlendirilir (**D3.3**). Örneğin ortalama hız tespitinin yapıldığı otoyolda bir aracın hız-zaman fonksiyonunun grafiği modellenir. Grafik temsilinden yararlanılarak aracın hareketi boyunca hız göstergesinin belirli bir değeri kesin olarak gösterip göstermediği, seçilen zaman aralığında belirli bir hızı en az kaç defa göstermiş olabileceği gibi sorulara yer verilir. Bu fikirden yararlanılarak otoyollarda hız tespiti yapılır. Bu tür problemlerin en hızlı ve doğru şekilde çözülebilmesini içeren, iş birliği ve grup içi çalışma gerektiren etkinlikler düzenlenebilir (**SDB2.2**).

Ayrıca cebirsel temsili verilen en fazla dördüncü dereceden polinom fonksiyonların grafik temsili elde etmek için fonksiyonun artan veya azalan olduğu aralıklar türev kullanılarak belirlenir (**E3.11**). Bu noktada çizilen grafik temsillerinin doğruluğu, öğrencilerin dijital araç ile iş görme becerilerini geliştirmek için matematik yazılımları ile kontrol edilir (**OB2, MAB5**). Öğrencilere aynı dik koordinat sisteminde çizilen iki fonksiyonun grafiğini incelemeyi içeren çalışma kâğıdı verilebilir.

#### **MAT.12.2.9**

Türev bilgisini işe koşmayı gerektiren (bir işletmenin maksimum kazancını hesaplama, geometrik cisimlerin yüzey alanları veya hacimlerindeki değişimi belirleme gibi) gerçek yaşam durumları incelenirken türev fonksiyonu, artan-azalan aralık, eşitsizlik, maksimum-minimum nokta, maksimum-minimum değer, yerel ekstremum nokta gibi bileşenler belirlenir. Bu bileşenler arasındaki ilişkiler belirlenerek gerçek yaşam durumlarının fonksiyon olarak modellenmesi sağlanır. Optimizasyon problemlerinde fonksiyonun grafik temsili incelenerek teğet-eğim ilişkisinden hareketle türev fonksiyonu elde edilir. Elde edilen türev fonksiyonunun tablo temsiliyle hangi aralıkta hangi işareti aldığı belirlenir. Türevin geometrik yorumundan hareketle işaretler arası geçiş noktalarının, fonksiyonun maksimum ve minimum noktalarını verdiği ifade edilir. Böylelikle maksimum-minimum problemlerinin çözümüne ilişkin strateji geliştirilir. Çözüm stratejisini elde ettiği türev fonksiyonu ile birlikte kullanarak öğrencilerin maksimum-minimum probleminin çözümüne ulaşmaları sağlanır. Küre şeklindeki bir cismin ısıtılması sonucunda yarıçapındaki değişime bağlı olarak hacminde veya yüzey alanındaki değişimin belirlenmesi gibi değişimlerin incelendiği problemlerde verilen ve istenen değişim oranları/hızları veya türev fonksiyonları belirlenir. Türev kavramı bilgisi ve türevin özelliklerinden yararlanılarak istenen değişim oranı/hızı veya türev fonksiyonunun bulunması sağlanır. Maksimum-minimum değer hesaplama, değişim oranı/hızı belirleme gibi gerçek yaşam problemleri mümkün olduğunca geniş bir çerçevede ele alınır. Bu bağlamda üretim-tüketim, kâr-zarar, alan/hacim, alandaki/hacimdeki değişim hızı hesabı gibi problemler incelenir (**OB3**). Örneğin belirli bir hacme sahip dikdörtgenler prizması şeklinde bir kolinin mümkün olabilecek en küçük yüzey alanı hesaplanabilir. Böylelikle ambalaj kullanımını öğrencilerin daha duyarlı olmaları sağlanır ve öğrencilerde çevreyi koruma bilinci geliştirilir (**D5.2**). Bir ürünün fiyatındaki artış ile o ürünü satın almak isteyen müşteri sayısındaki ilişki incelenerek bir gelir fonksiyonu modellenir. Gelir fonksiyonunda maksimum gelirin elde edilmesini sağlayan fiyat düzenlemesi türev yardımıyla belirlenir (**OB3**). Mühendislikte, köy yollarının otoyola bağlanmasında en kısa sürede ve en hızlı şekilde ulaşımın sağlanabilmesi için bir kente varış süresi fonksiyonlarla modellenir. Bu sayede yolun nereden geçmesi gerektiği türev yardımı ile bulunur ve toplumsal bir menfaate veya liyakate vurgu yapılır (**D1.2, D16.2**).

Ayrıca belirli bir çevre uzunluğuna sahip dikdörtgen şeklindeki evinin bahçesinde sebze yetiştirmek isteyen birinin bahçesinin alanının en fazla kaç  $m^2$  olabileceği ve buna göre bu bahçeye belirli sıra ve aralıklarla en fazla ne kadar sebze ekilebileceği, belirli bir hacme sahip silindirik biçimdeki kabın en küçük yüzey alanına sahip olabilmesi için yarıçapının ne olacağı gibi gerçek yaşam durumları incelenir (**OB3, D17.3**). Öğrencilere gerçek yaşam problemler-

rinde matematiksel modelleme yapabilme becerilerini geliştirmelerine katkı sağlayacak yerel ve mutlak ekstremum değerlerini hesaplamayı gerektiren performans görevi verilebilir.

Türev fonksiyonu üzerinden geliştirilen çözüm stratejisinin doğruluğu, türevi alınan fonksiyonun farklı temsilleri üzerinden geliştirilen çözüm stratejileri kullanılarak kontrol edilir. Örneğin gerçek sayılarda tanımlı ikinci dereceden bir  $f$  fonksiyonu ile modellenen ve bu fonksiyonun alabileceği en küçük değeri belirlemeyi gerektiren bir gerçek yaşam probleminde türev fonksiyonu üzerinden belirlenen çözüm stratejisi,  $f$  fonksiyonunun cebirsel temsili tamkare forma dönüştürülerek bulunan en küçük değer ile kontrol edilir. Bu şekilde problemin çözümüne yönelik farklı çözüm yolları değerlendirilir. Bu aşamada öğrencilerin dijital araç ile iş görme becerilerini geliştirmek için matematik yazılımlarından yararlanılır (OB2).

Şerefeddin Tusi'nin polinom fonksiyonların yerel ekstremum değerlerini bulma bağlamında yapmış olduğu çalışmalara yönelik araştırma ödevi verilebilir. Öğrencilerden verilen araştırma ödevini titizlikle yerine getirmeleri beklenir (D16.3).

Türev fonksiyonu üzerinden maksimum-minimum değeri belirleme stratejisinin her zaman uygulanabilen bir strateji olmadığı örnek problem durumları üzerinden gösterilir. Örneğin bir parçalı gösterimli fonksiyonun mutlak maksimum noktası için türevsiz olduğu bilinen bir problem incelenebilir. Bu fonksiyonun alabileceği en büyük değeri belirlemeyi gerektiren bir gerçek yaşam problemi üzerinden türev fonksiyonu ile çözümün elde edilemeyeceği görülür. Bu durumda fonksiyonun grafik temsili üzerinden çözüm stratejisi geliştirilir (OB4).

Problemlerin çözüm stratejileri gözden geçirilerek çözümde elde edilen fonksiyonların farklı temsilleri üzerinden bazı çıkarımlara ulaşılır. Örneğin belirli bir çevre uzunluğuna sahip dikdörtgenel bölgenin alanının alabileceği en büyük değerin bu bölgenin kenar uzunlukları birbirine eşit olduğunda elde edilebileceği çıkarımına ulaşılır. Benzer şekilde gerçek sayılarda  $y = f(x)$  şeklinde tanımlı fonksiyonun alabileceği en büyük değerin  $a$  olarak belirlendiği durumda  $g(x) = -\frac{1}{2} \cdot f(x - 2)$  fonksiyonunun alabileceği en küçük değerin  $-\frac{1}{2} \cdot a$  olacağı çıkarımına ulaşılır. Problemlerin çözümüne yönelik çıkarımlar; sözel, cebirsel ve grafiksel argümanlarla değerlendirilir. Örneğin karesel fonksiyon şeklinde modellenebilen gerçek yaşam durumlarında maksimum veya minimum değeri veren nokta ya da noktalar hakkında elde edilen cebirsel argümanlar sözel argümanlarla desteklenir. Benzer şekilde ısıtılarak genleşen bir nesnenin (örneğin küp veya küre) yüzey alanındaki ( $a$ ) değişime bağlı olarak hacmindeki ( $v$ ) değişim oranı  $\frac{dv}{da}$  şeklinde ifade edilir.  $v$  ve  $a$  niceliklerinin her biri aynı bir  $x$  bağımsız değişkeninin (örneğin küpün ayrıt veya kürenin yarıçap uzunluğu gibi) fonksiyonu olarak ifade edilir.

Buna göre  $\frac{dv}{da}$  değişim oranı  $\frac{\frac{dv}{dx}}{\frac{da}{dx}}$  şeklinde ifade edilir.

Farklı disiplinlerde türevdeki maksimum-minimum değer, değişim oranı/hızı belirleme yaklaşımının kullanıldığı problemlere yönelik araştırma ödevi verilebilir. Öğrencilerden araştırma ödevini zamanında ve eksiksiz yerine getirmeleri beklenir (D16.3).

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Polinom fonksiyonların farklı nitel özelliklerinin bir arada kullanıldığı ve bunların türev fonksiyonlarının cebirsel temsilleri arasındaki ilişkilere dair genellemelere ulaşıldığı örneklere yer verilir. Örneğin gerçekte sayılarda  $f(x)$  ve  $g(x) = f(x) + 2$  şeklinde tanımlı üçüncü dereceden polinom fonksiyonlar için  $x_2 > x_1$  olmak üzere  $f(x_2) = g(x_1)$  ve  $f'(x_2) = g'(x_1) = 0$  olması durumunda bu fonksiyonların başkatsayılarının işaretine dair genellemelere ulaşılabilir. İkinci türevin geometrik yorumu üzerine örnekler verilir ve konvekslik, konkavlık ve büküm noktaları incelenir. İşaret tablosu ile fonksiyonun grafiğinin çizilmesi çalışmaları yapılır ve matematik yazılımları ile doğrulanır. (\*) Maksimum-minimum problemlerinin çözümü için türev kullanılmadan algoritma oluşturulması ve matematik yazılım programında çözümünün bulunması ile türev kullanarak yapılan çözümlerin karşılaştırılmasına yönelik görevler verilebilir.

(\*) Ekonomide marjinal maliyet, marjinal gelir hesaplama; biyolojide bir canlının baskın ve çekinik genlerinin sıklığına göre o canlı türünün genetiğinde gelecekte meydana gelebilecek değişimleri (down sendromu, DMD kas hastalıkları gibi) yorumlama; (\*) fizikte serbest düşüşteki bir cismin belirli bir andaki hızını, süratini veya ivmesini belirleme gibi farklı disiplinlerde karşılaşılabilen problemler farklı çözüm stratejileri kullanılarak çözülür.

(\*) Problemler çözüldükten sonra farklı genellemelere ulaşılır. Örneğin Mendel'in (Mendel) melezleme yöntemine göre  $p \in (0, 1)$  olmak üzere  $p$  bir kültürde bulunan bezelyelerden düzgün yüzeyli bezelye genlerinin sıklığını,  $1 - p$  ise buruşuk yüzeyli genlerin sıklığını vermektedir. Buna göre gelecek nesilde düzgün yüzeyli bezelye oranı, uygun koşullarda  $f(p) = 2 \cdot p \cdot (1 - p)$  şeklinde tanımlı fonksiyon ile belirlenir.  $f'$  fonksiyonunun grafiği yorumlanarak buruşuk bezelye oranının yüksek olduğu bir popülasyona az sayıda düzgün yüzeyli bezelye katılmasının sonraki nesiller için oluşturacağı etkinin, tam tersi duruma göre daha fazla olacağı genellemesine ulaşılır.

**Destekleme** Bir fonksiyonun artanlığı veya azalanlığına, yerel ve mutlak ekstremum noktalarının neler olduğuna dair açıklamalar yapılırken gerçekte yaşam örneklerinden yararlanılır.

Örneğin doğrusal bir yol üzerinde başlangıç noktasından hareket eden, sonrasında başlangıç noktasına tekrar geri dönen bir cismin hareketi; çizilen konum-zaman grafiği ile birlikte değerlendirilir. Bu aşamada cismin başlangıç noktasına uzaklığının hangi zaman diliminde giderek arttığı, cismin hangi anda başlangıç noktasına en uzak konumda olduğu gibi sorularla öğrencilerin çıkarımlara ulaşmaları desteklenir.

Bir fonksiyonun ve onun türev fonksiyonunun matematiksel temsillerine ve bunlar arasındaki ilişkilere dair çıkarımlar, ilk olarak ikinci dereceden polinom fonksiyon ve bunun türev fonksiyonu üzerinden yapılır. Değişim oranı/hızı hesaplanan problemlerde basit cebirsel işlemler yapmayı gerektirenler tercih edilir. Çıkarımlara veya ilişkilere dair genellemelerin yapılamadığı durumlarda sayısal örneklerden, tablo temsilinden yararlanılır. Elde edilen sayısal değerler, matematik yazılımları ile çizilen grafikler üzerinde eş zamanlı olarak gösterilir.

Öğrencilerden problemlerin çözüm stratejilerini değerlendirmeleri, çözümle ilgili genellemelere ulaşamadığı durumlarda sayısal örnekleri kullanarak sınırlı genellemeler yapmalarını ister.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



### 3. TEMA: GEOMETRİK ŞEKİLLER

Bu temada öğrencilerin çemberin elemanlarını (kesen, kiriş, teğet, çap ve yay) çözümlere; çemberde açı, kiriş ve teğetin özelliklerine ilişkin çıkarım yapabilmeleri; bu özellikleri ve dairenin alanını farklı problem durumlarında kullanabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 26

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.4. Çözümleme, KB2.10. Çıkarım Yapma

**EĞİLİMLER** E2.1. Empati, E2.2. Sorumluluk, E3.6. Analitik Düşünme, E3.10. Eleştirel Bakma

#### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.3. Kendine Uyarlama (Öz Yansıtma), SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D3. Çalışkanlık, D13. Sağlıklı Yaşam, D14. Saygı, D16. Sorumluluk, D17. Tasarruf

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık, OB8. Sürdürülebilirlik Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Fizik, Sağlık, Ziraat

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.12.3.1. Çemberle ilişkili elemanları (kesen, kiriş, teğet, çap, yay) çözümleyebilme

- Kesen, kiriş, teğet, çap ve yayı çemberin elemanları olarak belirler.
- Çemberde kesen, kiriş, teğet, çap ve yay arasındaki ilişkileri belirler.

MAT.12.3.2. Çemberin açısı, kiriş ve teğet özellikleri ile ilgili çıkarım yapabilme

- Çemberde açısı, kiriş ve teğetin özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunur.
- Varsayımlarından yararlanarak çemberde açısı, kiriş ve teğetin özelliklerine ilişkin örüntüleri geneller.
- Genellemelerini varsayımlarıyla karşılaştırır.
- Elde ettiği genellemelerden önermeler sunar.
- Önermelerinin farklı problem durumlarındaki kullanılabilirliğini değerlendirir.

MAT.12.3.3. Çemberin açısı, kiriş, teğet özelliklerini ve dairenin alanını kullanarak problem çözme

- Çemberde açısı, kiriş, teğetin özelliklerini ve dairenin alanını içeren problemlerin bileşenlerini (nicelik, şekil gibi) belirler.
- Problemlerde verilen bileşenler arasındaki ilişkileri belirler.
- Problemin bileşenlerini ve bileşenlerin aralarındaki ilişkileri uygun matematiksel temsillere dönüştürür.
- Matematiksel temsillere dönüştürdüğü problemin öncüllerini ve problemde ulaşmak istediği sonucu kendi ifadeleri ile açıklar.
- Problemlerin çözümü için stratejiler geliştirir.
- Geliştirdiği stratejileri kullanarak problemi çözer.
- Çözümünü kontrol eder ve çözüme ulaştırmayan stratejiyi değiştirir.
- Problem çözme sürecini gözden geçirir.
- Çözüme ulaştıran stratejilerin hangi problemlere uyarlanabileceğine yönelik çıkarımlar yapar.
- Ulaştığı çıkarımları değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Çemberde Açısı, Kiriş, Teğet ve Bunların Özellikleri, Dairenin Alanı

- Genellemeler**
- Yarıçap, teğet doğrusuna teğetin çembere değme noktasında diktir.
  - Çapı gören çevre açısının ölçüsü  $90^\circ$  dir.
  - Merkezden kirişe indirilen dikme, kirişi iki eş parçaya ayırır.
  - Teğet çemberlerin birbirine değme noktası ve merkezleri doğrusaldır.

**Anahtar Kavramlar** çap, çember, çevre açısı, daire, daire dilimi, dairenin alanı, dış açısı, iç açısı, kesen, kiriş, kirişler dörtgeni, merkez açısı, teğet, teğetler dörtgeni, teğet-kiriş açısı, yay, yay uzunluğu

**Sembol ve Gösterimler**  $r$ ,  $R$ ,  $\widehat{AB}$ ,  $\widehat{ABC}$ ,  $m(\widehat{AB})$ ,  $\pi$

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, doğru-yanlış soruları, tanılayıcı dallanmış ağaç ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere çemberde kesen, kiriş, teğet, çap ve yay arasındaki ilişkilere yönelik çalışma kâğıdı verilebilir. Yapılan çalışmalar, bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere çemberde açı, kiriş ve teğetin özelliklerini içeren gerçek yaşam durumları üzerinden problemler çözmelerini gerektiren performans görevi verilebilir. Performans görevinde çözülen problemler; öz değerlendirme, akran değerlendirme formları ve analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

Çemberde açı, kiriş ve teğetin özellikleri ile bunların problem durumlarında kullanımlarını gerektiren açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıtları verilebilir. Cevaplar, analitik ya da bütüncül dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin önceden çemberin uzunluğu ile çapı arasındaki ilişkilere yönelik çıkarımlar yapabildiği; çapı veya yarıçapı verilen bir çemberin uzunluğuyla ilgili problemler çözebildiği; çemberde açılar ve yay uzunlukları arasındaki ilişkilere, daire ve daire diliminin alanına dair çıkarım yapabildiği ve çıkarımını yaptığı bu ilişkilere dair bilgilerini farklı problem durumlarında kullanabildiği kabul edilmektedir.

Bunun yanı sıra öğrencilerin çokgene, dörtgenin temel özelliklerine, üçgenin temel ve yardımcı elemanlarına ilişkin özellikler ile üçgende eşlik ve benzerliğe dair çıkarımlarda bulunabildiği; çıkarımlarına dair sonuçları farklı problem durumlarında kullanabildiği kabul edilmektedir.

### Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilerin temel kabullerde bahsedilen çember, merkez, çap, yarıçap, çemberin uzunluğu, yay uzunluğu, dairenin alanı ve daire diliminin alanı gibi konularla ilgili bilgilerine ilişkin hazır bulunuşlukları gözlemlenir. Bu süreçte soru cevap tekniği kullanılarak öğrencilerin çember ve çemberin özelliklerine ilişkin bilgileri değerlendirilir. Benzer şekilde üçgen ve dörtgenin temel özellikleri ile üçgende eşlik ve benzerliğe dair bilgileri de öğrencilerin sorulara verdikleri cevaplar değerlendirilerek kontrol edilir. Tüm ön değerlendirme süreci boyunca yapılan değerlendirmelerle öğrencilerin eksik veya hatalı öğrenmelerinin giderilmesi için gerekli çalışmalar yapılır. Çember ve çemberle ilgili kavramlara yönelik çalışmalarda öğrencilere çizimler yaptırılarak, matematik yazılımları kullanılarak ve öğrencilerin sürece aktif katılımları sağlanarak öz güvenlerini geliştirmelerine yardımcı olunur.

### Köprü Kurma

Üçgen ve dörtgende temel ve yardımcı elemanlara ilişkin özellikler ile üçgende eşlik ve benzerliğe dair çıkarım yapabilen öğrencilerin bu bilgileriyle çemberde çap, teğet, kiriş özelliklerine ilişkin edinilmesi beklenen bilgiler arasında ilişki kurmaları sağlanır. Önceden öğrendikleri çap kavramından hareketle öğrencilere kiriş kavramı hatırlatılır ve doğruların çemberi iki noktada değil bir noktada kesme durumu incelenir. Böylece teğet kavramını fark etmeleri sağlanır.



## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.12.3.1

Öğrencilerin önceden öğrendikleri çember, merkez, çap, yarıçap, çemberin uzunluğu, yay uzunluğu, dairenin alanı ve daire diliminin alanı gibi konular üzerinde tekrar düşünceleri sağlanır. Hastalıklardan korunmak için insanlar arasında 1,5 metre sosyal mesafenin korunması durumu, sürdürülebilirlik ve sağlıklı yaşam için motorlu taşıt kullanımının azaltılması, bisikletin aldığı yol ile tekerleğin uzunluğu arasındaki ilişki, sudan tasarruf için bahçe ve tarla gibi ziraat yapılan bölgelerde dairesel sulama sistemlerinin kullanılması gibi gerçek yaşam durumlarıyla çember ilişkilendirilir (**OB8, D13.4, D16.2, D17.2, E2.1, E2.2**). Öğrenciler gruplar hâlinde çalışarak matematik yazılımları, pergel, ölçüsüz cetvel veya kâğıt katlama gibi matematiksel araç ve teknolojiler yardımıyla (**MAB5**) düzlemde çember ile doğrunun birbirlerine göre durumlarını değerlendirir. Bu değerlendirmeler esnasında gruplar çemberi farklı şekillerde kesen doğrular oluşturarak teğet, kesen ve kiriş kavramlarını belirlemeye yönelik çalışmalar yapar.

Öğrencilerin çemberi kesen bir doğrunun çemberi kestiği noktalardan yararlanarak kiriş ve yay kavramlarını, çembere bir noktada değen doğrudan yararlanarak teğet kavramını incelemeleri sağlanır. Sınıf içi tartışmalarla öğrencilerin grup iletişimine katılma, etkin dinleme ve düşüncelerini ifade etme süreçleri de dikkate alınarak çemberde kesen, kiriş, teğet, çap ve yay arasındaki ilişkilerin belirlenmesi sağlanır (**SDB2.1, SDB2.2, D14.1**). Öğrencilere çemberde kesen, kiriş, teğet, çap ve yay arasındaki ilişkilere yönelik çalışma kâğıdı verilebilir.

### MAT.12.3.2

Öğrencilerin matematik yazılımları veya pergel, ölçüsüz cetvel gibi matematiksel araç ve teknolojiler kullanarak (**MAB5**) çember ve çemberde açı, teğet ve kiriş özelliklerine ilişkin varsayımlarda bulunmaları sağlanır. Bu varsayımlardan hareketle merkez açı, çevre açı, iç açı, dış açı, teğet-kiriş açının çemberde oluşturduğu yayların ölçüleri arasındaki ilişkilere dair genellemeler yapmaları istenir. Öğrencilerin varsayımlar oluşturma ve genellemelere ulaşma sürecinde dijital uygulamalar kullanmaları durumunda dijital okuryazarlık becerilerinin gelişimi de sağlanır (**OB2**). Bu genellemeler ile varsayımlarını bilimsel bir bakış açısıyla karşılaştırmaları beklenir (**D3.3**). Elde ettikleri genellemeleri kullanarak “Merkez açının ölçüsü, aynı yayı gören çevre açının ölçüsünün iki katıdır.”, “Kirişler dörtgeninde karşılıklı açıların ölçüleri toplamı birbirine eşit ve 180 derecedir.” gibi önermelerde bulunmaları; bu önermeleri yeni durumlara uyarlayarak değerlendirmeleri öğrencilerden beklenir.

Teğetler dörtgeninin özellikleri ile ilgili de öğrencilerin benzer şekilde çıkarımda bulunmaları sağlanır. Öğrenciler teğetler dörtgeninin alanının nasıl hesaplanacağına ilişkin dijital araçlar kullanarak bir bilgi notu hazırlar ve bunu arkadaşlarıyla dijital ortamda paylaşır (**OB2**). Öğrenciler ayrıca çemberlerin birbirine göre durumlarından elde edilen uzunluk özelliklerine dair benzer bir süreç işleterek önermelerde bulunur.

Çemberde açı, kiriş ve teğetin özellikleri ile bunların problem durumlarında kullanımlarını gerektiren açık uçlu sorulardan oluşan çalışma kâğıtları verilebilir.

### MAT.12.3.3

Öğrencilere çemberde açı, kiriş ve teğetle ilgili çıkarımlarını kullanmayı gerektiren problem durumları sunulur. Bu problemler fizik dersinde yer alan dairesel hareketle ilişkilendirilebilir. Öğrencilerden sunulan problem durumlarına ilişkin olarak öncelikle problemin parçaları (alan, çevre açı, teğet noktası, çap, kiriş, yay uzunluğu gibi) ve bu parçalar arasındaki ilişkileri belirlemeleri beklenir. Bu tür problemlerdeki parçalar ile bunlar arasındaki ilişkiler; öğrencilerin bilgiyi çözümüyle, yorumlama ve sentezleme becerilerinin de gelişimini sağlar (**OB1**). Öğrencilerden özellikle gerçek yaşam durumlarını içeren problemleri analitik bir yaklaşımla ve görsel bir temsili kullanarak dönüştürmesi ve problemin bileşenlerini ifade etmesi beklenir (**E3.6, MAB3**). Öğrencilerin problemin çözümü için geliştirdikleri stratejileri uygulayarak problemi çözmeleri ve çözümlerini kontrol etmeleri sağlanır. Bu tür problemlerin çö-

zümünde çemberle birlikte üçgen ve çokgenin özellikleri (ikizkenar üçgen, eşkenar üçgen, benzerlik, alan gibi), kâğıt katlama stratejileri, matematik yazılımlarının kullanımını içeren stratejiler kullanılır. Daha sonra öğrencilerin farklı çözüm yollarını ve stratejilerini eleştirel bir yaklaşımla incelemeleri beklenir (**E3.10**). Bunun için çözümleri tartışma ortamında ele almaları sağlanır. Tartışılan çözüm stratejileri üzerinden problemin çözümünü sağlayan stratejilerin benzer tüm durumlara genellenip genellenemeyeceği incelenir. Çözüm stratejilerinden hangilerinin hangi tür problemlerde kullanılabileceğine ilişkin (pergel, cetvel, ölçüsüz cetvel veya matematik yazılımları ile çokgenlerin özelliklerinin kullanımı gibi) genellemeler matematiksel örneklerle desteklenerek gözden geçirilir. Öğrencilerin kendi uyguladıkları stratejilerin doğruluğu ya da yanlışlığı ile ilgili ayrıca bir değerlendirme yaparak belirledikleri stratejileri farklı problem durumlarına uyarlamaları sağlanır (**SDB1.3**). Bu değerlendirmeler sonucunda öğrencilerden elde ettikleri genellemeleri farklı problem durumlarına yansıtılmaları beklenir. Bu süreçte çemberin uzunluğu, yayın uzunluğu, dairenin alanı, daire diliminin alanı kavramlarını farklı çokgenlerle ilişkilendirmelerini gerektiren problemlere yer verilir. Öğrencilerin çember ve özelliklerine dair bilgi ve çıkarımlarının değerlendirilmesi, tanılayıcı dallanmış ağaç ya da doğru-yanlış soruları kullanılarak yapılabilir. Öğrencilere çemberde açı, giriş ve teğetin özelliklerini ve dairenin alan bağıntısını içeren problemler çözmelerini gerektiren performans görevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** Öğrencilerden çemberin uzunluğu ve dairenin alanı için yapacakları görsel ispatları açıklayan bir video ve benzeri dijital materyal oluşturmaları ve oluşturdukları materyalleri dijital ortamda paylaşmaları beklenir.

(\*)Dairenin alanı ve pi sayısı üzerine Arşimet'in yaptığı çalışmaların araştırılması istenir.

**Destekleme** Konunun görsel ve işitsel materyaller kullanılarak, oyunlaştırılarak öğrencilere sunulmasına dikkat edilir. Böylece çıkarım yapma sürecinde kavramlar, öğrencilere ilişkilerin somutlaştırılması yoluyla verilir. Etkileşimli çevrim içi öğrenme uygulamaları kullanılarak öğrencilerin hedeflenen becerileri kazanmalarına yardımcı olunur.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



## 4. TEMA: GEOMETRİK CİSİMLER

Bu temada öğrencilerin dik prizma ve dik dairesel silindirin elemanlarına ilişkin çözümlene yapabilmeleri; dik piramit, dik dairesel koni ve kürenin elemanları ile yüzey alanı ve hacim bağıntılarına ilişkin analogik akıl yürütebilmeleri; geometrik cisimlerin elemanları, yüzey alanı ve hacim bağıntılarının kullanıldığı durumlara ilişkin problem çözebilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 30

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB2. Matematiksel Problem Çözme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** KB2.4. Çözümleme, KB2.16.3. Analogik Akıl Yürütme

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.3.Yaratıcılık, E3.7. Sistematik Olma, E3.10. Eleştirel Bakma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği

**Değerler** D7. Estetik, D14. Saygı, D19. Vatanseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık, OB4. Görsel Okuryazarlık, OB5. Kültür Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Mühendislik, Mimari

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.12.4.1. Dik prizma ve dik dairesel silindirin elemanlarını çözümleyebilme

- Dik prizma ve dik dairesel silindirin elemanlarını belirler.
- Dik prizma ve dik dairesel silindirin elemanları arasındaki ilişkileri belirler.

MAT.12.4.2. Dik prizma ile dik dairesel silindirden yararlanarak dik piramit, dik dairesel koni ve kürenin elemanları, yüzey alanları ve hacimleri arasındaki ilişkilere dair analogik akıl yürütebilme

- Dik prizma ile dik dairesel silindirden yararlanarak dik piramit, dik dairesel koni ve kürenin elemanları, yüzey alanları ve hacimleri arasındaki ilişkileri inceleyebileceği örnekleri gözlemler.
- Dik prizma ile dik dairesel silindirden yararlanarak dik piramit, dik dairesel koni ve kürenin elemanları, yüzey alanları ve hacimlerine yönelik örneklerin niteliklerini belirler.
- Gözlemlediği benzerliklerden yararlanarak dik piramit, dik dairesel koni ve kürenin elemanları, yüzey alanları ve hacim bağıntılarına yönelik çıkarım yapar.

MAT.12.4.3. Geometrik cisimlerin elemanları, yüzey alanı ve hacim bağıntılarını içeren problemleri çözebilme

- Geometrik cisimleri içeren problemlerin bileşenlerini (nicelik, şekil gibi) belirler.
- Bileşenler arasındaki ilişkileri belirler.
- Problemin bileşenlerini ve aralarındaki ilişkileri uygun matematiksel temsillere dönüştürür.
- Matematiksel temsillere dönüştürdüğü problemi kendi ifadeleri ile açıklar.
- Problemin çözümü için gerekli işlemleri ve çözümü gerçekleştirebilmek için stratejiler geliştirir.
- Belirlediği stratejileri çözüm için uygulayarak problemi çözer.
- Çözümü kontrol eder ve çözüme ulaştırmayan stratejiyi değiştirir.
- Problemin çözümü için kullandığı veya geliştirdiği stratejileri ve olası farklı stratejileri gözden geçirir.
- Çözüme ulaştıran stratejilerin hangi problemlere uyarlanabileceğine ilişkin çıkarımda bulunur.
- Ulaştığı çıkarımların geçerliliğini matematiksel örneklerle değerlendirir.

**İÇERİK ÇERÇEVESİ** Dik Prizma, Dik Dairesel Silindir, Dik Piramit, Dik Dairesel Koni ve Kürenin Elemanları ile Yüzey Alanı ve Hacim Bağıntıları

- Genellemeler**
- Tabanları ve yükseklikleri eş olan dik prizma ile dik piramidin hacim bağıntıları ilişkilidir.
  - Tabanları ve yükseklikleri eş olan dik dairesel silindir ile dik dairesel koninin hacim bağıntıları ilişkilidir.

**Anahtar Kavramlar** ana doğru, ayırıt, cisim köşegeni, cisim yüksekliği, dik dairesel koni, dik dairesel silindir, dik piramit, dik prizma, hacim, küre, yan yüz yüksekliği, yarıçap, yüzey alanı, yüzey köşegeni

**Sembol ve Gösterimler** -

## ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; çalışma kâğıdı, açık uçlu sorular, proje ödevi ve performans görevi ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere geometrik cisimlerin (dik prizma, dik dairesel silindir, dik piramit, dik dairesel koni, küre) kullanıldığı mimari yapıların incelenmesiyle ilgili proje ödevi verilebilir. Ödevler, analitik dereceli puanlama anahtarı ya da akran değerlendirme formlarıyla değerlendirilebilir.

Geometrik cisimlerin ayrıt ve yüzey açınımları ile alan ve hacim bağıntılarının özetlenmesini sağlayacak bir performans görevi verilebilir. Performans görevinin ürünü olarak öğrencilerin afiş tasarımları istenebilir. Afişler, analitik dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir.

Öğrencilere geometrik cisimlerin açınımları, yüzey alanı ve hacim bağıntılarını kullanabilecekleri farklı problem durumları araştırmalarına ve bu problemleri çözmelerine yönelik bir performans görevi verilebilir. Performans görevi, analitik dereceli puanlama anahtarı kullanılarak değerlendirilebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin dik prizma, dik piramit, dik dairesel silindir ve dik dairesel koninin temel elemanlarını (yüz, ayrıt, köşe gibi) bildiği; dik prizma ve dik dairesel silindirin yüzey alanı bağıntılarını öğrendiği; bu bağıntıları problem durumlarında kullanabildiği kabul edilmektedir.

### Ön Değerlendirme Süreci

Öğrencilerin temel kabullerde bahsedilen bilgilere ilişkin hazır bulunuşlukları gözlemlenir. Bu süreçte soru cevap tekniği kullanılarak dik prizma, dik piramit, dik dairesel silindir ve dik dairesel koninin açınımları, elemanları ve dik prizma ile dik dairesel silindirin yüzey alanına ilişkin bilgileri değerlendirilir. Verdikleri cevaplardan hareketle öğrencilerde görülen eksiklikler ve varsa hatalı anlamalar üzerinde durulur, öğrencilerin bilgilerini doğru anlamlandırmaları ve eksikliklerini tamamlamaları sağlanır. Soru cevap yöntemi sayesinde tartışma ortamında öğrencilerin öz güven ve merak eğilimleri de gözlemlenerek değerlendirilir. Öğrencilerin problem durumlarında dik prizma, dik piramit, dik dairesel silindir ve dik dairesel koninin elemanlarını, dik prizma ve dik dairesel silindirin yüzey alanı bağıntılarını kullanıp kullanamadıkları incelenir. İnceleme sonucunda yüzey alanı bağıntılarını hatırlayamayan öğrencilerin akranları ile grup tartışmaları yaparak bu bağıntıları hatırlamaları sağlanabilir.

### Köprü Kurma

Öğrencilerden dik prizma ve dik dairesel silindirin temel elemanlarına yönelik sahip oldukları bilgileri kullanarak bu cisimlerde farklı elemanların olup olmayacağını incelemeleri istenir. Dik piramit, dik dairesel koni ve kürenin elemanlarını çözümlenmede; yüzey alanı ve hacim bağıntılarını belirlemede öğrencilerin dik prizma ve dik dairesel silindiri kullanmaları beklenir.

Öğrenciler; dik prizmaların yan yüzlerinin birer dikdörtgen, dik piramitlerin yan yüzlerinin birer üçgen olduğu bilgisine sahiptir. Öğrencilerden birim küplerden dikdörtgenler prizması elde ederek prizmaların hacim bağıntılarını birim küp sayısına bağlı olarak oluşturmaları beklenir. Bu düzeyde birim küpün tabanı ve yüksekliği aynı olan kaç dik piramide ayrılacağı sorusundan hareketle dik piramidin hacim bağıntısının elde edilmesi beklenir. Benzer şekilde dik dairesel silindir ile dik dairesel koni için de çalışmalar yapılır.

Öğrenciler; dik piramit, dik dairesel koni ve kürenin yüzey alanları ile hacim bağıntılarını ilk defa bu seviyede inceleyeceklerdir. Bu incelemelerinde öğrencilerden dik prizma ile dik dairesel silindirin yüzey alanı ve hacim bilgilerinden yararlanmaları beklenir.

## Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

### MAT.12.4.1

Öğrencilerin önceden öğrendikleri dikdörtgenler prizması, küp, kare dik prizma gibi dik prizmaların ve dik dairesel silindirin elemanlarını belirlemeleri beklenir. Elemanlar belirlendikten sonra önceki bilgilerine ek olarak dik prizmaların yüksekliği, yüzey köşegeni ve cisim köşegeninden; dik dairesel silindirin ise yüksekliğinden bahsedilerek bunların özellikleri incelenir. Bu cisimlere ait yeni öğrenilen elemanların öğrencilerin bildiği elemanlarla ilişkisi belirlenir (bir dikdörtgenler prizmasında yüzey köşegeninin uzunluğunun karesinin o yüzeyin kenar uzunluklarının kareleri toplamına eşit olması gibi). Öğrencilere farklı dik prizma ve dik dairesel silindirler içeren çalışma kağıdı verilerek belirledikleri ilişkileri incelemeleri istenebilir.

### MAT.12.4.2

Öğrencilere farklı dik piramit ve dik prizma örnekleri sunulur. Bu örnekler üzerinden öğrencilerin bu cisimlerin elemanlarını belirlemeleri beklenir. Hem dik prizma hem de dik piramit örneklerindeki elemanların benzerliklerinden yola çıkarak dik piramidin tüm elemanları hakkında çıkarımlar ("Bir dik prizmanın yan yüz yüksekliğinin uzunluğu, aynı taban ve aynı yüksekliğe sahip bir dik piramidin yan yüz yüksekliğinin uzunluğundan daha küçüktür." gibi) yapmaları sağlanır. Benzer şekilde öğrencilere dik dairesel silindir ile dik dairesel koni ve küre örnekleri sunularak öğrencilerin bu cisimlerin elemanları arasındaki ilişkilere yönelik çıkarımlar yapmaları istenir. Dik dairesel koninin ana doğrusu tanımlanıp dik piramidin cisim yüksekliği ve yan yüz yüksekliği arasındaki ilişkiden hareketle dik dairesel koninin cisim yüksekliği ve ana doğrusu arasındaki ilişkiye yönelik de çıkarımlar yapılır.

Dik piramidin elemanlarının (cisim yüksekliği, yan yüz yüksekliği gibi) dik prizma yardımıyla tanımlanıp nasıl çizileceği üzerinde durulduktan sonra öğrencilerin yüksekliği ve tabanları aynı olan dik prizma ile dik piramidlerin hacimlerini matematik yazılımları kullanarak veya deneysel olarak karşılaştırması sağlanır (MAB5). Öğrencilerin ortaya çıkan benzerliklerden yararlanarak dik piramidin ve dik dairesel koninin hacim bağıntılarına yönelik çıkarım yapmaları sağlanır. Benzer şekilde öğrencilerden cisimlerin açınımlarını gözlemleyerek yüzey alanlarını da karşılaştırmaları beklenir. Öğrencilerden bu cisimlerin yüzey alanları ve hacimlerine ilişkin incelenen örneklerin niteliklerini (cisimleri oluşturan yan yüzeylerin hangileri olduğu, alanlarının nasıl hesaplanabileceği, hacimlerin arasındaki oransal ilişki) belirlemeye yönelik hazırlanan çalışma kağıdındaki soruları cevaplamaları istenir. Ortaya çıkan benzerliklerden yararlanarak öğrencilerin dik prizma ile dik piramidin yüzey alanı ve hacim bağıntılarına yönelik çıkarım yapmaları sağlanır.

Benzer şekilde dik dairesel silindirin yüzey alanı ve hacminden yararlanılarak dik dairesel koninin ve kürenin yüzey alanlarına ve hacimlerine yönelik farklı örnekler gözlemlenir. Gözlenen örneklerin yüzey alanı ve hacmi ile ilgili nitelikleri belirlenir. Bu süreç sonunda öğrencilerin dik dairesel koni ile kürenin yüzey alanları ve hacim bağıntılarına yönelik çıkarım yapması sağlanır. Yapılacak çalışmalar, öğrencilerin yaratıcılık (E3.3) ve sistematik olma (E3.7) eğilimlerinin geliştirilmesini sağlar.

Öğrencilerden bu çalışmalarını iş birlikli (SDB2.2) bir şekilde çevrim içi uygulamaları kullanılarak bir platform üzerinden sunmaları istenir. Örneğin sınıfça kullanılacak dijital pano oluşturma araçlarıyla öğrencilerin tüm fikirlerinin aynı anda değerlendirilmesi ve dijital okuryazarlık becerilerinin geliştirilmesi sağlanır (OB2). Ayrıca Arşimet'in kürenin yüzey alanı ve hacim bağıntılarını oluşturmada dik dairesel silindirden yararlanması ile ilgili çalışmalarını incelenir. Arşimet'in bu çalışmalarını cebirsel olarak inceleyen Mahani'nin çalışmaları da araştırılarak öğrencilerin merak eğilimleri harekete geçirilir (E1.1). Öğrencilere Türk-İslam ve dünya mimarisinden geometrik cisimlerin bina tasarımlarında kullanımına ilişkin örnekler sunulur. Seçilen örnekler arasında Türk-İslam mimarisine ait yapıların olması; öğren-

cilerin millî ve manevî değerlere saygı duyma eğilimlerinin, kültürel mirası korumaya verdikleri değer geliştirilmesine hizmet eder (**D14.3, D19.3, OB5**). Bina tasarım (mühendislik) örnekleri incelenir, öğrencilerin kullanılan geometrik cisimlerin neden tercih edildiğine ilişkin fikirlerini paylaştığı bir ortam oluşturulur. Tartışma, sorularla (“Estetik kaygılar dışında bir binanın küre şeklinde tasarlanmasının nedeni ne olabilir?” gibi) yönlendirilir. Öğrencilerin görsel yorumlama tekniğini kullanarak konuyla ilgili fikir alışverişi yapmalarının sağlanması, kültürel mirasa değer verme hassasiyetlerinin artırılmasını ve sanatsal zevklere bakış açısının geliştirilmesine yardımcı olarak estetik değerinin kazanılmasını da destekleyecektir (**D7.1**). Öğrencilere geometrik cisimlerin ayrıt ve yüzey açıklamaları ile alan ve hacim bağıntılarına yönelik bir performans görevi verilebilir.

### **MAT.12.4.3**

Öğrencilere geometrik cisimlerin açıklamalarını, yüzey alanını, hacim bağıntılarını ve dikdörtgenler prizmasının cisim köşegenini kullanabilecekleri farklı problem durumları sunularak bu problemleri incelemeleri istenir. Öğrencilere sunulacak bu problemlerde geometrik cisimlerin günlük hayatta kullanımına ilişkin örneklerle özellikle yer verilir (**OB4**). Öğrencilerin sunulan problem durumlarına ilişkin olarak öncelikle problemin parçaları (sayısal/nicel, görsel/şekil gibi) ve bu parçalar arasındaki ilişkileri belirlemeleri sağlanır. Bu süreçte öğrencilerin bilgiyi çözümlene becerileri de desteklenir (**OB1**). Öğrencilerin özellikle gerçek yaşam durumlarını içeren problemleri matematiksel dil kullanarak farklı temsillerle ifade edecek şekilde dönüştürmesi sağlanır. Matematiksel temsillere dönüştürdüğü problemin bileşenlerini ve aralarındaki ilişkileri ifade etmesi beklenir (**MAB3**). Öğrencilerin problemin matematiksel ifadesini kullanarak çözüm için bir strateji geliştirmeleri ve bu stratejiyi uygulayarak problemi çözmeleri sağlanır. Öğrenciler çözümlerini kontrol eder ve çözümlerini arkadaşları ile karşılaştırır (**SDB2.2**). Böylece öğrenciler farklı çözüm stratejilerini ve yollarını da inceler. Çözümlerin eleştirel bir yaklaşımla tartışma ortamında ele alınması sağlanmalıdır (**SDB2.1, E3.10**). Ele alınan çözüm yollarından problemin çözümünü sağlayanların benzer problem durumlarına genellenip genellenemeyeceği incelenir. Öğrencilerden ulaştıkları sonuçları kullanarak elde edilen çözüm stratejilerinin hangi tür problemlerde kullanılabileceğini ifade etmesi beklenir. Bu süreçte öğrencilerden çözüm stratejileri ile ilgili çıkarımlarda bulunarak bu çıkarımlarını farklı problem durumlarında ele almaları istenir. Öğrencilere farklı problem durumlarına ilişkin çalışma kâğıdı verilerek çözüm stratejilerine ilişkin çıkarımlarını matematiksel örnekler üzerinden değerlendirmeleri sağlanır. Bu süreçte öğrencilerin etkileşim içinde birlikte çalışmalarını desteklenmelidir (**SDB2.1**). Öğrencilere geometrik cisimlerin açıklamaları, yüzey alanı ve hacim bağıntılarını kullanabilecekleri farklı problemleri çözmelerine yönelik performans görevi verilebilir.

## **FARKLILAŞTIRMA**

**Zenginleştirme** (\*) Öğrencilere geometrik cisimlerin mimari eserlerde kullanımına yönelik olarak verilebilecek proje ödevinde Türk-İslam kültürüne değer katan eserlerin ve mimarlarının (Mimar Sinan, Sedefkâr Mehmed Ağa gibi) incelenmesi istenerek öğrencilerin konuya ilişkin bilgi sahibi olmaları sağlanır.

(\*) Geometrik cisimler tabana paralel ya da dik bir düzlemle kesildiğinde oluşan yapının yüzeyleri incelenir. İncelenen geometrik cisimlerde hangi kesimlerle hangi tür yüzey şekillerinin oluşabileceği yorumlanır. Ayrıca oluşan yeni cisimler incelenir. Bu bağlamda Pergeli Apollonius’un (Apolloniyus) çalışmalarının araştırılması ve sınıfta sunulması istenir.

**Destekleme** Öğrencilerin konuya ilişkin tasarlanmış materyaller veya matematik yazılımları ile çalışmaları sağlanarak öğrenme çıktılarına ilişkin becerilere ve içerik bilgisine ulaşmaları sağlanır.

Görsel materyallerle desteklenerek öğrencilerin incelenen geometrik cisimlerin açınım ve elemanlarını çözümlemesi sağlanmalıdır. Bunun için video ve etkileşimli içerikler kullanılır. Öğrencilerin kâğıt veya karton kullanarak geometrik cisimleri kendilerinin oluşturması sağlanır.

Öğrencilere günlük hayatta bu cisimlerin kullanıldığı tasarımlarla ilgili video ve dijital içerikler izletilir.

Öğrencilerin cisimlerin hacim bağıntıları arasındaki ilişkileri deneysel yollarla fark etmeleri sağlanır. Örneğin öğrenciler, kartondan yaptıkları aynı taban ve yüksekliğe sahip dik dairesel koni ile silindirin içini aynı malzeme ile doldurarak malzemelerin hacimleri oranını bulur.

### ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.





## 5. TEMA: HAZIR VERİLER ÜZERİNDE ÇALIŞMA

Bu temada öğrencilerin 12. sınıf seviyesine kadar öğrendiği istatistik ve olasılık bilgilerini kullanabileceği hazır verilere dayalı istatistiksel araştırma tasarımı yapabilmeleri, istatistiksel araştırma sürecini yürütebilmeleri ve sonuçları paylaşabilmeleri amaçlanmaktadır.

**DERS SAATİ** 30

**ALAN  
BECERİLERİ** MAB4. Veri ile Çalışma ve Veriye Dayalı Karar Verme

**KAVRAMSAL  
BECERİLER** -

**EĞİLİMLER** E1.1. Merak, E3.7. Sistematiik Olma, E3.8. Soru Sorma, E3.10. Eleştirel Bakma

### PROGRAMLAR ARASI BİLEŞENLER

**Sosyal-Duygusal  
Öğrenme Becerileri** SDB1.2. Kendini Düzenleme (Öz Düzenleme), SDB1.3. Kendine Uyarlama (Öz Yansıtma), SDB2.1. İletişim, SDB2.2. İş Birliği, SDB2.3. Sosyal Farkındalık, SDB3.1. Uyum, SDB3.3. Sorumlu Karar Verme

**Değerler** D3. Çalışkanlık, D5. Duyarlılık, D14. Saygı, D20. Yardımseverlik

**Okuryazarlık Becerileri** OB1. Bilgi Okuryazarlığı, OB2. Dijital Okuryazarlık, OB3. Finansal Okuryazarlık, OB6. Vatandaşlık Okuryazarlığı, OB8. Sürdürülebilirlik Okuryazarlığı

**DİSİPLİNLER ARASI  
İLİŞKİLER** Coğrafya, Ekonomi, Sosyoloji

**BECERİLER ARASI  
İLİŞKİLER** MAB3. Matematiksel Temsil, MAB5. Matematiksel Araç ve Teknoloji ile Çalışma

## ÖĞRENME ÇIKTILARI VE SÜREÇ BİLEŞENLERİ

MAT.12.5.1. Toplumsal ve bilimsel durumlara ilişkin hazır veri ile çalışabilme ve hazır veriye dayalı karar verebilme

- İstatistiksel araştırma tasarlamayı gerektiren toplumsal ve/veya bilimsel durumları belirler.*
- Bağlam içerisinde ve tasarladığı istatistiksel araştırmaya yönelik veri dağılımlarını betimleyen, karşılaştıran ve/veya değişkenler arasındaki ilişkililiğe odaklanan araştırma soruları oluşturur.*
- Verileri elde etmeye yönelik plan yapar.*
- Verileri elde ederek analize hazırlar.*
- Araştırma sorusu bağlamında verileri analiz etmek için görselleştirme ve/veya özetleme araçlarından uygun olanları seçer.*
- Araştırma sorusu bağlamındaki verileri belirlediği araçlarla analiz eder.*
- Tasarladığı istatistiksel araştırmadan elde ettiği çıktılarından hareketle yorumlayarak sonuç çıkarır.*
- Tasarladığı istatistiksel araştırmadan elde edilen sonuçları araştırma sorusu bağlamında değerlendirir.*

## İÇERİK ÇERÇEVESİ

Betimleyen, Karşılaştıran ve İlişkililiği İçeren İstatistiksel Problemler Oluşturma, Verileri Toplama ve Analize Hazır Hâle Getirme, Bulgulara Ulaşma ve Bulguları Yorumlama

### Genellemeler

- Veri dağılımları, verilerin değişebilirliği hakkında bilgi verir.
- Örneklem dağılımı, evrenin dağılımına ilişkin fikir verir.
- Tek değişkenli verilerin dağılımlarını tanımlamada kullanılacak görsel ve özetler, ilgili dağılımın merkezinin nereye eğilim gösterdiğini ve nasıl yayıldığını belirlemede kullanılır.
- Aynı gözlem birimlerinden elde edilen verilerden hareketle oluşturulan iki değişkenli (kategorik-kategorik, nicel-nicel) dağılımlar, verilerin birlikte değişebilirliğindeki eğilime ilişkin bilgi verir.
- İki değişkenin ilişkili olması, bu iki değişken arasında bir neden-sonuç ilişkisi olduğu anlamına gelmez.

### Anahtar Kavramlar

istatistiksel araştırma tasarımları

### Sembol ve Gösterimler

-

### ÖĞRENME KANITLARI (Ölçme ve Değerlendirme)

Öğrenme çıktıları; kontrol listesi, performans görevi ve proje ödevi ile değerlendirilebilir. Öğrencilere hazırladıkları istatistiksel araştırma tasarımlarının bütününe değerlendirmeye yönelik bir performans görevi verilebilir. Performans görevi, analitik veya bütüncül dereceli puanlama anahtarı ile değerlendirilebilir. Bu performans görevi sonunda elde ettikleri sonuçların benzerlik veya farklılıklarının nedenleri üzerine sınıf içi tartışma yapılabilir. Öğrenciler, ürünlerini akran değerlendirme ve grup değerlendirme formu ile değerlendirebilir.

## ÖĞRENME-ÖĞRETME YAŞANTILARI

### Temel Kabuller

Öğrencilerin tek değişkenli (kategorik veya nicel) ve iki değişkenli (kategorik-kategorik, nicel-nicel) veri setleri ile çalışarak istatistiksel araştırma sürecini yürütebildikleri kabul edilmektedir.

**Ön Değerlendirme Süreci** Öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bütününe ilişkin bilgilerini değerlendirmek amacıyla beyin fırtınası tekniği kullanılır. Öğrencilerin önceki sınıflarda edindikleri istatistiksel araştırma sürecine ilişkin deneyimleri paylaşmaları istenerek istatistiksel araştırma sürecine yönelik ilgi ve merakları gözlemlenir. Bununla birlikte öğrencilerin bu zamana kadar öğrendiklerine ilişkin kavram haritası oluşturmaları istenerek ön bilgileri ortaya çıkarılır. Hazırlanan kavram haritaları paylaşılarak tartışılır.

**Köprü Kurma** Öğrencilere çok değişken içeren bir veri seti sunulur. Bu veri seti üzerinden önceki öğrendiklerini hatırlamaya yönelik incelemeler yapmaları istenir. Öğrencilerin önceki yıllarda öğrendiği tek değişkenli nicel veri dağılımlarını betimlemeyi ve karşılaştırmayı, iki değişkenli kategorik ya da nicel verilerdeki ilişkililiği ele almayı tek bir araştırmada kullanabileceğine yönelik tartışmalar yapılır.

### Öğrenme-Öğretme Uygulamaları

#### MAT. 12.5.1

İstatistiksel araştırma süreci; bağlamı belirleme, bağlama yönelik soru sorma, veri toplama planı yapma, verileri analize hazır hâle getirme, verileri analiz etme ve sonuçları yorumlama aşamalarının tamamını içerecek şekilde ele alınır. Bu sınıf seviyesinde öğrenciler, tek nicel değişken içeren dağılımların yanı sıra iki nicel ve iki kategorik değişken içeren dağılımlarla istatistiksel araştırma sürecini yürütür.

İstatistiksel araştırma tasarımına kaynaklık edecek bağlamlar, öğrencilerin ilgi duyduğu veya merak ettiği (E1.1) toplumsal ve bilimsel durumlar; bireysel çalışmalar ya da iş birliğiyle grup çalışması yapılarak belirlenir. Grup çalışmaları sürecinde fikirlerini arkadaşlarıyla paylaşarak uygunluğu üzerine öğrencilerin tartışmaları ve aktif rol almaları desteklenir (SDB2.2, D3.4). Öğrencilerin bu tartışmalarla istatistiksel araştırma gerektirebilecek toplumsal ve bilimsel durumlara ilişkin bilgilere ihtiyaçları olduğunu keşfetmelerine yönelik düzenlemeler yapılmalıdır (OB1). Toplumsal veya bilimsel konulara yer verilmesi, kendi çevresinde olup bitenleri merak etmesini sağlar ve bu meraktan hareketle sorular sormasını teşvik etmesinin yanı sıra daha duyarlı olmasına yardım eder (D5.1, E3.8).

Belirlenen bağlamlardan yola çıkarak öğrenciler, merak ettikleri soruları (E3.8) ifade eder. Bu aşamada öğrencilerle çok değişkenli veri setlerinden en fazla iki değişken içeren problemlerin neler olabileceği üzerine sınıf içi tartışma başlatılır. Bu tartışmalarda uygun değişkenlerin nasıl belirleneceği üzerine öğrenciler, fikirlerini arkadaşlarıyla paylaşır. Öğrenciler, birbirlerinin fikirlerini saygı çerçevesinde dinleyerek değişkenleri belirler (SDB2.2, D14.1). Bu tartışmanın sonunda öğrenciler farklı bağlamlardan hareketle betimsel, karşılaştırma veya ilişkililiğe odaklanan, istatistiksel araştırma sorularına ulaşır (SDB2.1). Öğrencilerden bu süreçte dünyaya ve topluma duyarlılığını, ekosistemin sürdürülebilirliğini yansıtabileceği farklı disiplinlere yönelik araştırma soruları hazırlamaları beklenir (SDB2.3, SDB3.3, OB8, D5.1). Örneğin hava kirliliği ve iklim değişikliğine odaklanan (coğrafya), gelir dağılımı ve yaşam koşullarını (sosyoloji) veya yatırım ve tasarrufları inceleyen (ekonomi) (OB3) araştırma soruları oluşturabilir.

Hazırlanan araştırma sorularına cevap bulabilmek amacıyla veri elde etme sürecine geçilir. Bu süreçte öğrencilerin hazır veriye hangi kaynaklardan nasıl ulaşabileceği üzerine sınıf içi tartışma yapılır (SDB2.1). Örneğin öğrenciler, belirledikleri soruların bağlamı ile ilişkili olan kamu kurumlarının genel ağ adreslerini ziyaret ederek (OB6) ihtiyaç duydukları hazır verilere ulaşır (OB1). Ayrıca belirledikleri sorular bağlamında dijital ortamlarda bu tür verileri nasıl elde edebilecekleri ile ilgili tartışmalar yapılır. Bu sayede öğrenciler, ulusal veya uluslararası resmî kanallar üzerinde dijital kaynaklardan hazır verileri elde eder (OB2). Sınıf ortamına ve imkânlara bağlı olarak gerektiğinde hazır veriler öğrencilere sağlanır. Öğrenciler; hazır veri setlerindeki verilerin nasıl toplandığı, değişkenlerin nasıl tanımlandığı gibi ölçütlerle

veri toplama sürecini sorgular. Hazır veriye ait örneklemin genellemeyi hedeflediği evrene uygunluğunu olasılık bilgilerini kullanarak ve eleştirel bakarak **(E3.10)** tartışır. Elde edilen hazır verilerin belirlenen araştırma sorusuna cevap verebilecek değişkenleri içerip içermediği incelenir. Öğrencilerden çalıştıkları hazır veriye göre araştırma sorularında gerekiyorsa uyarlama yapmaları beklenir **(SDB1.2)**.

Öğrenciler tarafından oluşturulan istatistiksel araştırma soruları ve elde edilen/verilen verilerin nasıl toplanmış olabileceği, istatistiksel araştırma sorusu ve veri toplama planı ölçütleri doğrultusunda oluşturulan kontrol listesiyle değerlendirilebilir.

Araştırma soruları bağlamında öğrencilerden betimsel, karşılaştırma ve ilişkililik içeren veri dağılımlarını analiz edebilmek için görselleştirme araçlarından ve/veya özetleme araçlarından uygun olanlarını seçmeleri istenir **(SDB1.2, MAB3)**. Bu süreçte çıkarımsal istatistiğin araçlarına (örneğin güven aralıkları, hipotez testi) yer verilmez. Uygun olan araçların belirlenmesinde araştırma sorularına yeniden dönülerek hangi araçların uygun olduğuna dair sınıf içi tartışma **(SDB2.1)** yapılır. Bu süreçte öğrenciler birbirlerinin fikirlerini nezaketle dinler, arkadaşlarıyla empati yapar **(SDB2.3, D14.1)**. Seçilecek araçlar, araştırma sorularına cevap verecek ve verileri analiz edecek nitelikte olmalıdır. Öğrencilerin istatistik yazılımlarını kullanarak **(MAB5)** ve görselleştirme ve/veya özetleme araçlarıyla verileri analiz etmeleri istenir **(OB2)**. Bu süreçte her öğrencinin betimsel, karşılaştırma ve ilişkililik içeren araştırma tasarımlarını deneyimlemeleri sağlanır.

Analiz süreci tamamlandığında elde edilen araştırma sonuçlarına ilişkin sınıf içi tartışma yapılır **(SDB2.1, D14.1)**. Öğrencilerden elde ettikleri sonuçlardan hareketle araştırma sorusuna cevap vermeleri beklenir **(SDB3.3)**. Bu süreçte öğrencilerin istatistiksel araştırma sürecinin bütün bileşenlerini sistematik **(E3.7)** bir şekilde gözden geçirmeleri sağlanır. Araştırma sorularına verilecek cevapların istatistiksel bir dil içermesi önemlidir. Elde edilen sonuçlar doğrultusunda öğrencilerin seçilen örneklem dağılımından hareketle evren dağılımı hakkında çıkarımlar yapması ve elde edilen sonuçları belirsizliği dikkate alan bir dille ifade etmesi beklenir. Araştırma tasarımının bütününe ilişkin poster, rapor, sunum veya dijital araçlar yardımıyla hazırlanan ürünler **(OB2)** sınıf ortamında sunulur. Ayrıca öğrenciler; dijital hikâye, poster, sunum ya da bilgi görseli gibi ürünler hazırlayarak çeşitli platformlarda (EBA, kongre, bilim olimpiyatları, çalıştay gibi) istatistiksel araştırma tasarımını ve elde ettiği sonuçları paylaşır **(OB2)**. Öğrenciler, elde ettikleri istatistiksel sonuç ve çıkarımlara dayalı olarak veri temelli argümanlar ve veriye dayalı çözüm önerileri geliştirir. İstatistiksel araştırma süreci kapsamında belirlemiş olduğu toplumsal veya bilimsel durumlarla (küresel ısınma, orman yangınları, nesli tükenmekte olan türler gibi) ilgili veri temelli argümanlar ve yeni çözüm önerileri üretir **(OB8)**, ilgili kamu kurumları ile iletişime geçer ya da ilgili sivil toplum kuruluşlarında çözüm önerilerini eyleme dönüştürebileceği gönüllü faaliyetlere katılır **(OB6, D20.4)**. Elde ettiği sonuçlardan hareketle ileride oluşabilecek durumlar için ne tür yeni araştırmalar tasarlanabileceğine ilişkin öğrencilerden öneriler sunmaları beklenir **(SDB3.1)**. Öğrencilerin bu toplumsal ve bilimsel durumları Dünya Su Günü gibi belirli gün ve haftalarla ilişkilendirmeleri sağlanarak farkındalık oluşturmak hedeflenir. Öğrencilerden istatistiksel araştırma tasarlama, yürütme ve sonuçlarını paylaşma süreçlerinde bireysel deneyimlerini ve varsa yaşamış oldukları zorlukları günlük gibi araçlarla kayıt altına almaları istenir. Süreç boyunca kendi duygu, düşünce ve davranışlarını nasıl yönettiklerini ve bu zorluklarla nasıl başa çıktıklarını değerlendirmeleri istenir **(SDB1.2, SDB1.3)**. Öğrencilere hazır verilere dayalı istatistiksel araştırma tasarımı yapabilmelerine, istatistiksel araştırma sürecini yürütebilmelerine ve sonuçları paylaşabilmelerine yönelik bir proje ödevi verilebilir.

## FARKLILAŞTIRMA

**Zenginleştirme** (\*) Öğrencilerden toplumsal planda kritik olduğunu düşündükleri bağlamları (iklim değişikliği, teknoloji bağımlılığı gibi) kullanarak oluşturdukları istatistiksel araştırma tasarımlarını ve sonuçlarını bilimsel bir rapor, makale veya bildiri şeklinde düzenlemeleri istenerek akademik ortamlarda (çalıştay, kongre gibi) paylaşmaları beklenir.

(\*) Öğrencilerden yürüttükleri istatistiksel araştırmaların sonuçlarına ilişkin çözüm önerilerini ilgili kuruma sunacak şekilde projelendirmesi istenir.

Öğrencilere çok değişken içeren veri seti sunulup öğretmen tarafından seçilen bir değişkenin o veri setinde yer alan diğer değişkenlerden hangisi ile en ilişkili olduğu incelenir, seçilen değişkenlere yönelik istatistiksel araştırma tasarımları yapmaları öğrencilerden beklenir. Elde ettikleri sonuçları dijital araçlar yardımıyla paylaşmaları ve deneyimlerini ifade etmeleri istenir.

**Destekleme** Hazır veri setlerinde daha az sayıda değişken olmasına ve bu değişkenlere ait veri sayısının daha az olmasına dikkat edilerek istatistiksel araştırma sürecinin yürütülmesi istenir. Elde edilen sonuçlar, çeşitli görsel araçlar (sunum, bilgi görseli gibi) yardımıyla sınıf ortamında paylaşılır.

İstatistiksel araştırma süreci, grup çalışması ile yürütülür. Gruplar heterojen şekilde düzenlenir, öğrencilerin ilgi ve ihtiyaçlarına uygun görevler verilmesi sağlanır. Akran öğrenmesi ve görev paylaşımı ile öğrencilerin istatistiksel araştırma tasarımlarını anlamlandırması desteklenir.

## ÖĞRETMEN YANSITMALARI

Programa yönelik görüş ve önerileriniz için karekodu akıllı cihazınıza okutunuz.



